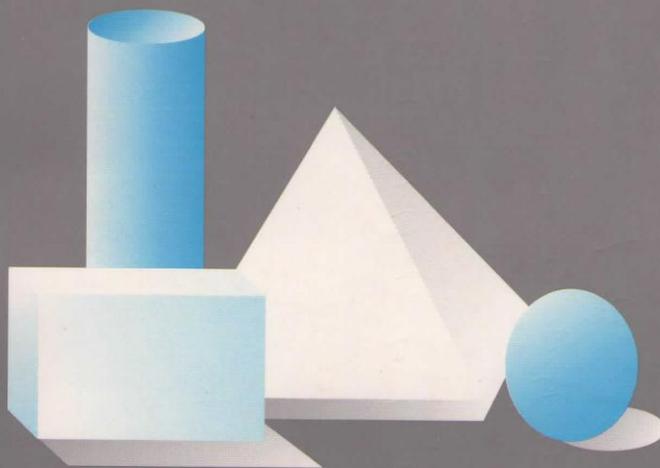
SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO – SÃO PAULO
COORDENADORIA DE ESTUDOS E NORMAS PEDAGÓGICAS
VITAE – APOIO À CULTURA, EDUCAÇÃO E PROMOÇÃO SOCIAL

6ª SÉRIE

experiências matemáticas

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO

COORDENADORIA DE ESTUDOS E NORMAS PEDAGÓGICAS

Governador: Luiz Antonio Fleury Filho

Secretário: Carlos Estevam Aldo Martins

Coordenadora: Regina Maria Ferraz Elero Ivamoto

EXPERIÊNCIAS MATEMÁTICAS
6ª série

Versão preliminar

Elaboração:
Célia Maria Carolino Pires
Dulce Satiko Onaga
Maria Nunes
Ruy Cesar Pietropaolo
Suzana Laino Cândido
Vinício de Macedo Santos

Colaboração:
José Carlos F. Rodrigues

SÃO PAULO

1994

Aos Professores

Quando se considera o ato de aprender como uma construção, por parte do aluno, surgem indagações sobre o que significa ensinar nessa circunstância, e qual é o papel do professor, se o protagonista do processo é o próprio aluno.

O Projeto **Experiências Matemáticas** procura responder a estas expectativas contribuindo para a realização de um trabalho em sala de aula em que o aluno se engaja no processo de produção matemática.

É com essa perspectiva que a **Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas** apresenta este trabalho para apoiar a ação docente.

Regina Maria Ferraz Elero Ivamoto

Coordenadora da CENP

Apresentação

Este material é produto do projeto Experiências Matemáticas - um trabalho integrado com professores de 5ª s a 8ª s séries do ensino fundamental - cujo desenvolvimento foi iniciado, junto à rede pública estadual de São Paulo, em 1993.

Esse projeto, elaborado por membros da Equipe Técnica de Matemática da Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas - CENP - e mais dois professores convidados foi apresentado à Fundação Vitae - Apoio à Cultura, Educação e Promoção Social - que, aprovando-o, responsabilizou-se pelo financiamento em 1993, da elaboração da primeira etapa das testagens e da reelaboração, cabendo à Secretaria de Estado da Educação, como contrapartida, a impressão desta versão, e implementação do trabalho com o material, tendo em vista uma avaliação mais abrangente do projeto. A capacitação dos professores aplicadores e o acompanhamento e avaliação do material em sala de aula também ocorrerá sob a responsabilidade da Equipe Técnica de Matemática da CENP que envolverá, nesse processo, Assistentes de Apoio Pedagógico, Diretores de Escola e Supervisores de Ensino.

É importante ressaltar que o desenvolvimento desse projeto foi motivado, essencialmente, pelos resultados do trabalho com as **"Atividades Matemáticas",** conjunto de sugestões destinadas aos professores de Ciclo Básico, 3as e 4as séries que, segundo depoimentos de professores e especialistas da área, têm contribuído para a renovação do ensino de Matemática não apenas na rede pública estadual paulista, nas escolas municipais, particulares e mesmo, em outros estados brasileiros.

Nos últimos anos, inúmeras solicitações foram feitas no sentido de que déssemos continuidade ao trabalho, estendendo-o às séries finais do ensino fundamen-

tal, inclusive para atender aos alunos que, acostumados a aulas mais dinâmicas, a participarem ativamente da construção do conhecimento, a questionarem os porquês das regras matemáticas, das técnicas, das convenções adotadas etc., não aceitavam as aulas tradicionais e o papel de meros espectadores.

Os objetivos de um projeto, evidentemente, só se concretizam com o empenho de muitas pessoas. Por isso, não podemos deixar de externar alguns agradecimentos:

Agradecemos à **FUNDAÇÃO VITAE**, por acreditar nesse trabalho e contribuir para sua viabilização, demonstrando seu compromisso com a melhoria da qualidade do ensino, num momento tão delicado por que passa a educação brasileira.

Agradecemos aos colegas Conceição Aparecida Tavares Bongiovanni e José Carlos Fernandes Rodrigues por sua colaboração no desenvolvimento do projeto.

Agradecemos aos Assistentes de Apoio Pedagógico das Delegacias de Ensino que colaboraram com crítica e sugestões e, especialmente, aos das Delegacias de Ensino que participaram da primeira etapa das testagens:

- Iara Aparecida Siqueira - DE de Catanduva/DRE São José do Rio Preto
- Luiza Mieko Terezinha Lôbo – 1ª DE Guarulhos/DRE Norte
- Maria Aparecida de Jesus Ortigosa - DE de Garça/DRE de Marília
- Maria José Merlin Benedetti – 1ª DE de São Bernardo do Campo/DRE Sul.

Agradecemos aos Professores Aplicadores que testaram o material e que contribuíram de forma significativa para o projeto, mostrando o compromisso do educador com o aperfeiçoamento necessário e constante de seu trabalho:

- Antonio Marcos Torres, Francisco Fernando Bidoia, Marilda da Silva Lopes Flores,

  Sandra Helena Siqueira, de escolas da DE de Catanduva.

- Álvaro Torres Galindo, Eunyce Cagniatti Gallina, Fábio Roquini, Manuel da Costa Fernandes, de escolas da 1ª DE de Guarulhos.
- Geni Segura Athayde, Maria de Fátima Vieira Grandizoli Moura, Odete Guirro de Paula, Wilma Mutuco Tagami, de escolas da DE de Garça.
- Cecília Maria da Silva Gomes, Cleonice Garcia Martins, Marlene Basileu da Silva Rodrigues, Vanda Lopes de Araujo, de escolas da DE de São Bernardo do Campo.

Finalmente, gostaríamos de convidar a todos os professores de Matemática, especialmente aos da rede estadual a ler, debater, criticar as sugestões de trabalho contidas nesta publicação para que elas possam ser aperfeiçoadas.

Equipe de elaboração

SUMÁRIO

PREFÁCIO

No presente trabalho levamos em conta, em primeiro lugar, que no ensino fundamental a matemática é necessária ao aluno como ferramenta básica para que ele possa resolver situações da vida diária, compreender melhor o próprio ambiente para comunicar ideias e mesmo para entender melhor assuntos de outras áreas. Por isso, as atividades têm seus objetivos centrados na aquisição de certas competências básicas necessárias aos futuros cidadãos e não apenas na preparação para estudos posteriores.

Esta postura nos levou a procurar um caminho de construção da Matemática que pode ser assim esquematizada:

- Relacionar observações do mundo real a representação (tabelas, figuras, esquemas)
- Relacionar estas representações a uma atividade matemática e a conceitos.

Esse caminho, permite construir a Matemática a partir de problemas encontrados nas outras disciplinas e, em contrapartida, utilizar os conhecimentos matemáticos em diferentes especialidades.

Com tais preocupações procuramos dar atenção às atividades de construção, de desenhos, de organização de dados e, principalmente, evitamos fragmentar os conhecimentos e métodos, buscando evidenciar que cada objeto matemático não é um bloco que subsiste isoladamente e que, por isso, não deve ser apresentado de forma exaustiva, num dado momento, mas que convém fazê-lo funcionar em novas situações, como ferramenta para novas atividades.

Desse modo, o estudo de uma noção, num dado nível, implica que ela será futuramente, e o mais freqüentemente possível, integrada à própria atividade matemática.

Em segundo lugar, procuramos garantir nas atividades, oportunidade para que os alunos construam seu conhecimento trabalhando sobre problemas concretos que lhes permitam dar significados à linguagem e às idéias matemáticas.

Ou seja: a apropriação da Matemática pelo aluno não pode limitar-se ao conhecimento formal de definições, de resultados e técnicas, ou até mesmo, de demonstrações. Mas é indispensável sim, que os conhecimentos tenham significado para ele, a partir de questões que lhes são colocadas e que saiba utilizá-las para resolver problemas. Desse modo não vemos sentido, para qualquer tema, insistir-se sobre aspectos puramente mecânicos e mnemônicos.

Isso não impede, pelo contrário, é desejável, que o professor proponha exercícios de síntese com a finalidade de organizar as conclusões, os resultados obtidos a partir de situações diversas.

Num trabalho de elaboração de sugestões de atividades como esse é impossível prever todas as variáveis intervenientes e torná-las plenamente adequadas a toda gama de situações. O papel do professor é portanto, fundamental, em todos os aspectos, seja na ordenação das atividades, seja na ampliação ou redução da abordagem de um dado assunto, seja em relação ao fato de não submeter todos os alunos ao mesmo ritmo etc..

É importante destacar que numa proposta em que os objetivos, os conteúdos e a metodologia se redefinem, a avaliação não pode restringir-se meramente à aplicação de provas e testes, mas utilizar-se de um amplo espectro de

indicadores. Eles podem incluir a observação do aluno quando trabalha individualmente e seu posicionamento frente a um grupo; seu desempenho quando realiza provas com consultas mostrando competência para buscar as informações que interessam e também quando realiza provas em que o que se pretende identificar é o nível de sistematização e de assimilação de um dado conceito.

Com relação ao temário, ele segue as diretrizes contidas na Proposta Curricular para o ensino de Matemática no 1º grau, ou seja, organiza-se em torno de três grandes eixos: NÚMEROS, MEDIDAS E GEOMETRIA. Embora em cada atividade se aborde mais especificamente um desses eixos, elas procuram integrá-los e principalmente, buscam o desenvolvimento de idéias fundamentais, como por exemplo as de proporcionalidade, equivalência, etc..

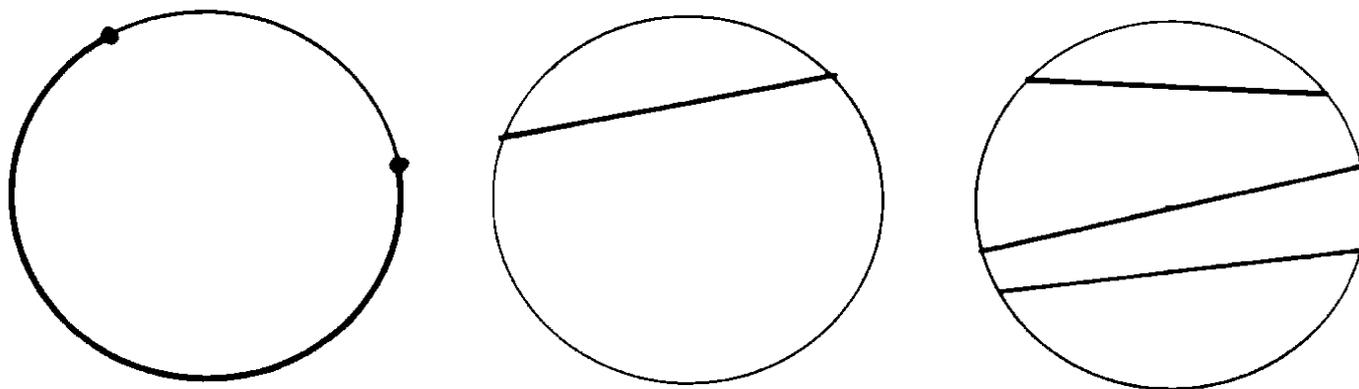
ATIVIDADE 1: ELEMENTOS DA CIRCUNFERÊNCIA E DA ESFERA.

OBJETIVOS: Identificar os elementos da circunferência e da esfera.
Analisar propriedades da circunferência e da esfera.

PARTE 1: O ARCO E A FLECHA, A CORDA E O SETOR.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-1, régua e compasso.

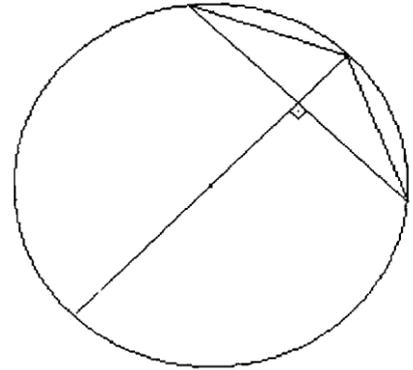
DESENVOLVIMENTO:

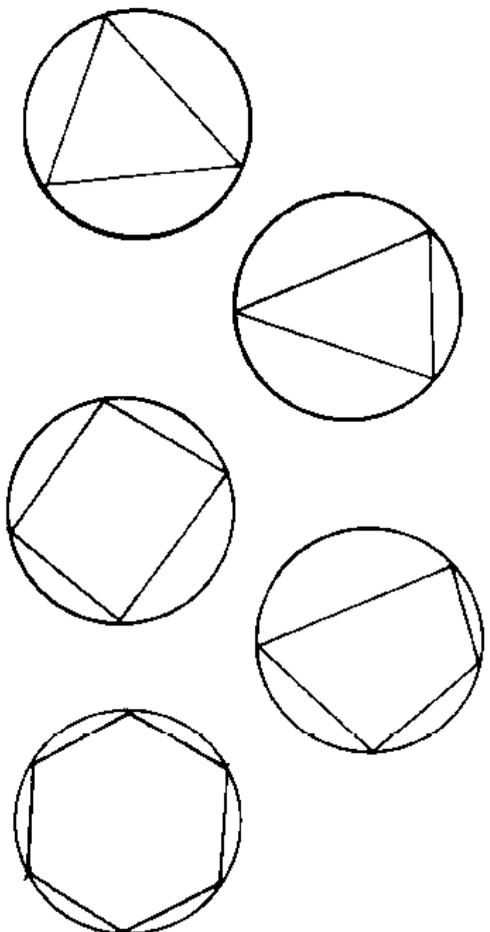
Proponha aos alunos que desenhem duas circunferências, no seu caderno e marquem dois pontos sobre uma delas. Observar que a circunferência fica dividida em duas partes, em dois arcos de circunferência. Peça que os cubram com duas cores diferentes, ligando os dois pontos com um segmento. Informe que este segmento chama-se corda.

Na outra circunferência sugira que os alunos escolham diferentes pares de pontos, traçando as respectivas cordas, e que discutam o que observam nesse processo.

Faça questões do tipo:

- Qual é a maior corda possível de ser traçada?
- O que acontece com os arcos quando a corda é máxima?
- Ao traçar diâmetros ou raios perpendiculares às cordas o que acontece com os respectivos arcos?

Coloque na lousa uma figura como esta e solicite que a reproduzam no caderno. Como subdividiram o arco em dois, deverão traçar suas medidas.

O que acontece?

Desenhe figuras na lousa como as que estão indicadas ao lado. Nas figuras as circunferências estão divididas em arcos iguais ou não e as cordas são lados de polígonos regulares ou não. Diga aos alunos que desenhem raios que formem ângulos retos com as cordas (para isso, usar o esquadro ou um ângulo reto construído com dobraduras) e vejam que novos polígonos podem ser desenhados ao traças todas as cordas. O que se pode afirmar sobre seus lados?

Se os arcos de circunferência não forem iguais o que dá para concluir sobre os novos polígonos?

Entregue a cada aluno uma folha-tipo I-1 e dê um tempo pra leitura e discussão em grupo. Faça uma síntese do que os grupos podem concluir sobre: arco, flecha e setor circular, levando em conta o que foi trabalhado anteriormente nesta atividade.

Feito isto, proponha as seguintes situações:

1. Desenhar um círculo destacando nele dois arcos de circunferência iguais e verificar se as duas cordas e os dois setores são iguais entre si.
2. Desenhar um setor e prolongar os raios para fora do mesmo. Desenhar outros círculos, de mesmo centro, mas com raios diferentes de modo que o prolongamento dos raios determine setores no novos círculos. Esses setores são iguais? O que ocorre com as cordas dos diferentes arcos? O que há de comum entre esses setores?

COMENTÁRIOS:

Ao analisar os diferentes elementos do círculo e da circunferência é importante que algumas propriedades sejam explicadas:

- Numa circunferência arcos iguais determinam cordas iguais e reciprocamente, numa mesma circunferência cordas iguais determinam arcos iguais. Isto também é válido para circunferência de mesmo raio.
- O diâmetro é o dobro do raio.
- O diâmetro é a maior corda.

- O raio perpendicular à corda determina a flecha divide a corda e o arco em duas partes iguais. Em conseqüência disso, pode-se duplicar o número de lados de um polígono inscrito em uma circunferência.
- Arcos iguais numa mesma circunferência, ou em circunferências de mesmo raio, limitam setores iguais.
- Em círculos concêntricos, sob um mesmo ângulo, pode-se obter diferentes setores.

PARTE 2: QUAL É A MENOR DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS?

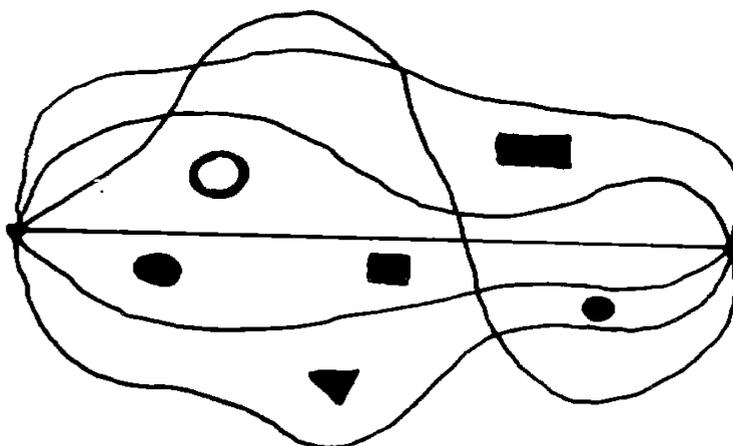
MATERIAL NECESSÁRIO: Bolas de isopor, fio ou cordão, alfinete de bolinha.

DESENVOLVIMENTO:

Apresente aos seus alunos as seguintes situações, dando um tempo para os grupos discutirem:

Situação 1: (Observação: Desenvolva a situação que segue, se achar necessário, tendo em vista que algo semelhante foi proposto na Atividade 7).

Marque dois pontos no piso da sala de aula ou numa folha de papel colocada sobre a carteira, imaginando que um deles seja a sala de aula e o outro a cantina. Verifique quais diferentes caminhos podem ser percorridos desenhando com

giz ou lápis, supondo que tenha ou não obstáculo no meio do caminho. Entre eles, represente aquele caminho que considera mais curto.

Você não resistirá em concordar com muita gente que afirma com freqüência que a menor distância entre dois pontos é um segmento de reta.

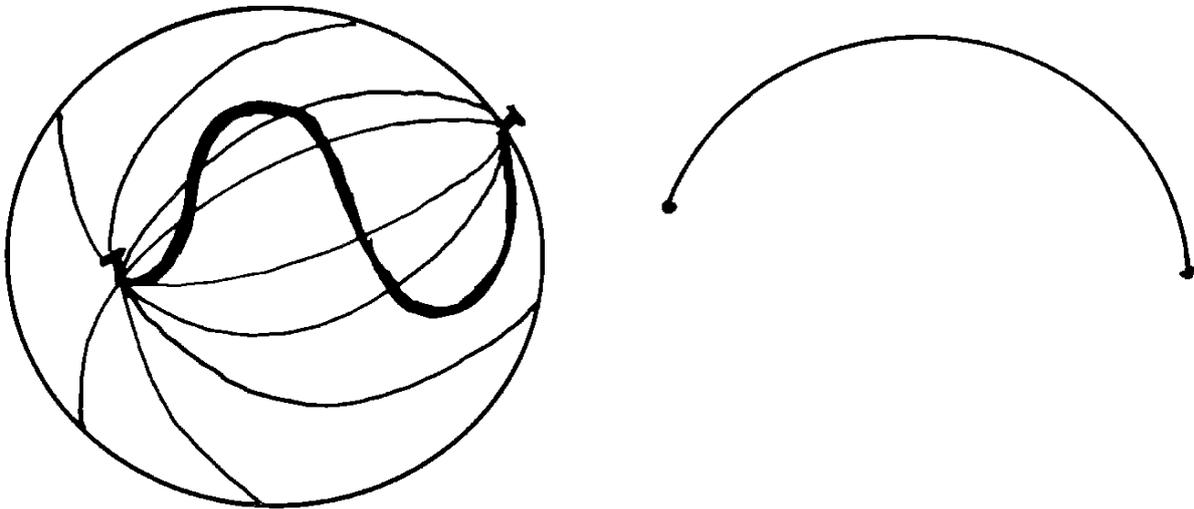
Galileu Galilei, físico e astronômo italiano, que no século XVII inventou o telescópio e descobriu que Júpiter tem 4 luas, muito contribuiu para comprovar que a Terra, assim como outros planetas giram em torno do Sol, mas, não tinha os seus pontos de vista muito aceitos na época. Por isso foi perseguido e preso pelos poderosos, tendo as vezes que omitir o que pensava. Num dos seus diálogos apresentados numa pela de teatro, sobre sua vida, ele afirma que: " nem sempre o menor caminho entre dois pontos é uma reta".

O que ele quis dizer com isso? Você concorda com essa afirmação? Imagine uma situação em que a afirmação de Galileu seja verdadeira. Discuta com o grupo.

Situação 2:

1. Fixe dois alfinetes em dois pontos não muito próximos sobre a bola de isopor e fazendo desenhos com a ponta de um lápis ou com um fio observem caminhos possíveis de serem percorridos entre os dois pontos.

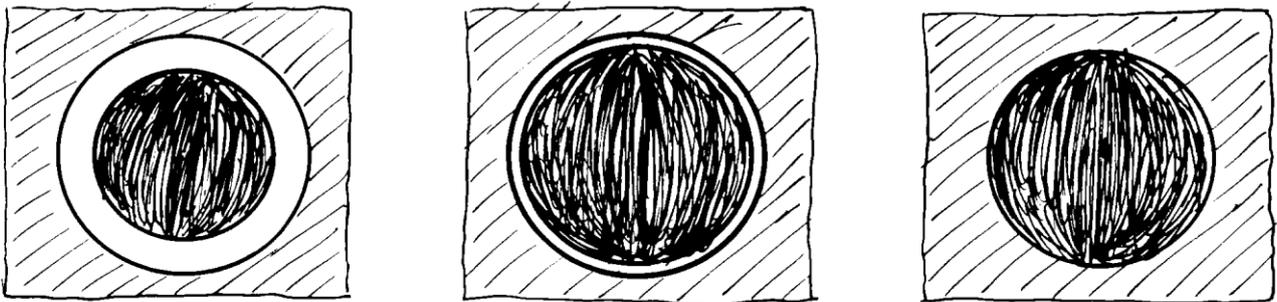
O que se pode concluir? Há um menor caminho? Qual é?

Compare esse caminho mais curto com o que você determinou na situação anterior no chão ou na folha de papel o que é diferente?

2. Estique um fio amarrado no primeiro alfinete e passando pelo segundo, vá prolongando o caminho. Você chegou ao primeiro alfinete, sim ou não? Por que isto acontece? É possível fazer o mesmo no chão da sala? Por quê? Represente os dois caminhos numa folha de papel e veja no que são diferentes.

Qual é a forma desse caminho feito com o fio? Par examinar melhor a situação prenda a outra ponta do fio no primeiro alfinete. Estique o fio e com uma régua verifique o comprimento do segmento de fio compreendido entre os dois alfinetes.

Mude os dois alfinetes de posição várias vezes e observe o que ocorre. Faça a medida do comprimento dos fios usados em cada volta e registre o resultado em uma tabela. O que acontece com eles?

Situação 3:

Utilize várias folhas de papel (revistas, jornal, computador ou alfinete) desenhe com o compasso em cada uma delas um círculo, variando a medida do raio. Recorte os círculos com uma tesoura, organize-os em ordem crescente de acordo com a medida do raio. Tente encaixar a bola de isopor ou uma bola de plástico nos furos circulares das folhas, marcando com a caneta o contorno de cada furo sobre a bola. Repita esse procedimento algumas vezes até que a bola passe livremente por um dos furos. Procure obter um furo que se ajuste perfeitamente à bola.

Discuta com o grupo se é possível determinar quantas circunferências poderiam ser desenhadas sobre a bola? O que se pode concluir sobre a circunferência que se ajusta perfeitamente a bola?

COMENTÁRIOS:

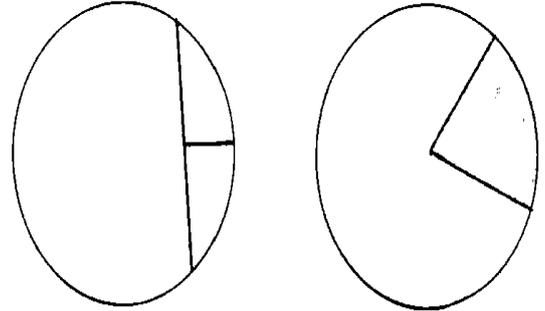
Nesta atividade é necessário destacar que:

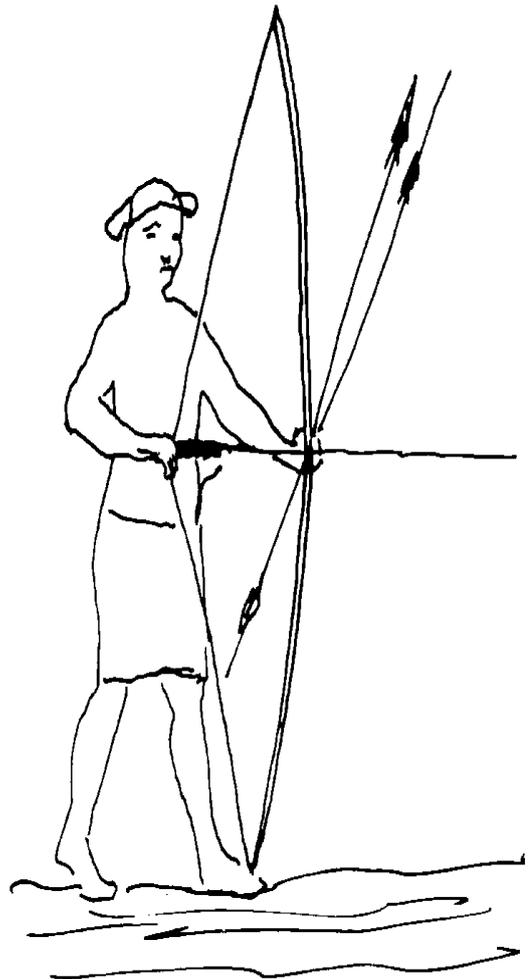
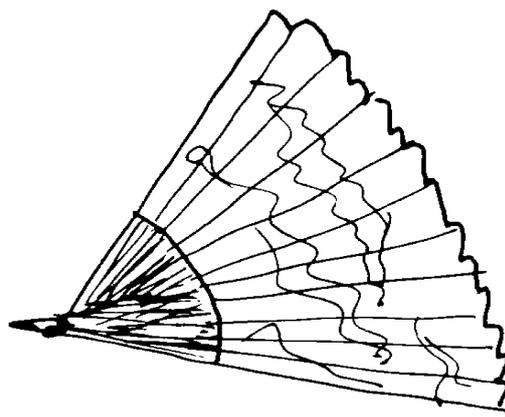
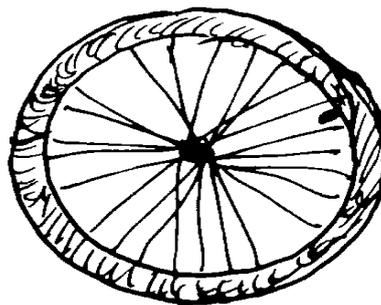
- a menor distância entre dois pontos de uma superfície esférica é um arco de circunferência.
- Há infinitas circunferências que podem ser traçadas sobre a esfera e entre elas há infinitas circunferências que têm o maior raio possível.
- O raio da circunferência máxima é o raio da esfera.

Parte dessas propriedades pode ser observada a partir do corte de uma esfera de isopor, do exame de uma bola ou de um globo terrestre.

FOLHA TIPO I-1

O ARCO E A FLECHA, A CORDA E O SETOR.

1. CURIOSIDADE: Numa circunferência, o menor dos dois segmentos do diâmetro perpendicular à corda é chamado de flecha, conforme a indicação da figura.

2. Você já pode observar o ponteiro de segundos varrendo o mostrador do relógio entre dois números, um pavão fazendo exibições com a cauda, uma senhorita do século passado (em gravuras, filmes) ou deste se abanando com um leque, uma mão acenando um adeus, um limpador de pára brisas em ação. Você lembra de mais alguma coisa?

Estas, assim como muitas outras situações, que você procurará se lembrar, estão associadas à região de um circulo compreendida entre dois raios: o setor circular.

3. Agora, que você conhece diversos elementos da circunferência: centro, raio, diâmetro, arco, flecha, setor, poderá perceber que não é mera coincidência o fato de alguns objetos que conhecemos terem o nome que tem. Veja as figuras ao lado e verifique se esta se lembrando do nome de alguns desses objetos.

ATIVIDADE 2: CIRCUNFERÊNCIA E ÂNGULOS.

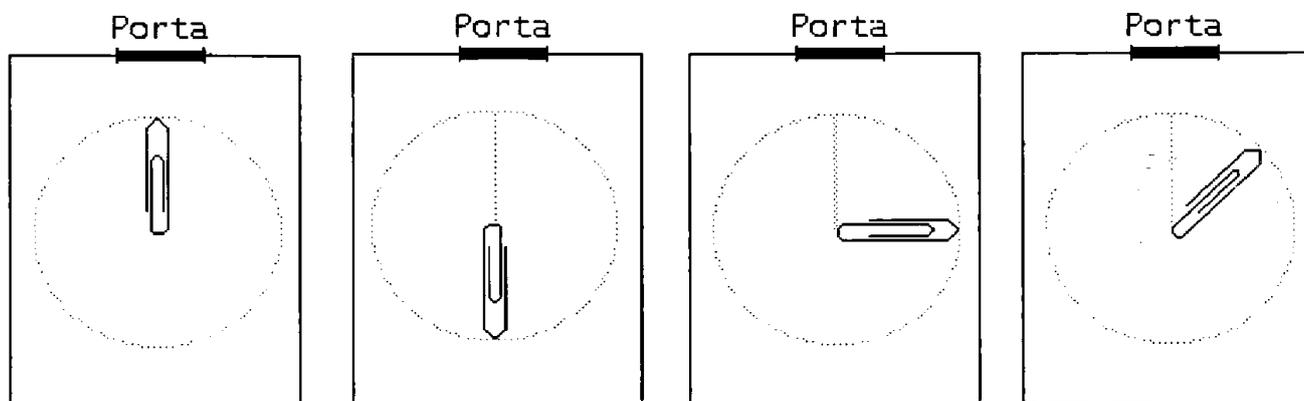
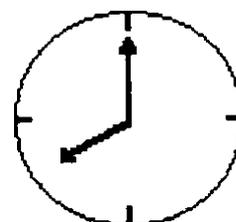
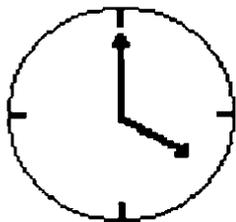
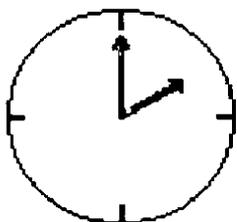
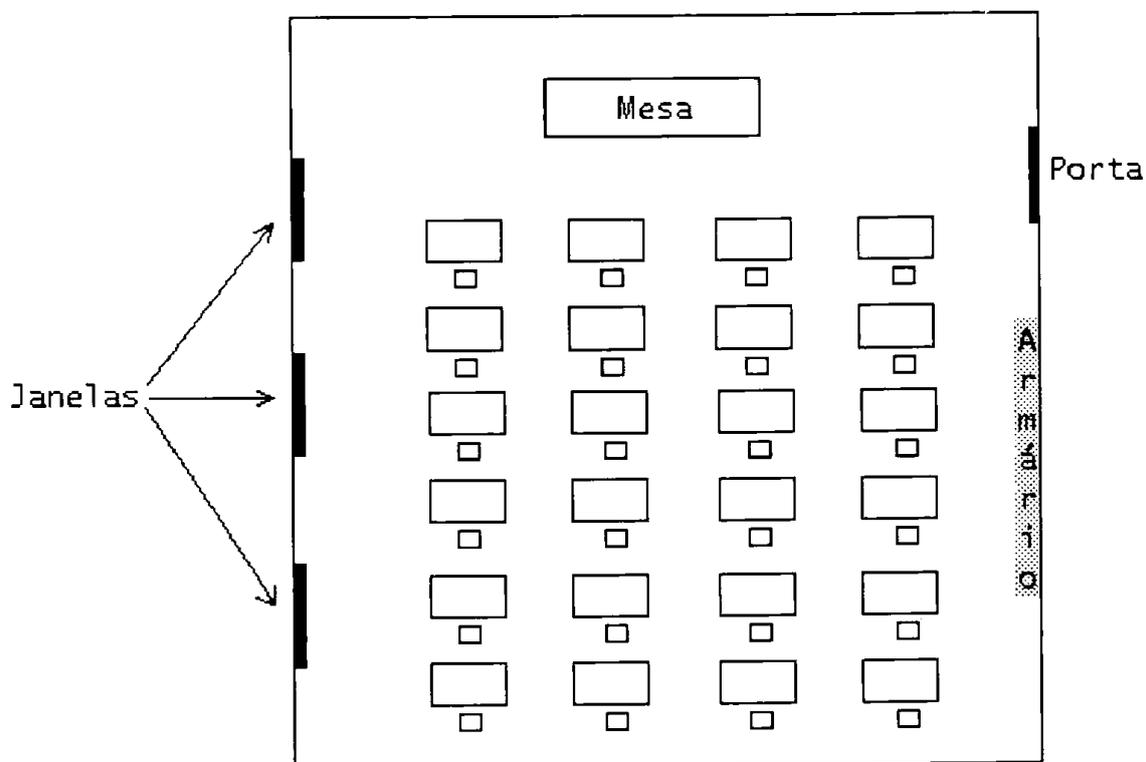
OBJETIVOS: Desenvolver a noção de ângulo de uma circunferência.
Desenvolver a noção de semi-reta.

PARTE 1: GIRA, GIRANDO, GIROU.

MATERIAL NECESSÁRIO: Palitos e Clipes.

DESENVOLVIMENTO:

Peça para um aluno se situar na frente da sala de aula e olhar na direção da porta. Diga-lhe para fazer alguns movimentos, sem sair do lugar. Antes, pergunte aos outros alunos, que mudanças ocorrerão com o corpo do colega, quando ele dá um giro de uma volta completa? E de meia volta? E de um quarto de volta? E um oitavo de volta?

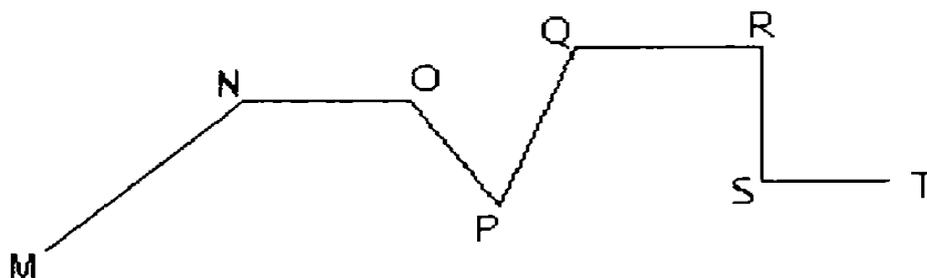
Solicite aos alunos, que representem esses movimentos, usando lápis, canetas, palitos ou clipes e desenhando-os na folha de papel.

Dê exemplos de situações, objetos que sugerem a idéia de giro. Peça que representem as posições dos ponteiros de um relógio em determinados momentos da aula ou do dia, observando quais as mudanças que ocorrem nas posições desses ponteiros de um momento para outro.

Este trabalho pode ser estendido para o trabalho com labirintos, mapa ou plantas. Sugira aos alunos que desenhem o mapa da sala de aula, observando-a atentamente, o que nela existe (carteiras, portas, janelas, armários, etc.). O desenho seguinte é o exemplo de um mapa de uma sala de aula.

Divida a classe em duplas. Um aluno escreve comandos para o outro executar, com lápis, palitos ou clipes sobre o mapa desenhado.

Exemplo: Um aluno diz:

A partir de minha carteira:

- andar duas carteiras para frente.
- girar um quarto de volta par a esquerda.
- girar um quarto de volta para a esquerda.
- andar três carteiras para frente.
- girar meia volta para a direita.
- Parar.

Em seguida o outro desenha a trajetória.

Apresente aos alunos a figura seguinte e peça para imaginarem que alguém esteja caminhando sobre a linha. Diga-lhes que cada mudança de direção é representada por um ângulo e um quarto de volta corresponde ao ângulo reto.

Proponha as seguintes questões:

a) Indiquem os lugares onde se mudou de direção, isto é, os ângulos da figura.

b) Assinalem os ângulos retos.

PARTE 2: COMO SE ORIENTAR.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Conte que hoje os navios, os aviões e até os ônibus são dotados de sofisticados instrumentos de orientação como radares, GPS e rádio que indicam os locais em que se encontram e o rumo que estão seguindo. No entanto nem sempre foi assim. Antigamente, e até hoje, os homens usam algumas formas mais simples de orientação.

Uma das mais antigas maneiras de se orientar é tomar o Sol como referência. Sabendo que ele nasce a leste, basta estender, pela manha o braço direito para o Sol surge. Tem-se à frente o norte, atrás o sul e à esquerda o oeste.

Caso a classe freqüenta o período da manhã, leve-a para o pátio, mostre onde o Sol nasce e peça para localizarem o norte, sul, leste e oeste.

Uma outra forma de se orientar é utilizando a bússola. Este aparelho foi inventado pelos chineses no século X. É parecido com um relógio onde estão destacados os pontos cardeais: norte, sul, leste e oeste e os pontos colaterais: nordeste (entre norte e leste), noroeste (entre norte e oeste), sudeste (entre sul e leste) e sudoeste (entre sul e oeste).

A bússola possui um ponteiro que é uma agulha imantada, apontando sempre para o norte. Ela atrai ou é atraída por metais, principalmente o ferro. Conhecendo um dos pontos cardeais é possível conhecer os outros. Se houver curiosidade da classe peça auxílio ao professor ou professora de Geografia para explicar por que a agulha aponta sempre para o norte.

Se houver possibilidade de você ou os alunos arrumarem algumas bussolas, traga-as para a classe e deixe os alunos examinarem para verificar como funcionam e de que maneira usá-las para localizar alguns pontos de referências (por

exemplo: prédios, estações, hospitais, rios, etc.) que estão, em relação à escola, ao norte, ao sul, a leste e a oeste.

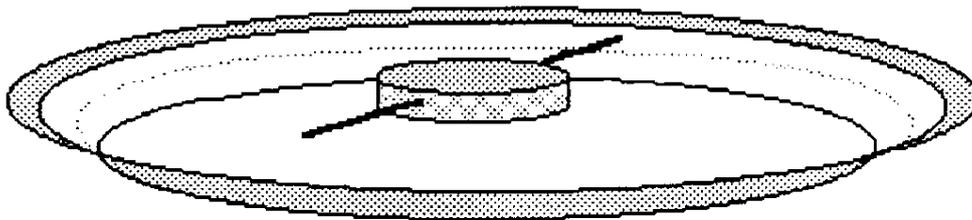
Peça que verifiquem em um mapa do Brasil quais os estados que compõem a região nordeste. Pergunte se esses mesmos estados estão a nordeste da cidade de São Paulo. Ao constatar que os estados nordestinos, não ficam a nordeste de São Paulo, é oportuno lembrá-los que a localização das cincos regiões brasileiras: Norte, Nordeste, Sul, Sudeste e Centro-Oeste têm como referência a Capital Federal.

Proponha o seguinte problema: Um navio esta navegando, segundo um bússola, em direção ao sul. O telegrafista recebe uma mensagem sobre um acidente de uma outra embarcação, na direção sudoeste. O comandante decide salvar a tripulação e dá ordens para mudança de rota. Desenhe a nova rota.

Pode-se também propor aos alunos para construir uma bússola. Divida a classe em grupos e providencie um pouco de trinta não solúvel em água, um imã e solicite a cada grupo que traga um pires, uma agulha de costura, um pedaço de rolha cortado em forma de moeda.

Solicite que cada grupo:

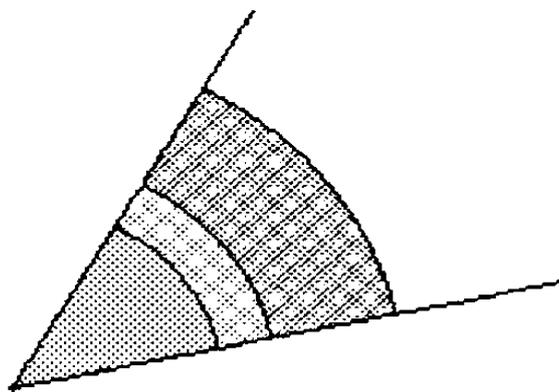
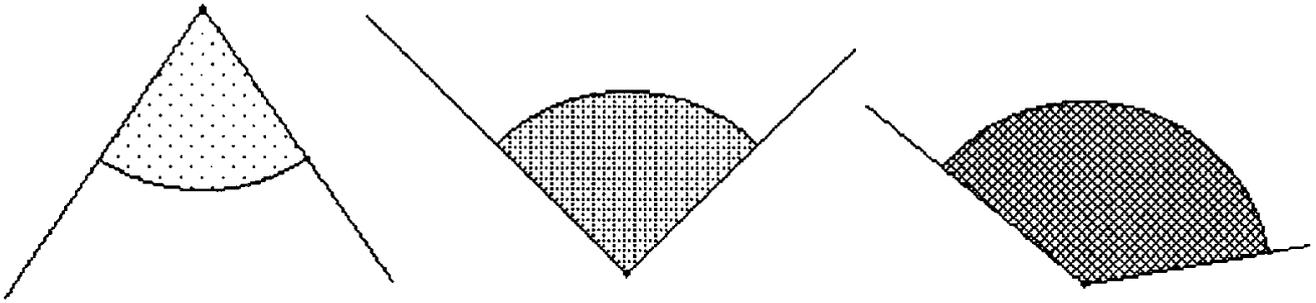
- Pinte, no pires, os pontos cardeais e os colaterais.
- Imante a agulha, deixando em contato com o imã, durante alguns minutos.
- Atravesse o pedaço de rolha com a agulha como mostra a figura.
- Encha o pires com água e deixe a rolha com a agulha imantada flutuar.

A agulha aponta para uma direção, que é o norte. Caso não coincida com o norte o que o grupo pintou, gire o pires até a agulha parar no norte.

PARTE 3: DOBRADURA E AS REGIÕES ANGULARES.

MATERIAL NECESSÁRIO: Disco de papel.

DESENVOLVIMENTO:

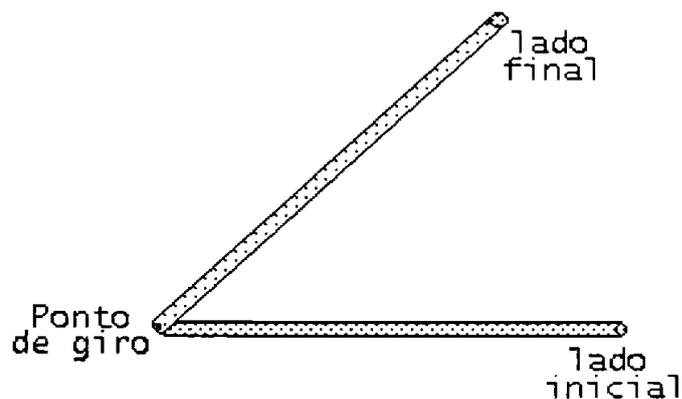
Solicite aos alunos que confeccionem coleções de disco de papel com raios diferentes. Relembre com eles o trabalho de divisão da circunferência em partes iguais e peça a cada grupo que escolha um número de partes iguais em que irá dobrar sua coleção de discos (3, 4, 6, 8, 12, 16, …).

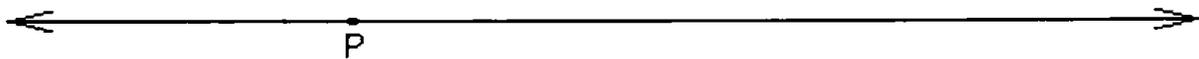
Espera-se que cada grupo perceba que, embora mudando os tamanhos dos discos, existe um elemento que se mantém constante: o “canto” obtido a partir do centro de cada disco.

Peça para colarem no caderno alguns “cantos” e combine com os alunos que chamaremos as figuras obtidas de <u>regiões angulares</u>.

PARTE 4: SEMI – RETAS E ÂNGULOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Canudos ou palitos.

DESENVOLVIMENTO:

Para desenvolver um conceito de ângulo, solicite aos alunos que representem os giros usando palitos ou canudos e desenhem os giros numa folha de papel. Destaque com eles os quatros elementos fundamentais para a representação de um ângulo:

- o ponto de giro (vértice do ângulo)
- o lado inicial do giro (lado do ângulo)
- o tamanho do giro (medida do ângulo)
- o lado final do giro (lado do ângulo).

Após este estudo informal de ângulos pode-se introduzir a noção de semi – reta e a representação gráfica de ângulos como um par de semi- retas de mesma origem.

Peça que desenhem no caderno uma reta e marquem sobre esta reta um ponto P. Pergunte em quantas partes o ponto P divide a reta. A resposta é em duas partes: uma à direita do ponto P e outra à esquerda do ponto P. Diga-lhe que chamaremos cada uma das parte de <u>semi -reta</u> e que o ponto P é a <u>origem das semi – retas</u>.

Para anotar cada uma das semi – retas podemos marcar, na reta, à direita e à esquerda do ponto P, dois outros pontos:

e indicaremos por semi – reta PA, a semi – reta à direita de P.

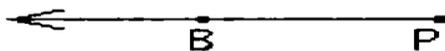
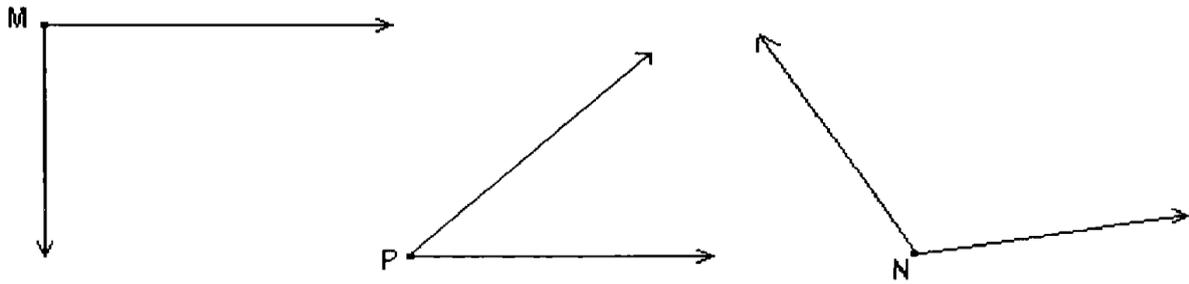
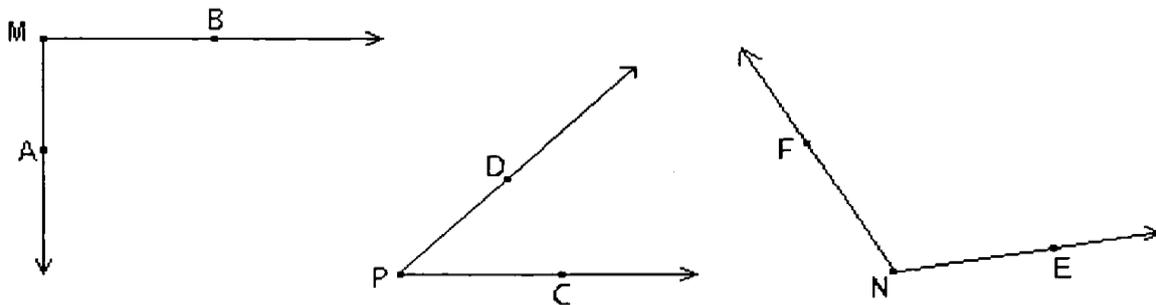
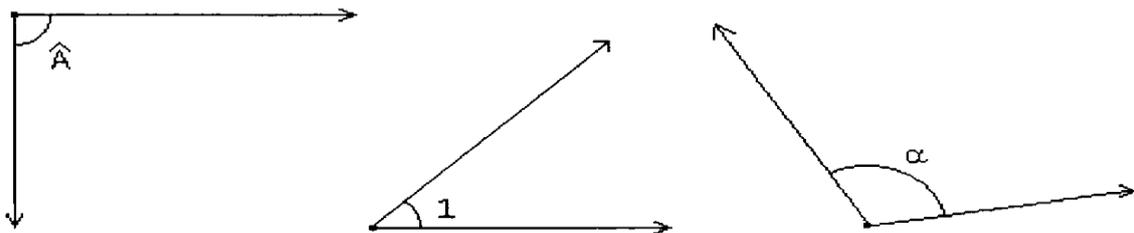
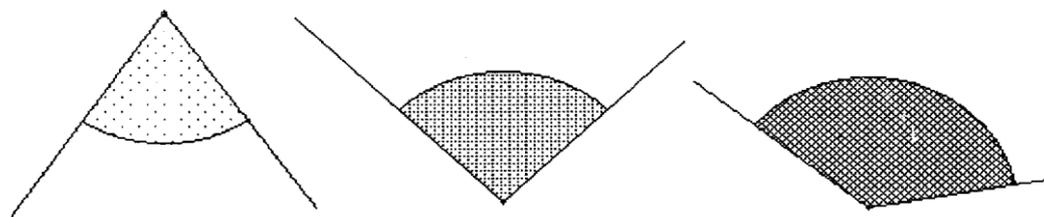
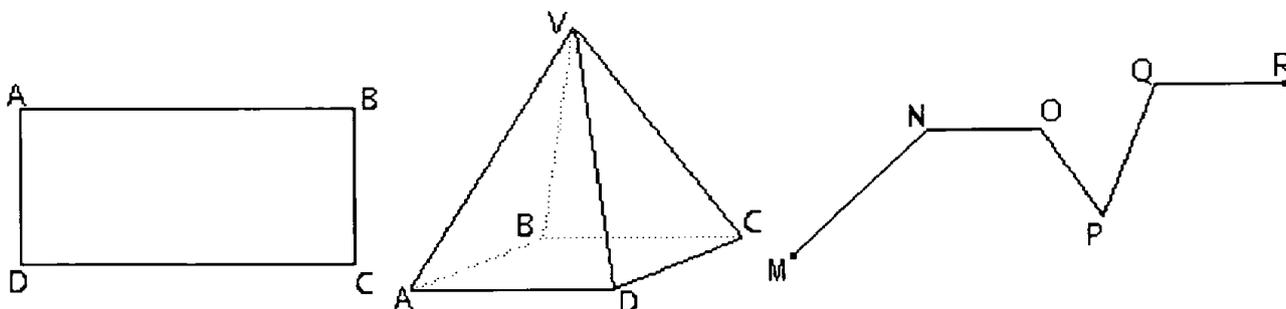
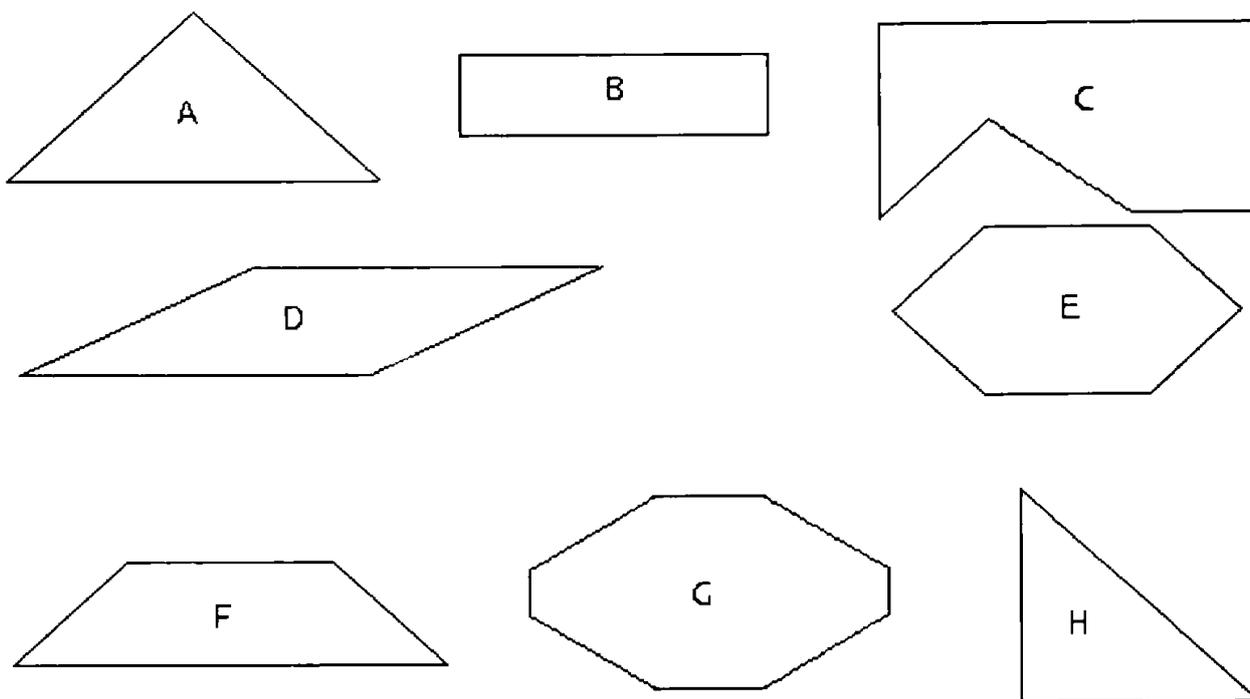
e por semi – reta PB, a semi -reta à esquerda de P.

Diga-lhes que com a noção de semi – reta que agora possuem estenderemos o conceito de ângulo e representaremos ângulos, graficamente como duas semi – retas com a mesma origem da seguinte maneira:

Aproveite, também para introduzir as notações mais comuns de ângulos. Explique que uma das formas é marcar um ponto em cada uma das semi – retas, além do vértice e indicar o ângulo por três letras. A do meio, representa o vértice do ângulo.

Outras notações:

Combine com os alunos, que por conveniência indicaremos uma região angular pelo ângulo que a delimita.

Solicite aos alunos que identifiquem ângulos em figuras como um quadrilátero, um prisma, o ângulo de abertura de uma porta ou janela da classe, os ângulos determinados por uma trajetória qualquer feito por um aluno ou aluna. Por exemplo:

Explique que as figuras seguintes são chamadas polígonos e que a palavra polígono significa muitos ângulos pois poli quer dizer muitos e gono vem de gonia e significa ângulo.

Peça para os alunos observarem os polígonos desenhados, contar o número de lados e o número de ângulos e completarem uma tabela do tipo:

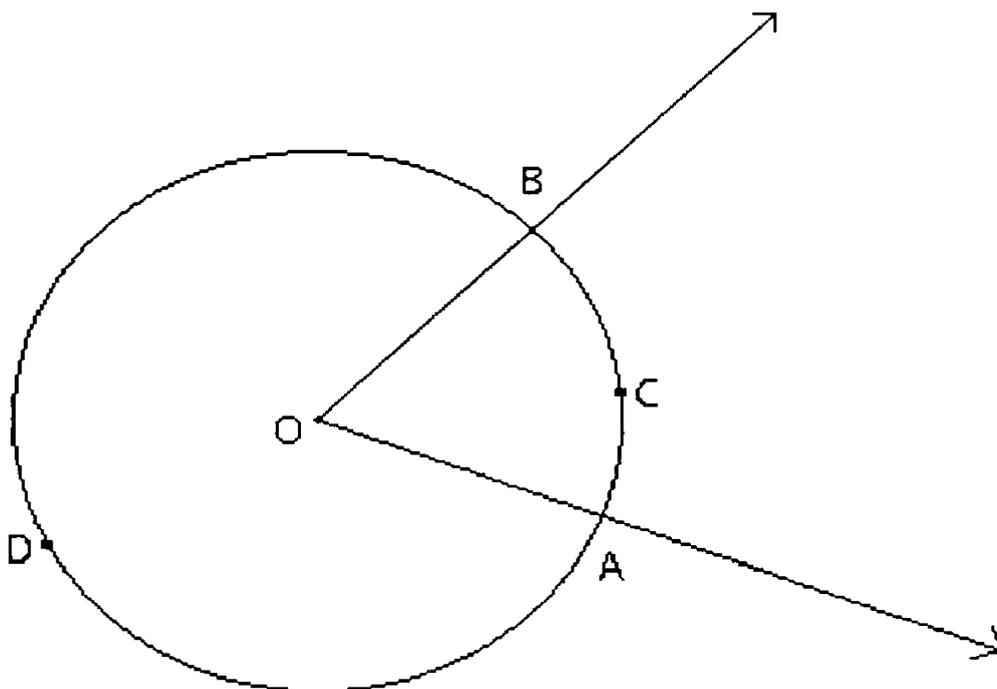
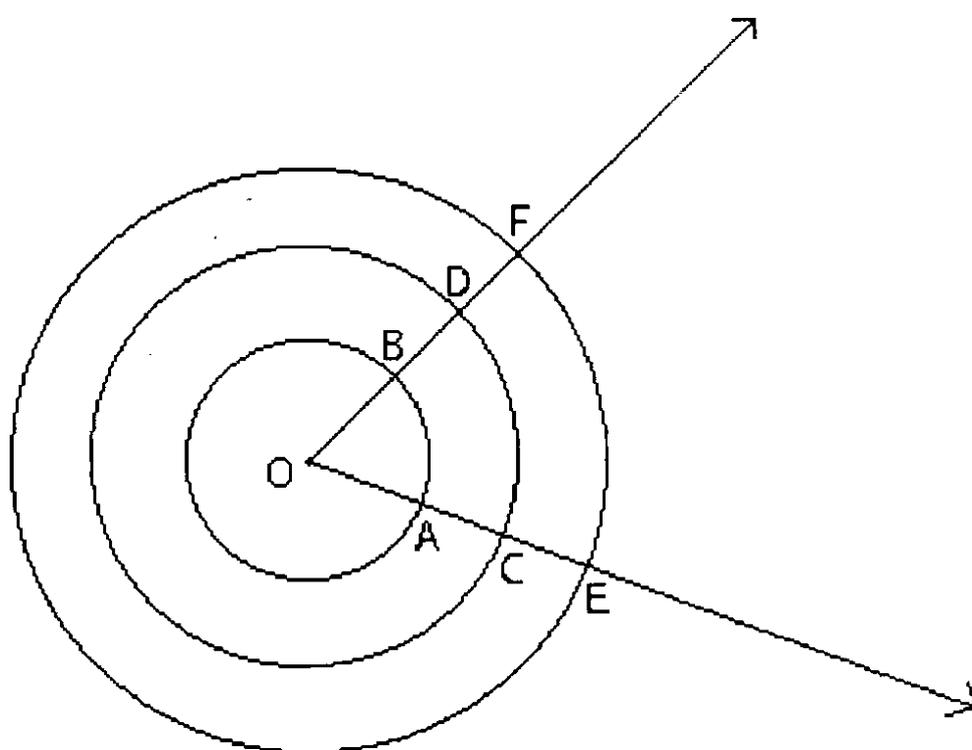
Figura	Nº de lados	Nº de ângulos
A		
B		
C		
...		

Pergunte o que se pode concluir em relação ao número de lados e o número de ângulos.

PARTE 5: O ÂNGULO EM DESTAQUE.

MATERIAL NECESSÁRIO: Compasso.

DESENVOLVIMENTO:

Peça aos alunos que tracem uma circunferência e desenhe um ângulo cujo vértice seja o centro dela e os lados interceptam a circunferência. Explique que um ângulo nessas condições é chamado de ângulo central.

Trabalhando com traçado de circunferência, os alunos poderão observar que arcos de circunferências concêntricas, visualmente diferentes, podem corresponder ao mesmo ângulo central.

ATIVIDADE 3: OPERAÇÕES E PROPRIEDADES.

OBJETIVOS: Retomar as idéias nas operações.
Estudar propriedades das operações com números racionais absolutos.
Resolver problemas.
Utilizar propriedades das operações em cálculos.

PARTE 1: AS IDÉIAS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Divida a classe em grupos e peça que discutam as idéias envolvidas em cada uma das operações: adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação. Peça que façam essas discussões, com base em situações (problemas) em que se aplicam tais idéias.

Feita a tarefa, convide os grupos a apresentarem, para a classe toda, as situações estudadas por eles. Durante essa apresentação, vá ressaltando as idéias que caracterizam cada operação:

Adição:

- idéia de juntar.

Subtração:

- idéia de completar (quanto falta para …).
- idéia de comparar (quanto a mais …).
- idéia de tirar (quanto restou …).

Multiplicação:

- adição de parcelas iguais.

Divisão:

- idéia de medir (quantas vezes cabe …).
- idéia de repartir equitativamente.

Potenciação:

- multiplicação de fatores iguais.

A seguir, apresente alguns problemas para que sejam resolvidos pelos grupos e peça que identifiquem em cada situação, as idéias das operações que os resolvem.

Os problemas propostos poderão ser do tipo:

1. Na quadra da escola estão reunidos 159 alunos. Eles deverão formar grupos de 6 alunos para a apresentação de um exercício de ginástica.

Quantos grupos poderão ser formados?

Quantos alunos deverão entrar na quadra para a formação de mais de um grupo de 6 alunos?

2. Um feirante colocou 480 laranjas em 6 caixas do mesmo tamanho. Quantas caixas desse tipo são necessárias para colocar outras 560 laranjas?
3. Um corredor percorre 8000 metros de uma pista de corrida em 2 horas. Quantos metros percorrerá em 10 horas, mantendo o mesmo ritmo da corrida?
4. Na cidade Pirilampo há 44000 habitantes. Quantas são as pessoas do sexo masculino, sabendo-se que 2/5 da população são pessoas do sexo feminino?
5. Ontem Tadeu tinha dez notas de cinqüenta reais e hoje ele tem apenas sete notas de cinqüenta reais?

Quantos reais Tadeu gastou de ontem para hoje?

Plínio também tinha dez notas de cinqüenta reais e hoje ele continua

com suas dez notas, pois não gastou nada.

- Quantos reais têm Plínio?
- Quantos reais Plínio têm a mais que Tadeu?
- Quantos reais faltam a Tadeu para ele ficar com a mesma quantidade de Plínio?
- A diferença entre o dinheiro de Plínio e de Tadeu hoje é de quantos reais?

PARTE 2: A TABUADA.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-3.

DESENVOLVIMENTO:

Entregue a cada aluno uma folha-tipo I-3 e peça que, em grupos, leiam, discutam e respondam às questões apresentadas. A seguir, faça uma discussão com a classe toda a respeito da propriedade comutativa da adição e da multiplicação bem como, da não verificação dessa propriedade para a subtração e para a divisão.

Peça aos alunos que verifiquem essa propriedade para adições como:

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{5}$ e) 0,7 + 1,3 = …..............

b) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$ d) 1,3 + 0,7 = …..............

PARTE 3: FACLITANDO O CÁLCULO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-3.

DESENVOLVIMENTO:

Peça aos alunos que em grupos, leiam discutam e respondam às questões da folha-tipo II-3.

Ao final das discussões, faça na lousa, uma síntese das propriedades até então estudadas. Ou seja:

- Propriedade comutativa da adição e da multiplicação.
- Propriedade associativa da adição e da multiplicação.
- Propriedade do elemento neutro para a adição e para a multiplicação.

PARTE 4: BRINCANDO COM A POTENCIAÇÃO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folhas-tipo III-3 e III-3a.

DESENVOLVIMENTO:

A partir das informações apresentadas nas folhas-tipo III-3 e III-3a, os alunos poderão constatar algumas propriedades da potenciação sem, no entanto, a necessidade de generalização. Trata-se apenas de um primeiro contato. A generalização será feita em atividades posteriores.

A tarefa poderá ser feita em grupos e depois discutidas com a classe toda. Se julgar necessário, proponha mais alguns exercícios.

FOLHA-TIPO I-3.

A TABUADA.

Lucinha esta na 3ª série e enfrentava muita dificuldade para decorar a tabuada da multiplicação. Porém, conversando com sua amiguinha, ela percebeu que essa tarefa não era tão difícil como pensava, pois, com base nas explicações da amiga, Lucinha recortou sua tabela que ficou assim reduzida:

2x2= 4							
3x2= 6	3x3= 9						
4x2= 8	4x3=12	4x4=16					
5x2=10	5x3=15	5x4=20	5x5=25				
6x2=12	6x3=18	6x4=24	6x5=30	6x6=36			
7x2=14	7x3=21	7x4=28	7x5=35	7x6=42	7x7=49		
8x2=16	8x3=24	8x4=32	8x5=40	8x6=48	8x7=56	8x8=64	
9x2=18	9x3=27	9x4=36	9x5=45	9x6=54	9x7=63	9x8=72	9x9=81

Responda:

Como era essa tabela antes que Lucinha a recortasse?

Que fatos da multiplicação foram retirados da tabela?

Você considera suficiente decorar apenas esses fatos da multiplicação? Por quê? Se Lucinha decorou apenas esses fatos, ela terá condições de responder qual é o resultado de 6 x 7? E 4 x 6?

- As explicações que a amiga de Lucinha deu a ela têm alguma coisa a ver com o que se costuma dizer que:

A ORDEM DOS FATOES NÃO ALTERA O PRODUTO?

Essa propriedade é a PROPRIEDADE COMUTATIVA DA MULTIPLICAÇÃO.

* A propriedade comutativa também pode ser verificada para a adição? E para a subtração? E para a divisão? Faça experiências antes de responder.

FOLHA-TIPO II-3

FACILITANDO OS CÁLCULOS.

Friedrich Carl Gauss, o grande matemático do século XVIII também teve seus dias como aluno. A respeito de sua infância, conta-se o seguinte episódio:

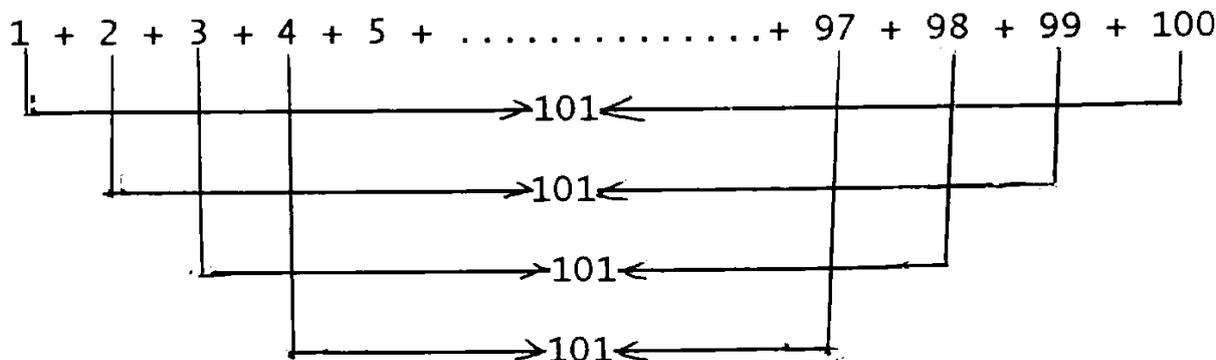
– Certo dia o professor de sua classe propôs o problema:

– Encontrar a soma dos números naturais da seqüência de 1 a 100, ou seja, calcular:

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + …............. + 97 + 98 + 98 + 99 + 100.

O professor imaginou que os alunos ficariam bom tempo fazendo a tarefa. No entanto, três minutos depois o pequeno Gauss com apenas 10 anos de idade diz:

"Professor, a soma é 5050".

E explicou como fez o cálculo tão rapidamente, mostrando o esquema:

E finalmente calculou: 50 x 101 = 5050

Analise com seus colegas o procedimento utilizado por Gauss e verifique se esse procedimento poderia ser aplicado para as seqüências a seguir:

a) 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23

b) 7, 9, 11, 13, 15, 19, 21

FOLHA-TIPO II-3a

FACILITANDO OS CÁLCULOS.

Mas não é só Gauss que associa convenientemente os números para facilitar os cálculos.

Quem, por exemplo, ao fazer as somas abaixo, não calcula primeiro 1 + 9?

E que as adições não procura os números que somam 10?

Ou ainda que em seqüências de multiplicações não efetuam primeiro aquelas que nos fornecem produtos que facilitam o cálculo dos produtos restantes?

Mas será que o resultado não muda? Podemos associar números da maneira que quisermos? O que você acha? Faça experiências.

As propriedades de que estamos falando chamam-se:

Propriedade associativa da adição.

Propriedade associativa da multiplicação.

Faça experiências e verifique se a subtração e a divisão também apresentam a propriedade associativa.

FOLHA-TIPO II – 3b

FACILITANDO OS CÁLCULOS

Dizemos que o número ZERO é elemento neutro da adição porque somado a qualquer número ou, qualquer número somado a ele, resulta o próprio número. Exemplo:

3 + 0 = 0 + 3 = 3

1/3 + 0 = 0 + 1/3 = 1/3

0 + 1,75 = 1,75 + 0 = 1,75

RESPONDA:

As demais operações também têm um elemento neutro?

Faça experiências antes de responder.

………………………………………………………………………………………………

Calcule mentalmente os resultados das expressões abaixo e indique para cada um, a(s) propriedade(s) que você utilizou.

a) 75 + 27 + 5

b) 0,5 + 3,4 ÷ 0,6 + 0,5

c) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

d) 5 + 900 + 1000 + 70 + 0

e) 8 x 15 x 2

f) $\frac{3}{4} \times 5 \times \frac{4}{3} \times 1$

g) 0,7 x 2 x 5

h) $\frac{5}{3} \times 1 \times \frac{4}{3}$

FOLHA-TIPO III-3

BRINCANDO COM A POTENCIAÇÃO.

Daniela faz suas experiências com a potenciação:

$2^1 = 2$	$3^1 = 3$
$2^2 = 2 . 2 = 4$	$3^2 = 3 . 3 = 9$
$2^3 = 2 . 2 . 2 = 8$	$3^3 = 3 . 3 . 3 = 27$
$2^4 = 2 . 2 . 2. 2 = 16$	$3^4 = 3 . 3 . 3 . 3 = 81$
$2^5 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 = 32$	$3^5 = 3 . 3 . 3 . 3 . 3 = 243$
$2^6 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 . 2 = 64$	…................................

Observe as seqüências de cálculos por Daniela e responda:

1. O que há em comum e o que há de diferente entre as linhas de cada uma das seqüências?

2. Sabendo-se que $2^5 = 32$, qual é a maneira mais prática de se obter o resultado de 2^6 ?

3. Pelos cálculos de Daniela temos que $3^2 = 9$ e que $3^3 = 37$. Então seria correto calcular:

$$3^2 = 9$$
$$\underline{3^3 = 27}$$
$$3^2 . 3^3 = 243 ?$$

4. Com base na conclusão anterior e, observando a 5ª coluna da segunda seqüência temos que:

3 . 3 = 3

Você concorda com essa igualdade? Tire suas dúvidas ou confira suas conclusões, estudando os casos abaixo:

a) $2^2 . 2^4 =$?	e) $3^1 . 3^2 =$?
b) $2^3 . 2^4 =$?	f) $3^2 . 3^2 =$?
c) $2^2 . 2^5 =$?	g) $3^2 . 3^4 =$?
d) $2^3 . 2^3 =$?	h) $3^3 . 3^4 =$?

FOLHA-TIPO III-3a

BRINCANDO COM A POTENCIAÇÃO.

A. Na folha anterior, você verificou que multiplicando potências de mesma base seus expoentes ficam somados e a base permanece a mesma:

$$3^4 . 3^3 = 3^{4+3} = 3^7$$

Observando as mesmas seqüências feitas por Daniela, poderemos constatar uma a propriedade também para a divisão de potências de mesma base.

Observe, por exemplo:

$2^5 = 32$ — compare essa igualdade com a 2ª linha da primeira

$2^3 = 8$ — seqüência de cálculos. O que você pode concluir

$2^5 : 2^3 = 4$ — a respeito?

Faça outros estudos para os casos a seguir:

a) $2^6 : 2^4 = ?$ d) $2^5 : 2^4 = ?$

b) $3^4 : 3^3 = ?$ e) $2^7 : 2^3 = ?$

c) $3^5 : 3^2 = ?$ f) $3^9 : 3^9 = ?$

B. Com base nas suas conclusões a respeito da multiplicação e divisão de potências com mesma base, complete as igualdades abaixo:

a) $7^5 : 7^2 =$ …....... b) $13^7 : 13^2 =$ ….......

c) $5^6 . 5^6 . 5^3 =$ …....... d) $4^3 . 4 . 4^5 . 4^7 =$ ….......

C. Discuta com seus colegas a seguinte afirmação:

Se $2^5 : 2^5 = 2^0$ e se $2^5 : 2^5 = 32 : 32 = 1$ então $2 = 1$

Faça a verificação para outros números.

ATIVIDADE 4: QUE NÚMEROS SÃO OS INTEIROS?

OBJETIVOS: Construir a noção de números inteiro.
Determinar somas algébricas.

PARTE 1: JOGO DO VAI-E-VEM.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-4, fichas coloridas, um dado convencional.

DESENVOLVIMENTO:

Divida a classe em grupos de 5 alunos e forneça a cada grupo uma folha-tipo I-4, um dado e 5 fichas de cores diferentes (uma para cada participante marcar seu lugar no tabuleiro).

Comente as regras do jogo com os alunos:

1. O jogo consta de três partidas.
2. Cada jogador lança o dado 1 vez por rodada.
3. Todos começam na flecha de partida e na primeira rodada, cada um anda tantas casas, quantas indicam os pontos obtidos no dado e para.
4. Na segunda e demais rodadas, estando numa casa branca, o jogador lança o dado e avança tantas casas quantas indicam os pontos obtidos; caso esteja numa casa escura, ele recua.
5. Ganha o jogo o jogador que atingir exatamente a CHEGADA em primeiro lugar (pode haver empate).

"Atingir exatamente a CHEGADA" significa, por exemplo, que se o jogador está na casa 26 e obtém 2, atinge exatamente a CHEGADA, mas se obtém 5, ele anda 27 – CHEGADA e volta 27 – 26 – 25.

6. A partida termina quando, numa determinada jogada a CHEGADA é atingida

pelo menos por um aluno. A classificação dos demais é feita de acordo com a proximidade da casa em que cada um se encontra em relação ao ponto de CHEGADA.

7. Os pontos obtidos pelos jogadores em cada partida são distribuídos do seguinte modo:

1º Colocado - 5 pontos ganhos
2º Colocado – 3 pontos ganhos
3º Colocado – 1 ponto ganho
4º Colocado – 1 ponto perdido
5º Colocado – 2 pontos perdidos

A seguir, coloque na lousa as tabelas I e II para que os alunos possam preenchê-las durante e ao final do jogo respectivamente.

TABELA I

	TOTAL DE PONTOS			
Aluno	1ª part.	2ª part.	3ª part.	TOTAL
TOTAL POR PARTIDA				

TABELA II

CLASSIFICAÇÃO FINAL NO GRUPO		
Lugar	Nome	Total de Pontos
TOTAL DO GRUPO		

Uma vez terminado o jogo e as tabelas, as seguintes questões podem ser colocadas para os grupos:

1. Em que casas um jogador não gosta de cair?
2. Qual o maior número de casas que um jogador pode avançar?
3. Estando na casa 7, o que é mais conveniente obter no dado?
4. Se um jogador esta na casa 12 e em duas jogadas obtém 0, o que significa ter +3 na quadrícula sombreada? E – 5? E zero?
5. Em que casa o jogador pode estar para ganhar o jogo com uma só jogada?
6. Um jogador esta na casa 20. O que deve obter no dado para atingir a CHEGADA em três jogadas, se:

a) Em todas elas, ele para em casa branca?

b) Em uma das três jogadas ele para numa casa escura?

7. É possível um jogador fazer três jogadas sucessivas e parar sempre em casa preta?
8. Um jogador esta no ponto de PARTIDA e em seis jogadas ele obtém 5, 1, 3, 4, 6, 2 pontos no dado:

a) Onde estará após essas seis jogadas?

b) Em que jogada avançou? Em quais recuou?

c) Ele avançou mais ou recuou mais? Quanto?

PARTE 2: QUEM GANHOU?

MATERIAL NECESSÁRIO: Tabelas II, preenchidas na parte 1.

DESENVOLVIMENTO:

A classe deverá permanecer dividida nos mesmo grupos da parte 1.

Exponha as Tabelas II de todos os grupos na lousa para que todos possam analisá-las

Algumas pequenas atividades podem ser propostas aos grupos:

1. Fazer uma classificação do desempenho dos grupos e outra geral de todos os alunos

2. Fazer um levantamento de quantos pontos o último colocado de cada grupo deveria fazer para alcançar o vencedor do grupo. O mesmo pode ser solicitado em relação à classificação geral.

3. Fazer uma exposição dos símbolos que os grupos eventualmente tenham criado para expressar pontos ganhos e perdidos, ao preencherem as tabelas. A seguir proponha aos alunos que discutam e escolham os símbolos mais convenientes.

4. Verificar o que ocorre com o total de pontos de um aluno se for suprimida uma partida em que obteve pontos ganhos ou se for suprimida uma partida em que obteve pontos perdidos.

5. Proponha para a classe o problema:

Se em partidas do VAI_E_VEM um aluno obtém os seguintes resultados:

5g, 2p, 1p, 2p, 3g, 1g, 1p, 1p, 2g

Onde:

g = pontos ganhos e p = pontos perdidos.

O que se pode concluir sobre:

a) quantas partidas ele ganhou?

b) quantos pontos ganhou e quantos perdeu nesse jogo?

c) qual o total de pontos desse aluno ao final do jogo?

6. Peça que analisem a possibilidade de um grupo apresentar a seguinte tabela no jogo do VAI-E-VEM e que classifiquem esses jogadores

Aluno	Total de pontos
Aldo	3 perdidos
Bernardo	1 perdido
Cleonice	5 perdidos
Diva	3 perdidos
Evandro	2 perdidos

COMENTÁRIOS:

A classificação dos grupos e a classificação geral levarão os alunos a observar que é possível um aluno ser o vencedor da classe embora seu grupo não o seja.

Para promover novas discussões é possível propor aos alunos mudanças nas regras do jogo. Se, por exemplo, for ampliado o número de partidas do jogo, a tabela da situação 6 é possível.

A comparação entre as regras desse jogo com as do campeonato paulista (ou brasileiro) de futebol, também dá margem a discussão bastante ricas no que se refere a adição de números inteiros.

PARTE 3: COMO ERAM AS TABELAS?

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Coloque na lousa as tabelas seguintes e explique aos alunos que elas mostram o resultado do jogo VAI-E-VEM de outra classe, mas foram danificadas e eles estão convidados a recuperá-las preenchendo o que falta.

Tabela III

Classificação	Nome	Total / jogados
1º	Zé	9g
2º	João	6g
	Dulce	5g
	Ruy	2g
	Maria	
Total do grupo		20g

Legenda

p	Pontos perdidos
g	Pontos ganhos

TABELA IV

Classificação	Nome	Total / jogados
	Roberto	9g
	Vinícius	7g
	Célia	
	Renato	5g
	Catarina	3g
Total do grupo		31g

TABELA V

Classificação	Nome	Total / jogados
	Leonardo	5g
	Olívia	
	Lucas	
	Ciro	4g
	Daniel	
Total do grupo		

Nesse grupo, três alunos empataram em 1º lugar e não houve 3º, 4º e 5º lugares.

Dê um tempo para que executem a tarefa, após o que algumas questões podem ser propostas.

- Todos preencheram as três tabelas?
- Foram constatados empates nas tabelas III e IV?
- Como seriam classificados esses grupos, tendo em vista o total de pontos de cada um?
- Entre os 15 jogadores dessas tabelas quais têm total só de pontos perdidos? Quanto eles podem ter obtidos em cada uma das três partidas para apresentar esse total?
- Invente possíveis pontos obtidos durante as três partidas para os jogadores da tabela III.

Nome	1ª partida	2ª partida	3ª partida	Total de pontos
Zé				+ 9
João				+ 6
Dulce				+ 5
Ruy				+ 2
Maria				-4

Legenda
+ pontos ganhos
- pontos perdidos

COMENTÁRIOS:

Propor aos alunos para pensar em casa:

Nas tabelas abaixo você vai encontrar os pontos obtidos por Mauro, Carlos e Maíta em cinco partidas de um jogo. Quem é o vencedor?

Legenda
- pontos perdidos
+ pontos ganhos

Mauro			Carlos			Maíta	
Partida	Pontos Obtidos		Partida	Pontos Obtidos		Partida	Pontos Obtidos
1ª	+ 2		1ª	- 3		1ª	+ 1
2ª	- 5		2ª	+ 2		2ª	+ 3
3ª	+ 8		3ª	+ 3		3ª	+ 2
4ª	- 2		4ª	+ 6		4ª	+ 4
5ª	- 3		5ª	- 7		5ª	- 12

Se Mauro pudesse invalidar o resultado de uma partida, para tentar ser o vencedor, qual partida escolheria?

E se fosse Carlos? E se fosse Maíta?

PARTE 4: CALCULANDO COM ERROS

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-4

DESENVOLVIMENTO:

Forneça a cada aluno uma folha-tipo II-4. Dê um tempo para que eles reconheçam e comentem sobre as cidades que aparecem no mapa.

A seguir, peça a eles que avaliem a olho nu a menor distância entre as cidades, no mapa, em número inteiro de centímetro e completem a primeira coluna da tabela.

Só depois eles medirão essas distâncias com a régua, para completar a segunda coluna da tabela.

Com essas duas distâncias (a estimada e a medida) eles irão calcular quanto erraram em cada caso (diferença entre as distâncias obtidas).

Combine com a classe que erros para mais serão indicados com o sinal + (positivo) e para menos com - (negativo).

Analisando as tabelas, algumas questões podem ser propostas aos alunos:

- Qual o significado de erro zero, numa das linhas?
- Você estimou mais para menos ou para mais ? Como observar isso na tabela ?
- Qual a distância real entre as cidades marcadas no mapa ?
- O que significa ter + 3 na quadrícula sombreada? E – 5 ? E zero?

Uma vez terminada essa discussão, proponha aos alunos o seguinte problema:

A tabela seguinte se refere às distâncias estimadas e medidas entre as cidades A, B, C e D, em outro mapa. Complete essa tabela:

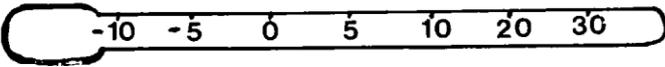
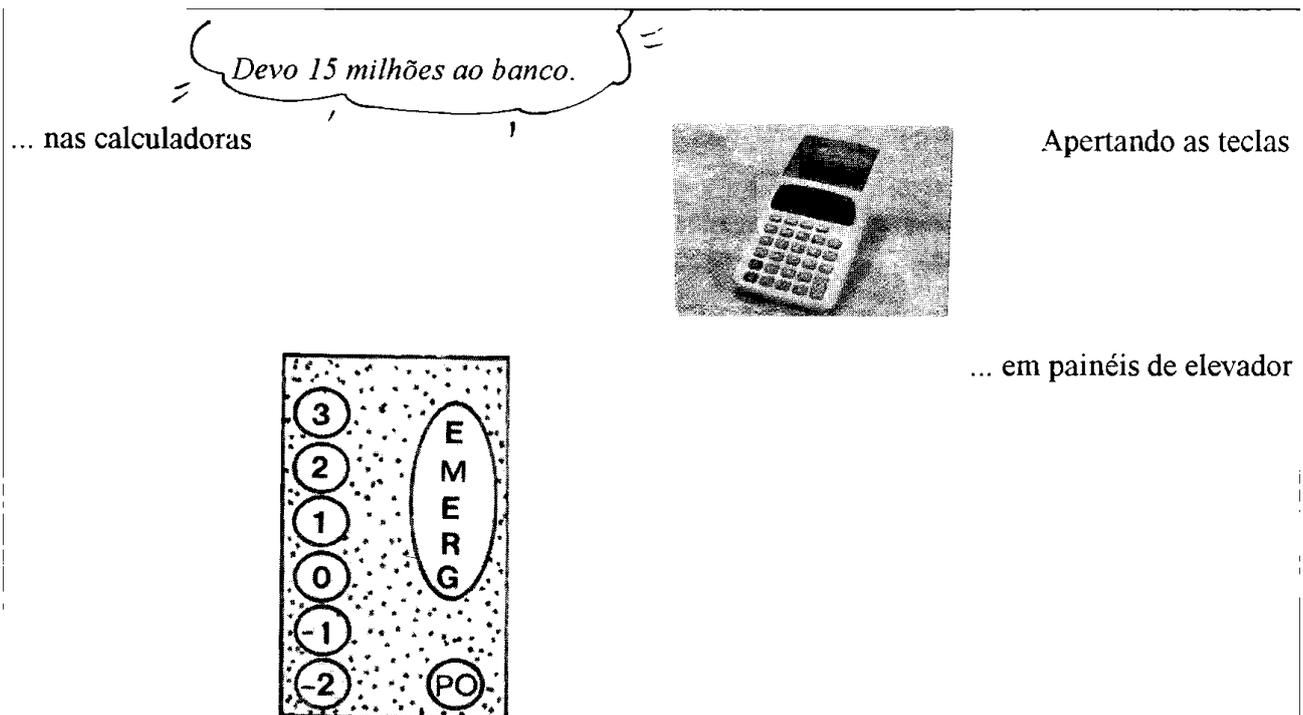
Cidades	Distância estimada	Distância medida	Erro
A - B	12	15	
D - C	7		+ 2
B - D		3	+ 1
C - A	12		-4
A - D		5	-1
B - C		18	+ 15
Totais			//////////////////////////////

COMENTÁRIOS:

Uma familiarização maior com números inteiros, proposta nesta atividade, pode ser complementada com a leitura do texto seguinte, cujo objetivo é mostrar a utilidade dos números negativos e um pouco de sua história.

... nas calculadoras

Apertando as teclas

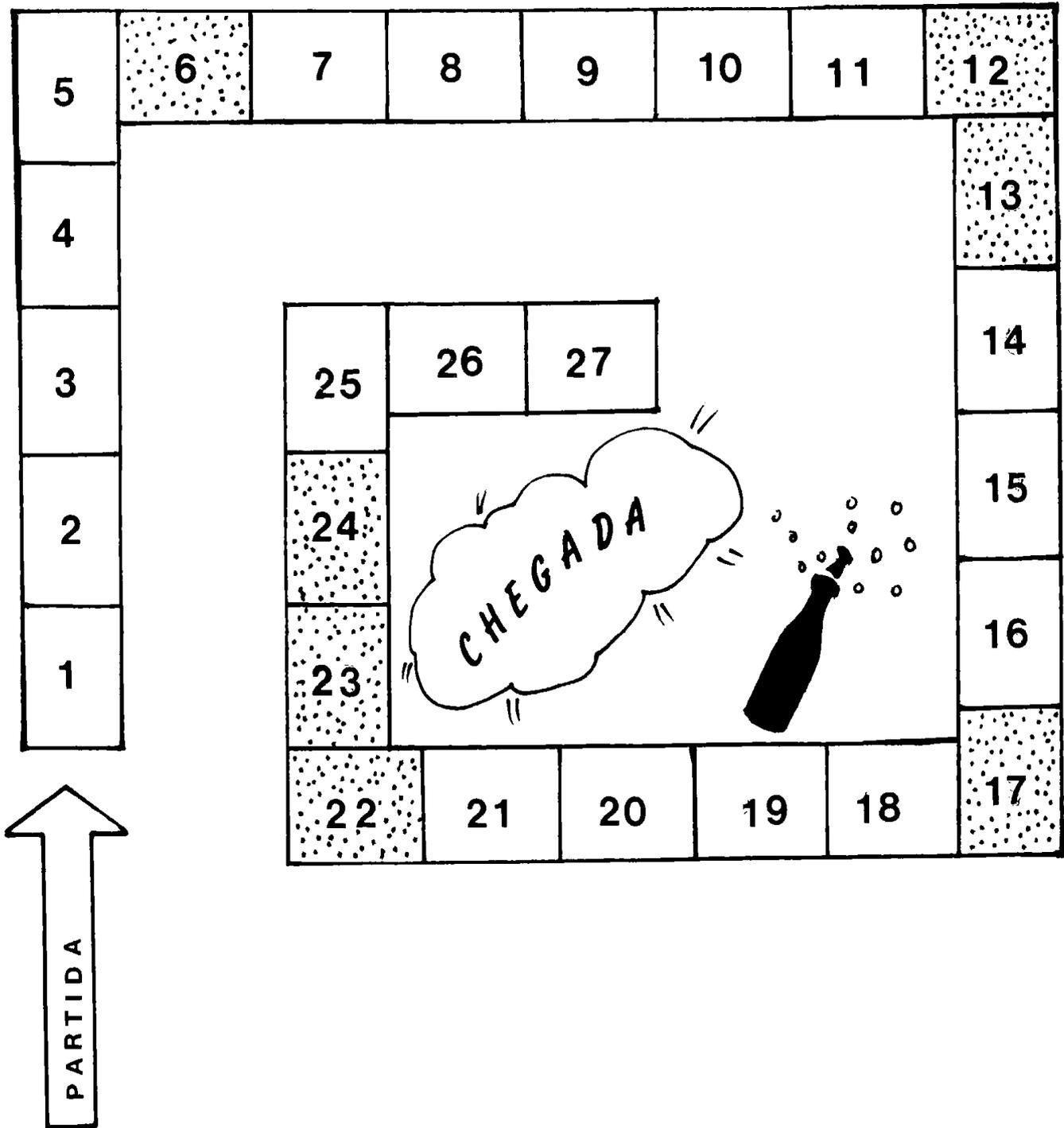
... em painéis de elevador

Nem sempre esses números foram tão bem aceitos pelos homens e nem tão utilizados como hoje em dia. A própria expressão " número negativo " tinha o significado de que se tratava de "não – número ", o que mostra as dificuldades pelas quais a humanidade passou para aceitá-los.

Muitos matemáticos do passado negavam a existência de tais números, que chamavam de <u>números absurdos</u> ou de <u>números falsos</u> .

Embora os matemáticos tenham utilizado e trabalhado com os números negativos com tranqüilidade e eficiência somente a partir do século XVII (um pouco mais de 100 anos depois do descobrimento do Brasil), houve um povo da antiguidade, cujos escritos se perderam, que aceitaram e sabiam operar com esses números; eram os babilônios (viveram na região onde hoje é o Iraque e norte do Irã, por volta do ano 2000 até 500 antes de Cristo).

Hoje em dia, as pessoas podem até não saber como somar ou multiplicar números negativos, mas conhecem muito bem seu significado: prejuízos, sub-solo, mais frio que gelo derretendo, dívidas, etc., etc., etc.

FOLHA-TIPO I-4

O JOGO DO VAI – E – VEM.

FOLHA-TIPO II-4

CALCULANDO COM ERROS

Cidades	Distância estimada (cm)	Distância medida (cm)	Erro
S. Paulo - Manaus			
Cuiabá - Salvador			
P. Alegre – S. Paulo			
Manaus – P. Alegre			
S. Paulo - Salvador			
Totais			

ATIVIDADE 5: REPRESENTAÇÃO E ORDENAÇÃO.

OBJETIVOS: Ordenar e representar geometricamente números inteiros.
Compreender o conceito de inverso aditivo e de módulo de um número inteiro.

PARTE 1: OS CAMINHOS DE MARCELO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-5.

DESENVOLVIMENTO:

Forneça a cada aluno uma folha-tipo I-5. Conte a eles que Marcelo mora numa vila e gosta de marcar as visitas que faz aos amigos, como esta feito na segunda-feira; peça a eles que completem o quadro.

Combine com os alunos que a distância entre duas casas vizinhas é de 1 unidade de comprimento e que no desenrolar da atividade passarão a identificar “unidades à direita” com “casas à direita”.

Dê um tempo para que eles executem a tarefa e analisem com seus colegas os caminhos percorridos por Marcelo em cada dia da Semana. Em seguida proponha a eles as seguintes questões:

1. Qual o significado que deram para + e - no quadro?

2. Em quantas casas Marcelo parou na terça-feira ? E na quinta-feira ? (A ponta da flecha indica as casas em que Marcelo parou).

3. Em que dia Marcelo se afastou mais de sua casa ao final do percurso? Quanto? Para direita ou para a esquerda?

4. Em que dia Marcelo andou mais? Quanto? Quando andou menos? Quanto?

5. O que ocorreu no domingo?

6. A que distância de sua casa Marcelo se encontrava ao final do percurso de cada dia da semana? Para a direita ou para a esquerda?

7. Quanto Marcelo andou em cada dia?

8. Se João mora três casas distante de Marcelo, marque a casa de João.

9. Onde moram Renato e Diana, se os caminhos percorridos por Marcelo, direto de sua casa para casa desses amigos, podem ser descritos por + 2 e – 2, respectivamente?

10. Quem mora mais longe de Marcelo: Renato, Diana ou João?

11. Quanto Marcelo anda para, saindo de sua casa, chegar à casa de Renato, passando pela casa de Diana e percorrendo o menor caminho possível?

COMENTÁRIOS:

É possível que os alunos associem (+) com <u>à direita</u> e (-) com <u>à esquerda</u>, caso contrário convencione isso com eles.

É possível também, que os alunos confundam a <u>posição</u> de Marcelo em relação à sua casa ao final de um percurso com a <u>distância percorrida</u> por ele nesse percurso, ou mesmo com a <u>distância que ele se encontra de sua casa</u> ao final do percurso. A contagem direta das unidades de comprimento percorridas no caminho todo (pergunta 7) poderão esclarecer a primeira confusão; quanto à segunda, eles deverão perceber que a distância que Marcelo se encontra de sua casa depende somente da quantidade de unidades entre o ponto inicial e final do caminho, enquanto que a posição depende também do sentido: à direita (+) ou à esquerda (-).

Quanto à casa de João, é desejável que os alunos apresentem dúvidas quanto à sua localização, pois nada foi dito sobre o sentido em que deveriam considerar as " 3 casa de distância". Eis aí, portanto, um problema com duas soluções.

As principais finalidades desta atividade são as de levar o aluno a identificar:

- o módulo de um número inteiro com sua "distância" ao zero, na reta numérica;
- a posição de um número na reta numérica em relação a um ponto referencial;
- a posição final de Marcelo em relação à sua casa em geral é diferente do comprimento do caminho percorrido por ele para atingir essa posição.

Aproveite esse momento para construir com a classe a reta numérica, comentando as convenções quanto à colocação dos números, quanto ao sentido, bem como a escolha de uma unidade de medida, que fica a critério de cada um.

PARTE 2: ONDE MORAM OS AMIGOS DE MARCELO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-5.

DESENVOLVIMENTO:

Peça aos alunos que retomem o quadro da folha-tipo I-5 e marquem as casas de outros amigos de Marcelo, além de Renato e Diana; para tanto, coloque na lousa as seguintes informações:

Haroldo = + 9	Tadeu = + 1
João = - 3	Vicente = + 3
Leonardo = - 5	Amélia = + 7
Catarina = + 6	Bertoldo = - 4
Paulo = + 4	Fernando = + 5
Olívia = - 1	Giordano = + 8

Posição em relação à casa de Marcelo

+ : à direita

- : à esquerda

Combine com os alunos que distâncias até a casa de Marcelo serão indicadas com duas barras, como por exemplo:

$| + 2 | =$ distancia 2

$| - 2 | =$ distancia 2

Depois de marcadas as casas dos amigos de Marcelo, os alunos poderão completar situações como:

a) A distância entre a cada de ________ e Marcelo é | + 5|.

b) A distância entre a casa de João e Marcelo é | |.

c) A distância entre a casa de ________ e Marcelo é 4.

A seguir, podem ser propostos aos alunos dois problemas:

Problema 1

Marcelo saiu de casa, visitou um amigo e em seguida foi para a casa de Diana. Invente três caminhos que ele possa ter feito para atingir a casa de Diana e represente-os numericamente.

Problema 2

Marcelo saiu de casa e percorreu uma distância de 4 unidades. Ao final estava na casa de quem?

COMENTÁRIOS:

Nesta atividade, os alunos poderão ser levados a:

- perceber que adições diferentes descrevem caminhos diferentes, mesmo que apresentem mesmo resultados;
- distinguir valor relativo e valor absoluto de um número inteiro.

As duas primeiras fase, desta atividade são preparatória para a resolução dos problemas 1 e 2.

Quanto ao Problema 1, trata-se de trabalhar várias adições de mesma soma, de modo que eles possam concluir que, por exemplo:

- caminhos descritos por +2 – 4 e – 4 +2 são diferentes.

- Os resultados de +2 – 4 e – 4 +2 são iguais e descrevem a posição de Marcelo ao final do percurso.

2 – 4 = - 4 + 2 = - 2 = 2casas à esquerda da de Marcelo, que é igual à casa de Diana.

Tanto no caminho + 2 – 4 como no - 4 + 2 Marcelo percorre uma distância de 6 unidades.

$$| + 2| + | - 4 | = 2 + 4 = 6$$

e

$$| - 4 | + | + 2 | = 4 + 2 = 6$$

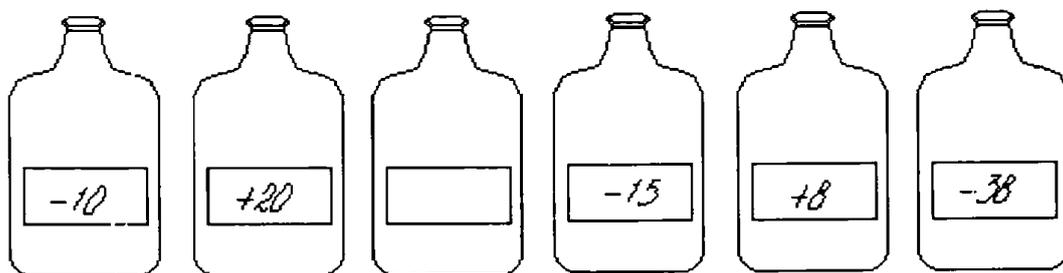
Quanto ao Problema 2 trata-se de “olhar” para o 4 como uma soma de valores absolutos. É um problema também com várias soluções.

PARTE 3: OS POTES DE BALAS.

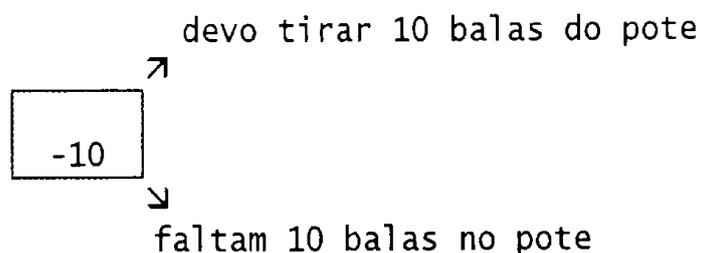
MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Proponha aos alunos a seguinte situação:

> Sr. Manoel tem, uma prateleira, vários potes de bala. Em todos eles deveria haver a mesma quantidade de balas: 200.
>
> Ele descobriu, no entanto, que isso não acontecia: em alguns Sobrava balas, em outros faltavam.

Dê um tempo para que os alunos compreendam a situação colocada e, a seguir, discuta com a classe:

- Quais os possíveis significados dos rótulos – 10 e + 20, ou do rótulo sem nada?

Várias interpretações podem ser dadas pelos alunos, como, por exemplo:

- Se o Sr. Manoel usou o sinal - para indicar que faltavam balas e o sinal + para indicar que sobravam balas, além das 200 que o pote deveria conter, então:

a) Em que pote há mais balas? E menos?

b) Quantas balas há em cada pote?

- O Sr. Manoel colocou algumas balas em alguns potes e registrou

a) Algum pote ficou com 200 balas?

b) Quais os potes que ficaram com mais de 200 balas? Quais ficaram com menos?

c) Substituir cada rótulo por um outro com apenas um número que represente essa nova situação de cada pote.

Solicite aos alunos que construam uma reta numérica e representem nela a situação final de cada pote, por pontos dessa reta, associando o zero à situação: pote com 200 balas.

Os alunos poderão comparar as quantidades nos rótulos com a posição dos pontos que as representem na reta, observando que se um pote A tem mais balas que outro pote B, então o ponto da reta que representa o número no rótulo de A esta à direita do ponto que representa o número no rótulo de B.

COMENTARIOS:

Nesta atividade, o objetivo é trabalhar com somas algébricas, tratando a adição e subtração integradamente.

PARTE 4: QUANTO MAIS QUENTE MELHOR.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Com antecedência, peça aos alunos que pesquisem e tragam informações sobre TERMÔMETRO. Quanto aos tipos e funções que desempenham. Socialize os resultados dessa procura com a classe.

Pergunte a eles o que entendem por temperatura, como se faz a leitura num termômetro clínico, ou em outro qualquer, que por ventura tenham trazido, e o que entendem por – 3 C.

A seguir, proponha à classe os seguintes problemas:

Problema 1

Num certo dia de julho deste ano, os serviços de meteorologia registraram as seguintes temperaturas:

Cidades	Temperatura
Buenos Aires	- 1º C
Calafat	- 18º C
Nova Iorque	+ 26º C
São Paulo	+ 10º C
Tóquio	+ 22º C

Nesse dia

a) Que cidade apresentou temperatura mais alta?
E a mais baixa?
b) Quanto a temperatura de Tóquio foi mais alta que a de São Paulo? De Buenos Aires? E de Calafat?
c) Quanto a temperatura de Calafat precisaria aumentar para se igualar à de Nova Iorque?

d) onde estava mais quente, em Buenos Aires ou Calafat?

No dia seguinte

e) que marca atingiu a temperatura de Calafat, se ela aumentou 6º C em relação ao dia anterior?

f) em que marca atingiu a temperatura de Buenos Aires se ela diminuiu 4º C em relação ao dia anterior?

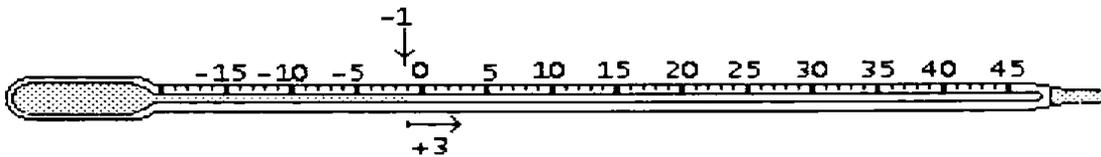
Problema 2

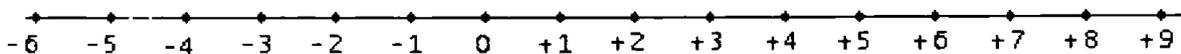
Buenos Aires estava a – 1º C e sofreu três mudanças de temperatura. Esse fato foi registrado:

- 1 + 3 + 4 – 15.

a) Descreva essas mudanças.

b) Que temperatura Buenos Aires apresentava ao final dessas mudanças?

c) Complete as flechas que representem as mudanças de temperatura que ocorreram em Buenos Aires.

Problema 3

Discuta que sinais são mais convenientes para completar as relações entre cada par de números, sendo > (maior que), < (menor que) ou = (igual), observando a reta numérica.

+6	______	+2	-3	______	-5	+2	______	-2
+6	______	-3	-5	______	-1	-7	______	+7
+6	______	-7	-5	______	+2	0	______	-4

COMENTÁRIOS:

Quanto à pesquisa sobre termômetros oriente aos alunos que poderão procurar em livros de ciências, de Física (termologia) Enciclopédias e congêneres. Entre as informações que trarão para a sala de aula a que mais interessa para esta atividade é o termômetro usado para medir temperatura de um local.

Na discussão inicial incentive-os a falar sobre onde e o que ouvem falar sobre temperatura. Previsões do tempo, estado febril ou experiências efetuadas nas aulas de Ciências são vivências interessantes para a apreensão do significado de temperatura acima ou abaixo de zero e mesmo da relatividade de zero na escala Celsius.

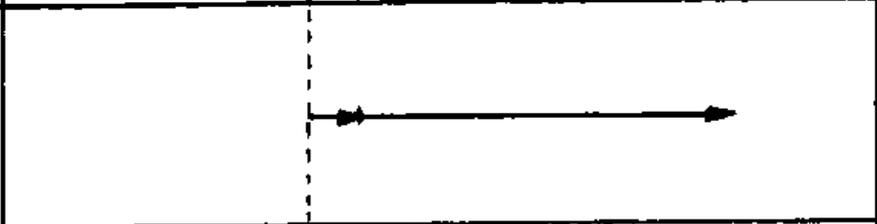
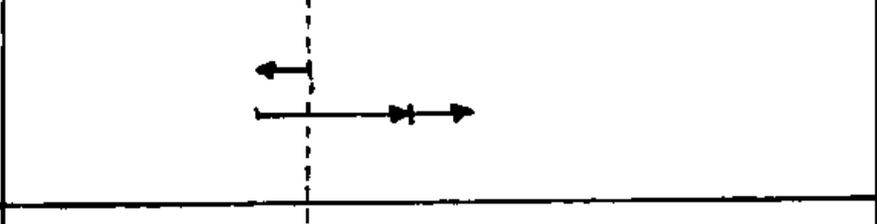
Entre os problemas 2 e 3 discutir com os alunos a equivalência entre as afirmações " … é temperatura mais alta que ..." e " … é temperatura maior que ...".

Após feito os três problemas, convém analisar com a classe:

- a reta numérica.
- Porque o sinal = não foi utilizado no Problema 3.
- que mudanças as respostas do Problema 3 sofreriam se fossem considerados os valores absolutos dos números.
- Uma possível classificação dos números inteiros em rês classes: a dos positivos, a dos negativos e a do zero.
- A infinitude dos números inteiros, que pode ser percebida na reta numérica, quando a prolongamos e marcamos à direita ou à esquerda um ponto a uma unidade de distância do último ponto assinalado.
- O fato de que cada número positivo é maior do que qualquer número negativo.
- Que o zero (nem positivo nem negativo) é menor que qualquer número positivo e é maior que todos os números negativos.

FOLHA-TIPO I-5

OS CAMINHOS DE MARCELO.

Dia da semana	casa de Marcelo ponto de partida	Descrição do caminho percorrido por Marcelo
Segunda		$-3+9$
Terça		
Quarta		$+3-5$
Quinta		
Sexta		$+2+3+4$
Sábado		$-1-3+1$
Domingo		$-4+4$

ATIVIDADE 6: MEDINDO ÂNGULOS.

OBJETIVOS: Reconhecer o grau como unidade de medida de ângulos.
Estabelecer as relações existentes entre o grau e seus sub-múltiplos.
Classificar ângulos quanto à medida e classificar os triângulos quanto às medidas de seus ângulos internos.

PARTE 1: O ÂNGULO RETO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Tesoura, compasso e palito de fósforo.

DESENVOLVIMENTO:

Peça aos alunos que recortem cinco círculos, dividindo-os em duas, quatro, oito, três e seis partes iguais, respectivamente.

Pergunte:

a) Em qual caso a região angular corresponde a um ângulo reto?

b) As regiões angulares obtidas nos círculos divididos em menos de quatro partes iguais são maiores ou menores que as regiões que correspondem a ângulos retos? Ao constatarem que são maiores, diga-lhes que assumiremos que os ângulos correspondentes a essa região são maiores que o ângulo reto e as regiões divididas em mais de quatro partes iguais correspondem a ângulos menores que o ângulo reto.

Solicite para identificarem

a) Objetos na sala de aula que tenham:

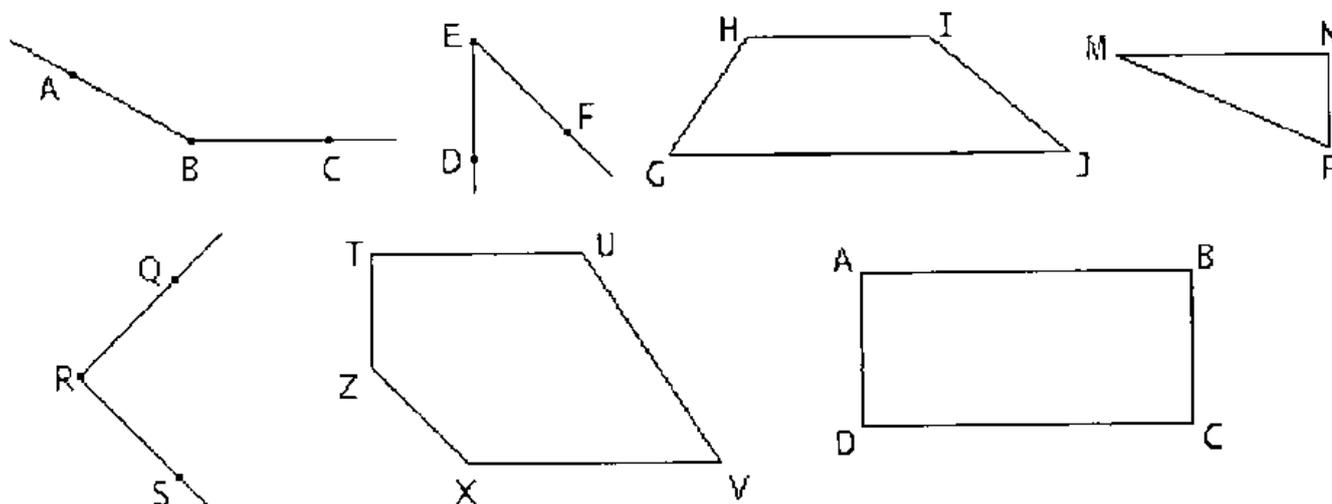
- Ângulos retos.
- Ângulos maiores que um ângulo reto.

- Ângulos menores que um ângulo reto.

b) Figuras geométricas, planas ou espaciais com Ângulos retos

Peça para construírem com palitos de fósforo e colarem sobre uma folha, três ângulos retos, em posições diferentes, um ângulo menor que o ângulo reto e um ângulo maior que o ângulo reto.

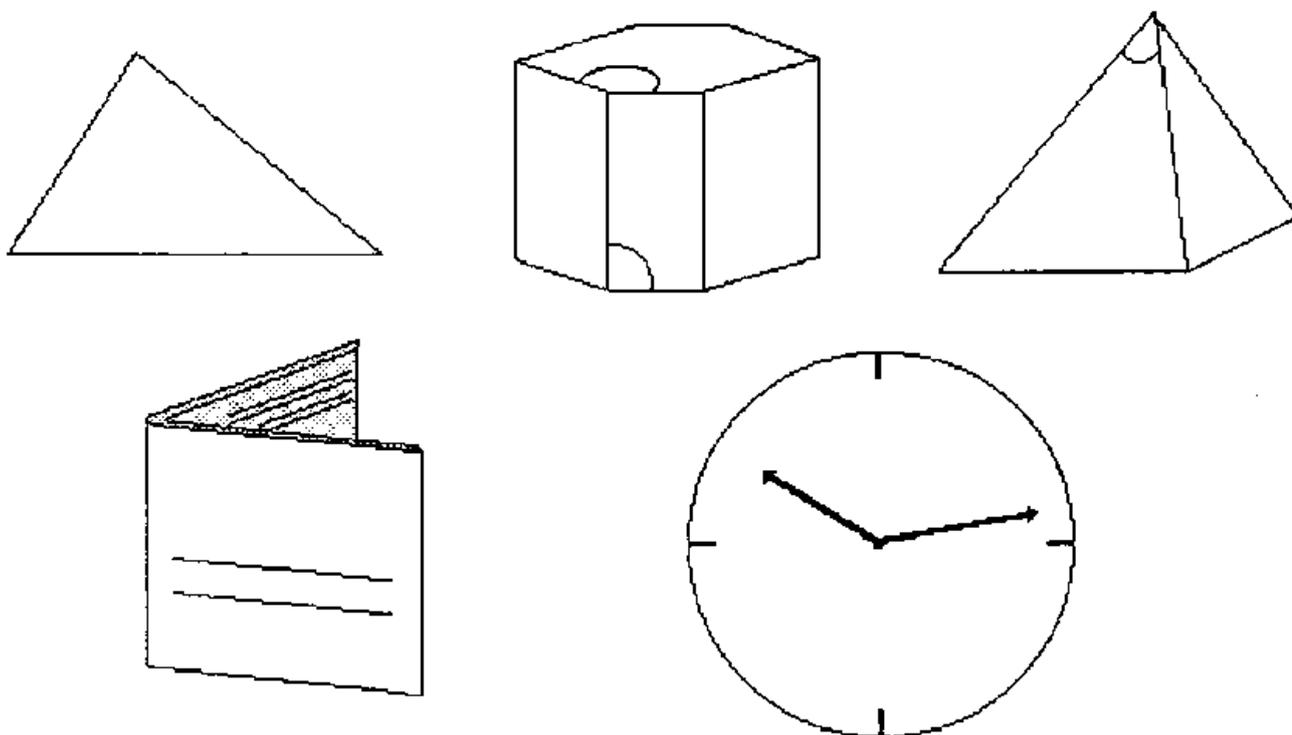
Diga-lhes que chamaremos de ângulos agudos os ângulos menores que o ângulo reto e ângulos obtusos os ângulos maiores que o ângulo reto.

Desenhe na lousa as figuras seguintes e usando um "canto" reto de papel, peça para identificarem, os ângulos agudos e os ângulos obtusos.

PARTE 2: O GRAU.

MATERIAL NECESSÁRIO: Disco de papel.

DESENVOLVIMENTO:

Do mesmo modo como foram introduzidas as unidades padronizadas de comprimento, ou de superfície, faça uma sondagem para saber como os alunos mediram os ângulos, por exemplo, encontrados em um triângulo, nas faces de um

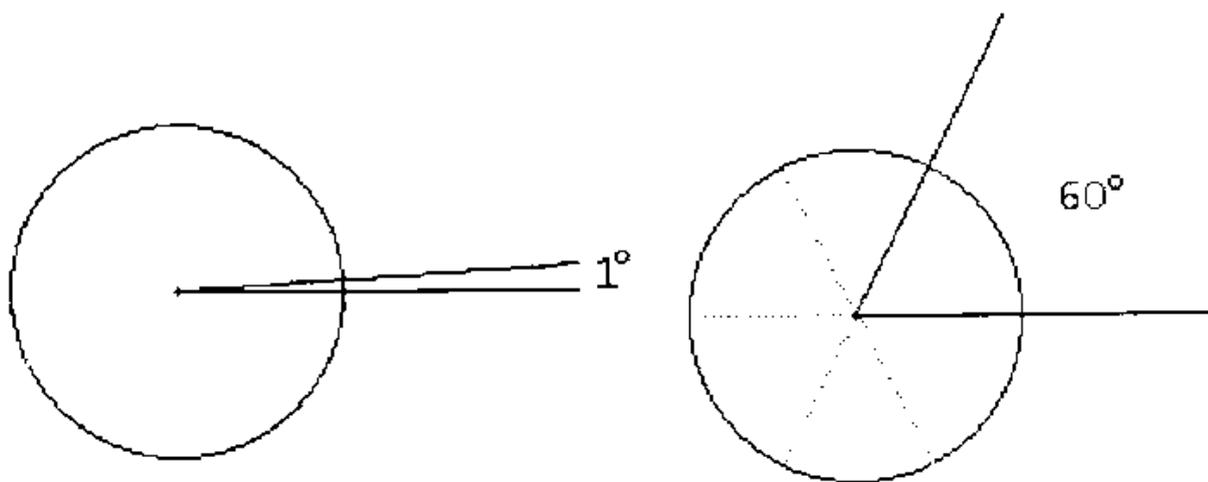
prisma, nas faces de uma pirâmide, ou o ângulo de abertura de um livro como na figura ou o ângulo formado pelos ponteiros de um relógio.

Após esta sondagem, registre na lousa as respostas dadas, acrescentando que para medir ângulos tomaremos como unidade uma das regiões angulares reapresentadas pelas dobraduras e que a medida do ângulo é o número de vezes que a unidade cabe na região angular correspondente ao ângulo a ser medido.

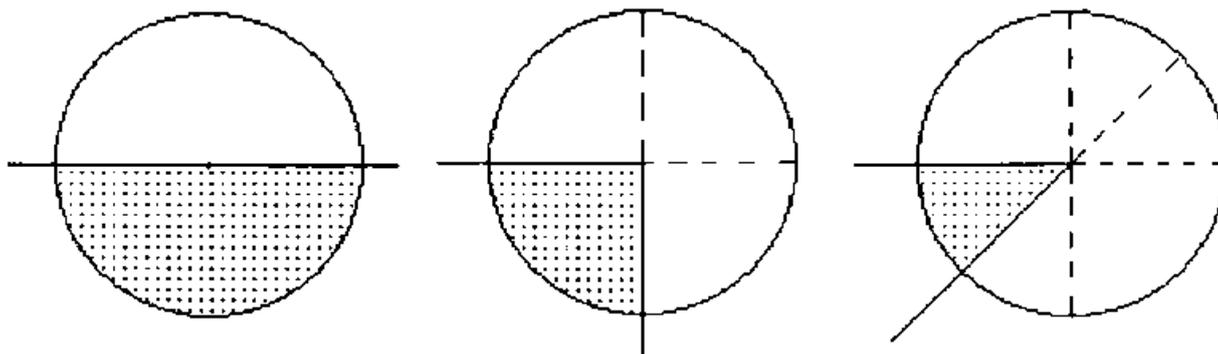
Utilizando diferentes regiões angulares como unidade, espera-se que os alunos percebam que a medida de um mesmo ângulo será representada por números diferentes dependendo da região angular que se considere como unidade. Em função da diversidade de respostas, a necessidade da utilização de um ângulo que sirva como

Unidade-padrão, é justificada, como meio de simplificar e facilitar a comunicação entre as pessoas.

Para introduzir uma unidade-padrão de medida de ângulos, informe que há entre nós, uma convenção que consiste em dividir o círculo em 360 partes iguais e denominar cada uma das partes de grau.

A origem do grau é de aproximadamente cinco mil anos antes de Cristo e está ligada à necessidade de contagem de tempo. Acredita-se que essa convenção decorre de uma crença dos antigos babilônicos de que o Sol girava em torno da Terra em órbita circular, realizando uma volta completa em 36º dias.

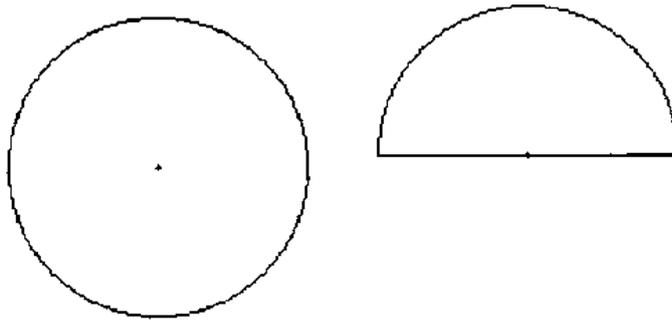
Um ângulo de um grau é aquele que quando colocado com seu vértice no centro de um círculo, corresponde a $\frac{1}{360}$ do círculo e a medida deste ângulo é denotado pelo símbolo 1º. Um ângulo de 60 graus corresponde a $\frac{1}{6}$ do círculo e é representado por 60º.

Levante as seguintes questões:

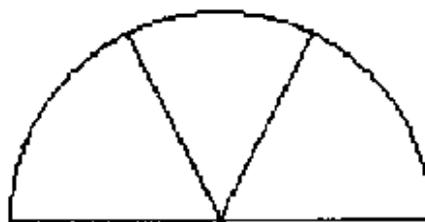
- Se 360º corresponde a um círculo inteiro, quantos graus correspondem a metade de um círculo? E a um quarto de círculo? E a um oitavo de círculo?

PARTE 3: CONFECCIONANDO UM TRANSFERIDOR.

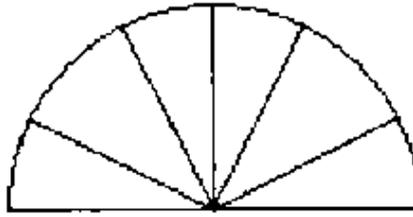
MATERIAL NECESSÁRIO: Compasso e Folha-tipo I-6.

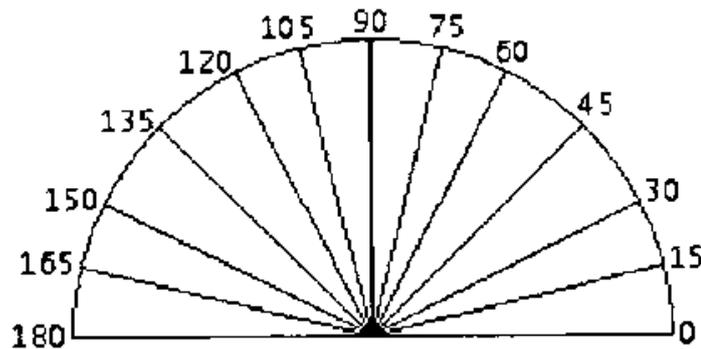
DESENVOLVIMENTO:

Diga que para medir comprimentos o instrumento mais utilizado na escola é a régua e que para medir ângulos eles irão confeccionar e conhecer um instrumento chamado transferidor.

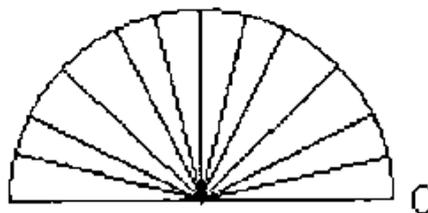
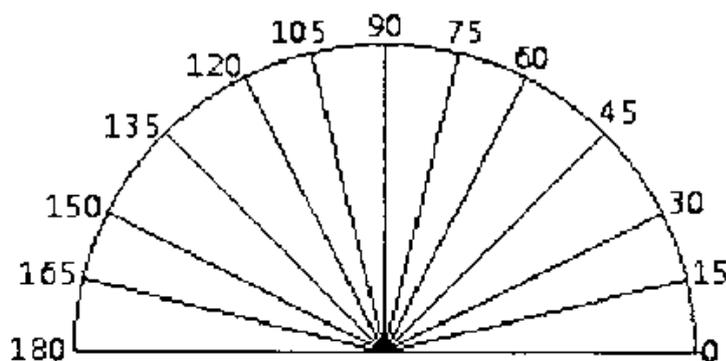
Divida a classe em duplas e solicite que cada dupla tenha um círculo de 5 cm de raio. Peça que recortem o círculo de modo que cada aluno fique com uma metade (ou seja, um semi-círculo).

Peça que sigam as instruções dadas, etapa por etapa.

1ª etapa: Usando dobraduras, por tentativa dividir o semi-circulo em 3 partes iguais, marcando as dobras.

Verifique se eles percebem que cada uma das partes corresponde a um ângulo de 60º.

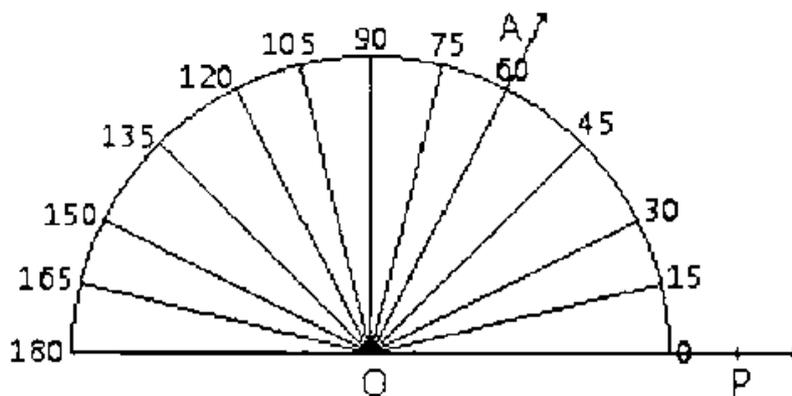
2ª etapa: Dividir ao meio cada uma das três partes.

Pergunte qual a medida de cada ângulo correspondente a cada uma das seis partes iguais.

3ª etapa: Dividir ao meio cada ângulo de 30º.

Pergunte qual a medida de cada ângulo correspondente a cada uma das 12 partes iguais, nesta etapa.

Feitas as marcas, diga-lhes que, como o transferidor é um instrumento de medida, é necessário fazer uma escala numérica que permita fazer uma leitura da medida de um ângulo.

4ª etapa: Marcar a origem da escala com 0, conforme a figura seguinte.

A partir desta origem, marcar os números que correspondem aos ângulos formados entre a origem e as marcas das dobras. Os números são: 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165, 180.

Convide-os a usar o transferidor confeccionado por eles, distribuindo uma folha-tipo I-6 para cada aluno.

Explique que para medir ângulos com o transferidor de papel é preciso sobrepor o transferidor ao ângulo de modo que o vértice do ângulo coincida com o centro do círculo e um dos lados do ângulo passe pela marca que indica 0º. Lê-se o número sobre o qual está o outro lado do ângulo.

Exemplo:

O ângulo AOP mede 60º

PARTE 4: USANDO UM TRANSFERIDOR DE PLÁSTICO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Transferidor e Folha-tipo II-6.

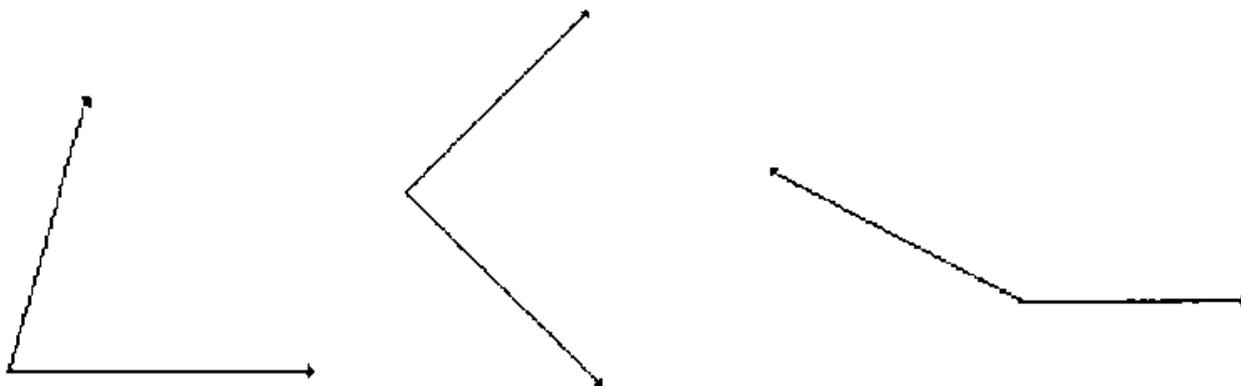
DESENVOLVIMENTO:

Verifique se a maioria dos alunos tem um transferidor de plástico. Distribua uma folha-tipo II-6, que vi abordar sobre o manuseio desse instrumento.

FOLHA TIPO I-6

CONFECCIONANDO UM TRANSFERIDOR.

Use o seu transferidor de papel para fazer esta atividade.

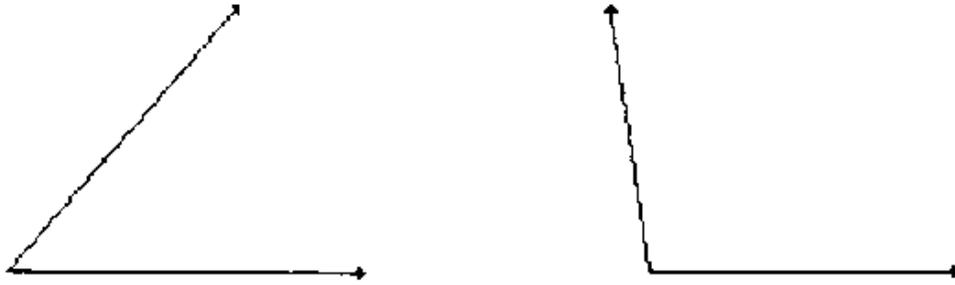
1) Meça os seguintes ângulos:

2) Desenhe uma semi-reta AB.

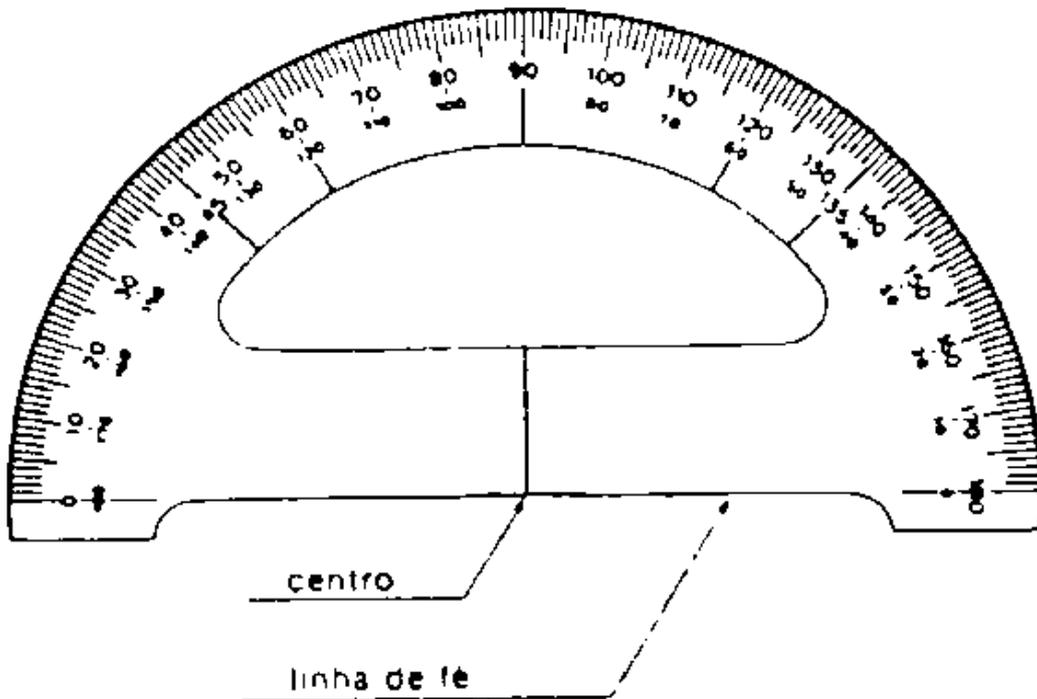
Coloque seu transferidor com o centro coincidindo com o ponto A e o raio do transferidor correspondente a zero na semi-reta AB. Marque na folha, com um ponto correspondente ao número 45 na escala do transferidor e represente este ponto por C. Tire o transferidor e desenhe a semi-reta AC. Você tem agora um ângulo BÂC. Qual é a sua medida?

Utilize o método descrito para desenhar ângulos de:

30º 75º 120º 135º

FOLHA-TIPO I-6a

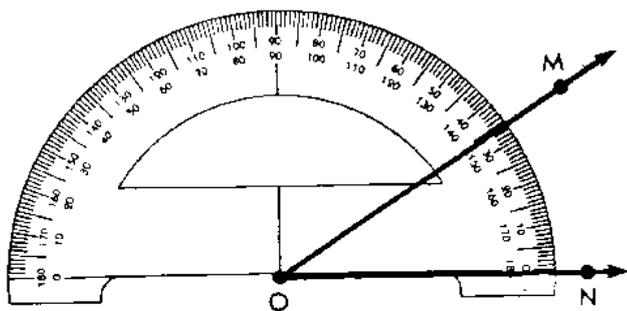
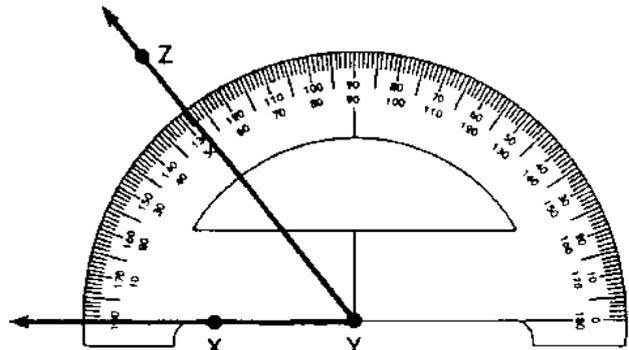
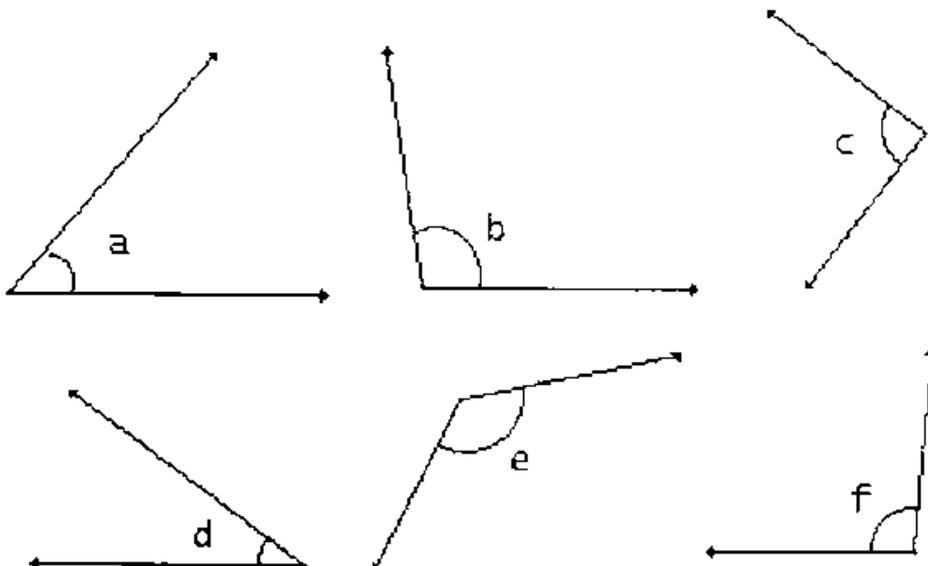
3) Quais as medidas dos ângulos seguintes:

Com o transferidor de papel, foi possível medir esses ângulos? Explique o que aconteceu.

Para resolver problemas como este, existe no comércio transferidores de plástico. Eles possuem marcas separadas de um em um grau.

Providencie um transferidor de plástico para a próxima aula.

FOLHA-TIPO II-6b

USANDO UM TRANSFERIDOR DE PLÁSTICO.

Para medir ângulos com um transferidor de plástico você sobrepõe o transferidor ao ângulo, de modo que o vértice do ângulo coincida com o centro do transferidor (que é o centro do semi-círculo). Um dos lados do ângulo passa pela marca 0 e lemos o número sobre o qual está o outro lado do ângulo.

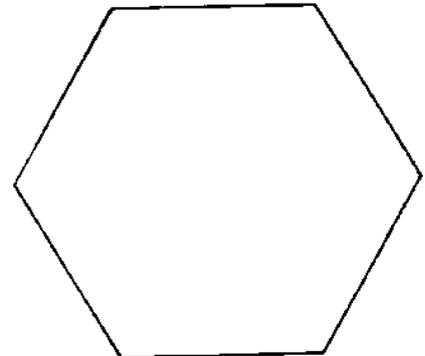
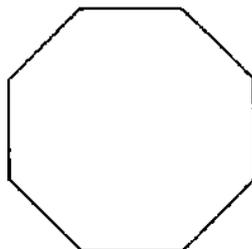
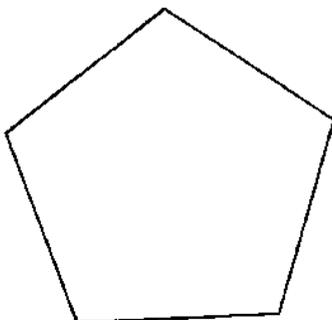
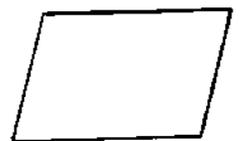
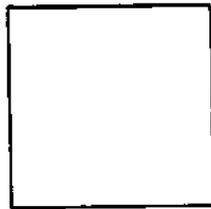
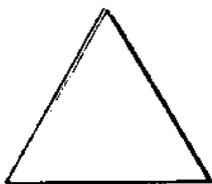
Alguns transferidores marcam simultaneamente duas escalas. Uma delas começa com o zero à direita e vai ate 180 à esquerda. A outra escala começa com zero à esquerda e vai até 180 à direita. Quando você lê a medida de um ângulo é preciso ler a mesma escala que mostra zero para um lado do ângulo.

1) Agora é com você. Primeiro, faça uma estimativa da medida dos ângulos seguintes e depois confira as estimativas feitas, usando o transferidor. Preencha a tabela.

FOLHA-TIPO II-6a

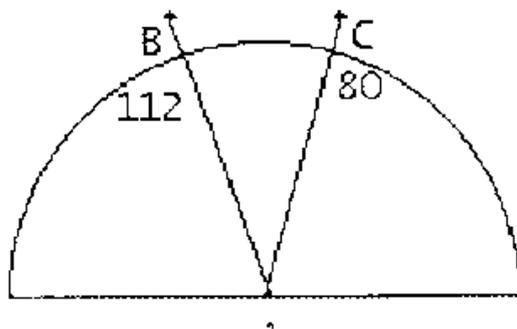
Ângulos	Estimativa	Medida com transferidor
â		
b		
c		
d		
ê		
f		

2) Tente desenhar ângulos dadas as suas medidas, com o auxílio do transferidor de plástico. Use o mesmo método para desenhar ângulos, descrito na folha-tipo I-6.

Desenhe um ângulo de:

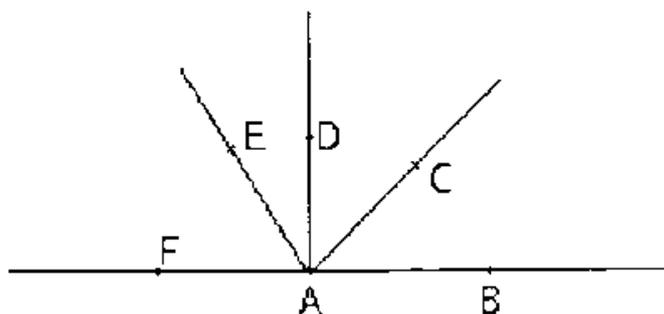
70º 82º 90º 143º 155º

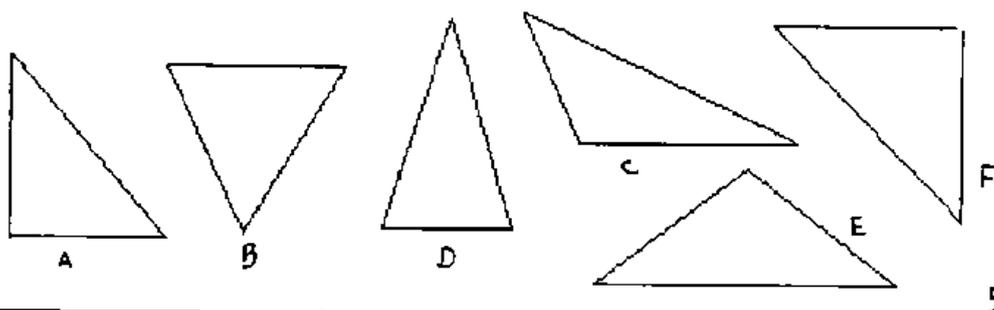
3) Meça todos os ângulos internos dos polígonos seguintes. Para cada um deles, calcule a soma de seus ângulos internos.

FOLHA-TIPO II-6b

4) Para medir o ângulo BÂC, Paulinho colocou o transferidor como mostra a figura, fez 112 – 80 = 32 e escreveu que o ângulo mede 32º. Verifique se a resposta de Paulinho esta correta.

5) Desenhe com o auxílio de régua e transferidor:

a) Um ângulo de medida maior que 1/3 de um ângulo reto.

b) Um ângulo de medida maior de 1/2 de um ângulo reto.

6) Na figura, indique todos os ângulos obtusos, agudos e retos que têm um de seus lados sobre a reta FB e vértice A.

7) Observe os triângulos e verifique quantos ângulos agudos, retos e obtusos tem cada um deles. Caso fique em dúvida quanto as medidas, use um transferidor para saná-la. Em seguida preencha a tabela.

FOLHA-TIPO II-6c

Triângulo	Número de ângulos retos	Números de ângulos agudos	Número de ângulos obtusos
A			
B			
C			
D			
E			
F			

Podemos classificar os triângulos quanto as medidas de seus ângulos internos em:

- Triângulo acutângulo tem os 3 ângulos agudos.
- Triângulo retângulo tem 1 ângulo reto.
- Triângulo obtusângulo tem 1 ângulo obtuso.

Destaque da tabela, os triângulos retângulos, os triângulos acutângulos e os triângulos obtusângulos.

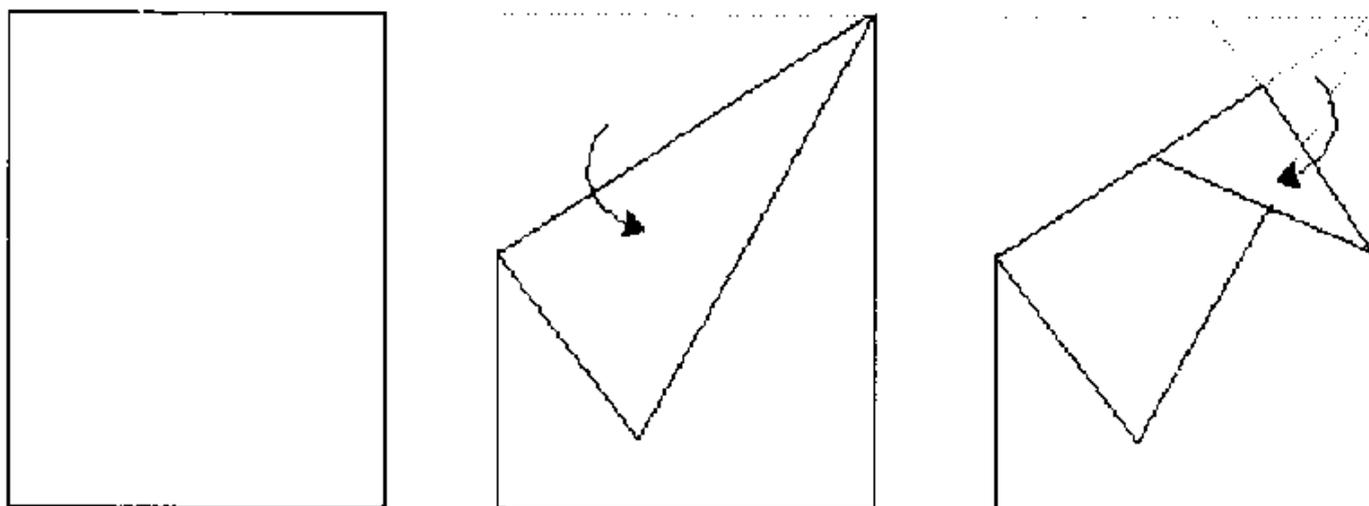
ATIVIDADE 7: PERPENDICULARISMO.

OBJETIVOS: Reconhecer que dois segmentos perpendiculares formam entre si um ângulo de 90º.
Identificar e nomear pares de segmentos perpendiculares existentes em configurações espaciais.
Identificar o perpendicularismo entre retas e planos.

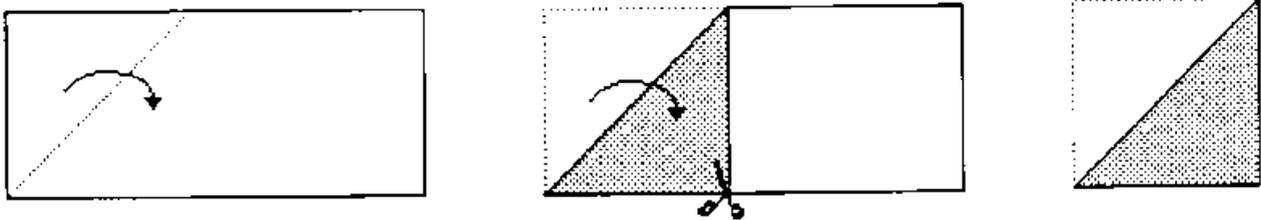
PARTE 1: IDENTIFICANDO SEGMENTOS PERPENDICULARES.

MATERIAL NECESSÁRIO: Papel espelho e Folha-tipo I-7.

DESENVOLVIMENTO:

Solicite aos alunos que peguem uma folha de papel, dobre-as uma vez e sobre o vinco obtido, tornem a dobrar a folha. Em seguida, peça que abram a folha e ressaltem em cores, os segmentos de retas representados pelos vincos. Pergunte o que eles observam sobre o ângulo formados por este segmentos.

Diga-lhes que os segmentos de reta que formam ângulos retos são chamados de segmentos perpendiculares.

A atividade pode prosseguir, fazendo-se uma terceira dobra sobre o segundo vinco. Indague à classe sobre a posição da 3ª dobra em relação a 1ª dobra e sobre a 3ª dobra em relação à 2ª dobra.

Diga-lhes que a partir do retângulo pode-se fazer quadrados por dobraduras e uma forma prática é dobrar construindo a diagonal do quadrado e recortando como indica a figura.

Desdobra-se o recorte e o quadrado está pronto.

Peça que dêem as medidas dos ângulos formados pela diagonal e um dos lados do quadrado e pergunte como o ângulo reto foi dividido pela diagonal.

O quadrado é uma figura básica para fazer, usando dobraduras, as mais variadas formas e objetos, tais como flores, animais. Convide-os a fazer uma caixinha, dobrando papéis.

Divida a classe em grupos e distribua uma folha-tipo I-7 para cada grupo.

PARTE 2: PERPENDICULARISMO ENTRE RETAS E PLANOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Esquadros, fita adesiva, barbante
Folha-tipo II-7.

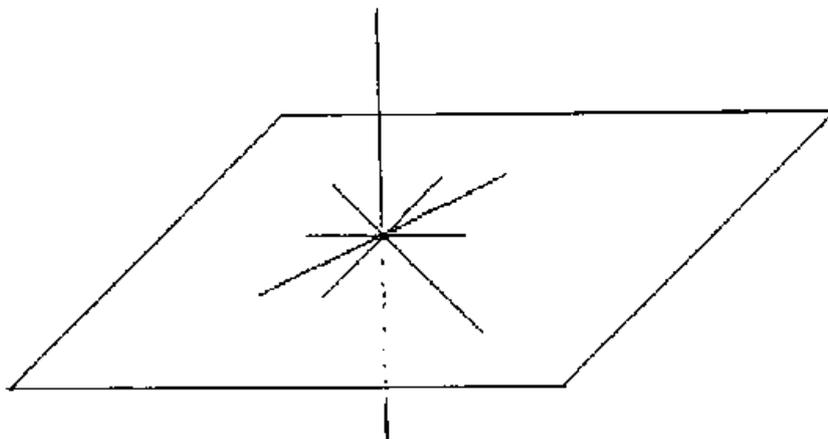
DESENVOLVIMENTO:

A aprendizagem da noção de perpendicularismo entre retas e planos, a nível de 1º grau, busca propiciar aos alunos experiências e vivências com situações que possam favorecer posteriormente a visualização de alturas de sólidos e outros conceitos ligados a Geografia, como orientação espacial e as Ciências Físicas, óptica e mecânica, por exemplo.

Para levar alunos a perceberem, de forma intuitiva quando um segmento é perpendicular a um plano peça para eles observarem alguns fatos como:

a) A posição da haste (ou fio) da lâmpada da sala de aula ou o lustre de uma casa em relação ao plano do teto.
b) A maneira de cravar estacas no solo, numa construção.
c) Fio de prumo de pedreiros.

Peça aos alunos que tracem, numa folha de papel, vários segmentos de reta que se cruzam num mesmo ponto e que a fixem na carteira, com fita adesiva.

Em seguida utilizando uma vareta, pergunta-lhes em que posição a colocariam em relação ao plano da folha de papel, para que ela seja perpendicular a este, no ponto onde os segmentos se cruzam.

Mantida esta posição da vareta, em relação ao plano da folha, solicite que verifiquem, usando um esquadro, a medida dos ângulos formados pela vareta com cada um dos segmentos de reta traçado na folha de papel.

Em seguida sugira que façam uma pequena inclinação na vareta e pergunte o que acontece com os ângulos formados pelos segmentos e pela vareta.

Se perceberem que os ângulos deixaram de ser retos, chame a atenção que há um caso em que a vareta forma com o segmento, um ângulo de 90º. Desafie-os a encontrar este ângulo.

Dando continuidade, peça que fixem a folha de papel no plano de uma parede da sala de aula e faça as mesmas perguntas anteriores.

Para finalizar, solicite que coloquem a folha de papel em planos inclinados em relação ao plano da carteira, por exemplo, apoiando um lado do livro sobre um estojo e o outro sobre a carteira. Peça que posicionem a vareta de modo a manter o perpendicularismo em relação ao plano da folha e verifiquem se a vareta é perpendicular a todos os segmentos que estão no plano da folha.

Uma situação que, também pode explorar intuitivamente a noção de perpendicularismo de retas e planos, é pedir para procurar o centro de gravidade de figuras planas, desenhadas em cartolina, como estamos propondo na folha-tipo II-9.

Divida a classe em grupos e distribua uma folha-tipo II-9 para cada grupo.

PARTE 3: ACHANDO AS ALTURAS DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Varetas de madeira, 2 metros de garrote usados nas aplicações de injeção.

DESENVOLVIMENTO:

Solicite aos alunos que representem alguns sólidos geométricos com varetas e cantoneiras, feitas de pedaços de garrote.

Para fazer as cantoneiras, corta-se pedaços de garrote de 2,5 cm aproximadamente. Cada cantoneira é formada de dois pedaços, um com um furo no meio, ao longo do comprimento e o outro sem furo. O pedaço sem furo atravessa o outro. Cada cantoneira tem 4 saídas, onde são colocadas as varetas.

Divida a classe em grupos e peça que montem, com estes materiais, alguns prismas e algumas pirâmides. Discuta com os alunos questões do tipo:

- Quais são as arestas deste prisma, perpendiculares ao plano da base? E se considerarmos uma outra face do prisma como sendo a base?
- Quais são as arestas, desta pirâmide, perpendiculares ao plano da base? E se considerarmos uma outra face da pirâmide como sendo a base?
- Qual a posição, desta vareta, para que ela fique perpendicular ao plano da base desta pirâmide?

Distribua também aos grupos cones e cilindros de cartolina e levante questões do tipo:

- Em que posição, pode-se colocar esta vareta, que esta passando pelo vértice do cone, para que ela fique perpendicular ao plano da base deste cone.
- Em que posição, pode-se colocar esta vareta, para que ela fique perpendicular ao plano da base deste cilindro?

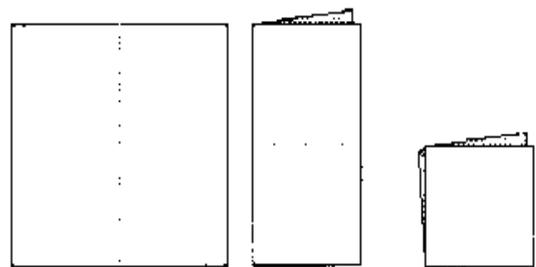
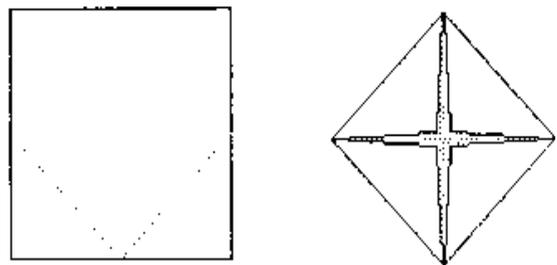
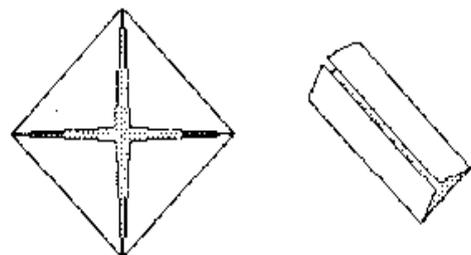
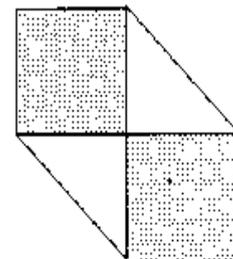
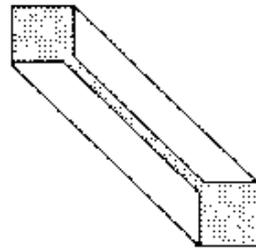
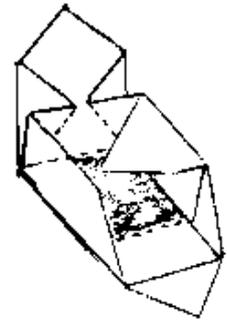
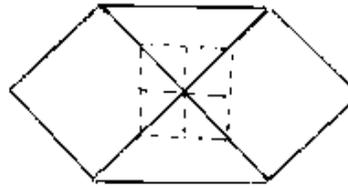
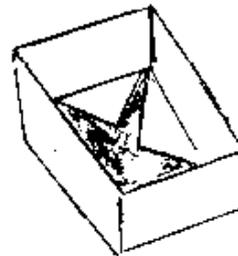
FOLHA-TIPO I-7

CAIXINHA DE PAPEL.

Você vai ter oportunidade de presentear a pessoa que mais gosta, com uma caixinha feita por você e para isso é preciso paciência e capricho.

MÃOS À OBRA

Para começar, construa um quadrado com um pedaço de papel espelho e siga as instruções seguintes:

1) Junte os lados paralelos, dobre em duas partes iguais e depois em quatro. Desdobre e verifique que obteve dois segmentos perpendiculares.

2) Dobre para frente, cada vértice do quadrado em direção ao centro. A figura obtida é um novo quadrado.

3) Dobre dois lados paralelos do novo quadrado, juntando-os no meio. Tem-se um retângulo. Marque bem os vincos.

4) Desdobre, conservando dois vértices do primeiro quadrado, no centro. A figura obtida tem 6 lados, é um hexágono

5) dobre dois lados paralelos do hexágono indicados na figura. Marque bem os vincos.

6) Desdobre e levante primeiro as duas faces laterais maiores da caixinha, deixando como base da caixa, o quadrado indicado na figura.

7) Em seguida, levante uma face lateral menor, procurando encaixá-la de forma que o vértice do quadrado inicial encontre os dois vértices que já estão no centro. Para finalizar, proceda da mesma maneira para formar a outra face lateral.

Se você tiver um pouco de paciência e vontade, faça uma tampa para a caixinha, usando um quadrado um pouquinho maior. Provavelmente a pessoa que receber o presente ficará muito feliz.

BOA SORTE!

FOLHA-TIPO II-7

BUSCANDO EQUILÍBRIO.

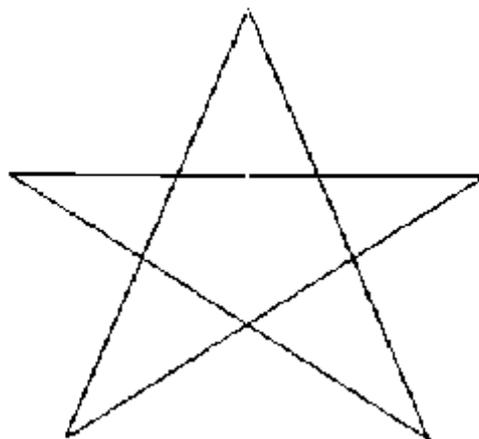
Toda figura tem um centro de gravidade, que é o ponto onde ela se equilibra.

Vocês vão tentar encontrar o ponto de equilíbrio de duas figuras planas: um triângulo e uma estrela.

Primeiro vocês vão desenhar, num pedaço de cartolina um triângulo bem grande e recortá-lo

Marquem os pontos médios de cada lado e tracem segmentos ligando os vértices dos triângulos aos pontos médios do lado oposto. Marquem o ponto onde os segmentos se encontram e façam um furo sobre esse ponto. Passem um pedaço de barbante com um nó em uma extremidade, soltem o triângulo e verifiquem se ele se equilibra.

Encontrando o centro de gravidade, observem se o barbante é perpendicular aos três segmentos que se cruzam no interior do triângulo.

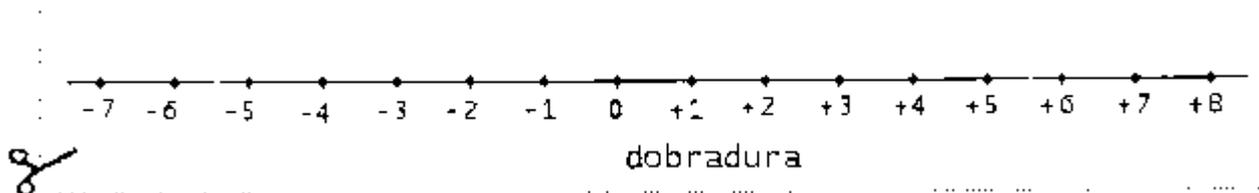
Agora vocês vão copiar num pedaço de cartolina a estrela seguinte e tentar achar o seu centro de gravidade.

ATIVIDADE 8: OPOSIÇÃO E SIMPLIFICAÇÃO.

OBJETIVOS: Identificar o oposto de um número inteiro.
Simplificar escritas aditivas.

PARTE 1: OS OPOSTOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Uma folha sulfite.

DESENVOLVIMENTO:

Peça aos alunos que representem uma reta numérica numa folha de sulfite, recortem e dobrem, na altura do zero, sobre ela mesma.

Em seguida, encaminhar uma discussão com as seguintes questões:

- Que números coincidem? (informe que esses números são denominados <u>opostos</u>)
- Por que os números que coincidem são +1 e – 1, +2 e – 2, +3 e – 3, e assim por diante?
- Qual o único número que coincide com ele mesmo?
- Qual é a soma dos números que coincidem?

- Como é o oposto de um número negativo? E de um número positivo?

Após essa discussão propor à classe o problema:

... se em vez de "dobrarmos a reta numérica no zero", dobrarmos no – 3, qual é a soma dos números que coincidem? E se dobrarmos no + 5? E se dobrarmos em qualquer outro número?

COMENTÁRIO:

Informe aos alunos que os números coincidentes, quando " dobramos a reta numérica" no zero, são denominados <u>opostos</u>. Eles deverão perceber que essa coincidência se deve ao fato de que as "distâncias" de um número e de seu oposto ao zero são iguais e por isso mesmo eles têm apenas os sinais diferentes.

Outra convenção que poderá ser feita com os alunos, nesse momento, é que o sinal (-) é um símbolo que significa <u>oposto de</u>, como por exemplo – (- 7) é <u>o oposto de – 7</u> ou <u>o oposto do oposto de 7</u> e assim – (- 7) é 7.

PARTE 2: OPOSTOS, PARÊNTESES - - - - E OUTROS BICHOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Coloque na lousa a tabela dos pontos obtidos por Paulo durante um jogo e peça a eles que determinem o total de pontos, utilizando escritas aditivas.

1ª partida:	- 2
2ª partida:	+ 5
3ª partida:	+ 4
4ª partida:	- 10
5ª partida:	+ 6
Total obtido por Paulo:	

Incentive os alunos a apresentarem diversos tipos de notações, como por exemplo:

$$(- 2) + (+ 5) + (+ 4) + (- 10) + (+ 6) \text{ ou } - 2 + 5 + 4 - 10 + 6$$

A seguir, informe a eles que outro jogador, Roberto, obteve em todas as partidas resultados opostos aos de Paulo e peça que façam uma tabela par Roberto e calculem o total de pontos.

Depois de prontas, coloque as duas tabelas na lousa, solicite aos alunos que comparem uma com a outra e concluam o que observaram.

Discuta com os alunos a equivalência das escritas:

$$(- 2) + (+ 5) + (+ 4) + (+ 10) + (+ 6) = + 3$$

ou

$$- 2 + 5 + 4 - 10 + 6 = + 3$$

para os pontos de Paulo é:

$$(+ 2) + (+ 5) + (+ 4) + (+ 10) + (+ 6) = - 3$$

ou

$$+ 2 – 5 – 4 + 10 – 6 = - 3$$

para os pontos de Roberto.

O objetivo principal desta atividade é levar o aluno a inferir que a soma dos opostos de um número inteiro é igual ao oposto da soma desses números, como por exemplo:

$$- (2 – 3 + 7) = - 2 + 3 – 7$$

ou

$$- [(+ 2) + (+ 3) + (+ 7)] = (- 2) + (+ 3) + (- 7)$$

PARTE 3: TRANSFORMANDO ADIÇÕES E SUBTRAÇÕES.

MATRIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-8.

DESENVOLVIMENTO:

Distribua uma folha-tipo I-8 a cada aluno. Dê um tempo para que eles a preencham. Em seguida discuta com a classe as soluções apresentadas.

A seguir, ponha na lousa as seguintes situações, para que os alunos simplifiquem os parênteses, fazendo o caminho inverso ao da folha-tipo I-8.

(+ 3) + (+ 11) = 3 + 11

(- 3) + (+ 11) =

(+ 3) + (- 11) =

(- 3) + (+ - 11) =

(+ 3) - (+ 11) = 3 – 11

(- 3) - (+ 11) =

(+ 3) - (- 11) =

(- 3) - (- 11) =

COMENTÁRIOS:

Simplificando escritas aditivas é o maior objetivo desta atividade.

Esta simplificação será efetuada a partir da compreensão das propriedades dos opostos, trabalhadas nas atividades anteriores.

PARTE 4: BRINCANDO COM ADIÇÕES.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-8.

DESENVOLVIMENTO:

Distribua para cada aluno uma folha-tipo II-8.

Depois de feita a tarefa solicitada, compare os resultados obtidos.

A partir da discussão das soluções propostas pelos alunos, convém chamar a atenção sobre as propriedades da adição dos números inteiros, que aparecem na folha.

Nesse primeiro momento, pretende-se que o aluno perceba que todas as propriedades válidas para a adição de números naturais (associar, comutar, a ordem das parcelas, inserir ou retirar parcelas nulas) continuam válidas para os números inteiro, com o acréscimo de mais uma propriedade: a do inverso aditivo (caso e).

PARTE 5: ONDE ESTÁ?

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo III-8.

DESENVOLVIMENTO:

Proponha à classe a seguinte situação:

Como você comunica por telefone a um colega
que ele deve levar para a escola uma folha,
com um ponto nela marcado, exatamente igual
a que você tem em mãos?

Incentive a argumentação dos alunos até chegarem a conclusão de que para localizar o ponto na folha com precisão eles necessitam, no mínimo, de duas medidas (que podem ser, por exemplo, as distâncias do ponto a duas margens do

papel, que se encontram).

Em seguida, distribua a cada aluno, uma folha-tipo III-5, explicando a eles que se trata do mapa da cidade Certinha, onde foram marcados alguns locais muito conhecidos pelos certinhenses, como por exemplo o Hospital que fica na segunda rua à <u>esquerda da ESTRADA</u> e ao mesmo tempo na sétima rua ao <u>norte do RIO</u>. Solicite aos alunos que descrevam a localização dos outros locais.

Depois de terminado este trabalho, coloque na lousa as diversas maneiras que utilizaram para fazer as localizações. Coloque em discussão as formas mais convenientes – pela concisão, pela representatividade, pela precisão, etc.

Caso não tenham utilizado os números inteiros convencione com a classe:

ao norte do RIO: + à esquerda da ESTRADA: +
ao sul do RIO: - à esquerda da ESTRADA: -

e peça a eles que reescrevam as localizações com esta convenção.

Um levantamento das soluções poderá mostrar escritas distintas para localizar um único local. Por exemplo:

- 4, - 3 ou - 3, - 4

localizando o BANCO.

Coloque em discussão se a troca dos números no par não influi na localização do BANCO. Comparando com a localização da PREFEITURA, poderão

concluir que é necessário convencionar qual dos dois números será escrito em primeiro lugar, para que a comunicação entre as pessoas seja garantida.

Termine a atividade propondo aos alunos que localizem no mapa as casas da seguinte moradores de CERTINHA.

Albano ______________ (+ 1, + 1)
Berenice _____________ (+ 1 , - 3)
Cícero _______________ (- 2 , + 2)
Durval _______________ (- 4, 0)
Élcio ________________ (0, - 4)

Quem mora à beira da ESTRADA? E a beira do RIO?

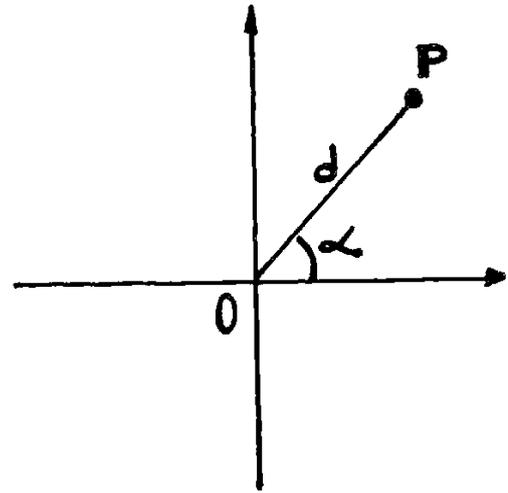
COMENTÁRIOS:

Com o objetivo desta atividade é o de localizar um ponto no plano, o problema inicial também poderia ser: descrever a localização de um aluno na sala de aula (“ Paulo senta-se na 3ª coluna a contar da janela e 4ª a contar da lousa”).

Esta atividade deverá levar alunos a perceber que:

- Para localizar um ponto no plano são necessárias duas medidas em relação a um sistema referencial que no caso desta atividade são dois eixos perpendiculares entre si.
- É preciso fazer algumas convenções para garantir a comunicação dos códigos utilizados às pessoas: quanto aos sinais e quanto à ordem dos números no par que descreve a localização do ponto.
- Cada ponto do plano tem um par de números que o representa e vice-versa.

Para o futuro, as duas medidas acima referidas podem ser ampliadas além das “ distâncias lineares” aos eixos: por exemplo uma medida pode ser a

distância **d** do ponto P à origem 0 dos eixos e a outra pode ser a medida do ângulo **α** que 0P forma com o eixo horizontal (contado do eixo para 0P.

FOLHA-TIPO I-8

TRANSFORMANDO.

Transforme cada expressão numa adição ou numa subtração equivalentes:

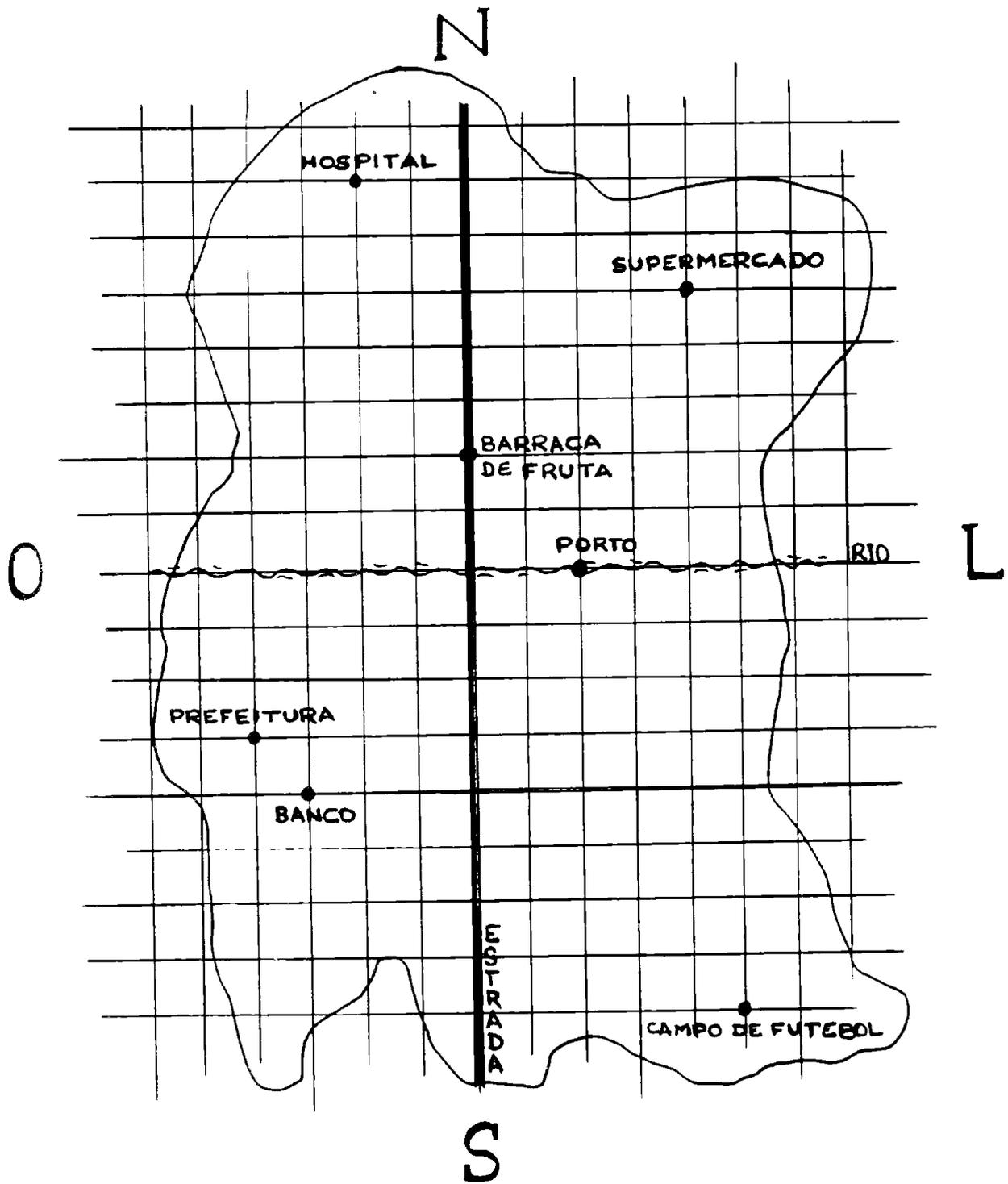
FOLHA-TIPO II-8

BRINCANDO COM ADIÇÕES.

Associe a cada expressão da direita todas as expressões da coluna à esquerda que apresentam mesmo valor da expressão dada.

Expressão dada	Expressão de mesmo valor
a)	(+2) - (- 5) 2 – 5 = - 5 + 2 (- 2) + (+ 5) (- 5) + (+ 2)
b)	- 4 + 2 3 + 4 (- 3) - (- 4) (+ 3) + (+ 4)
c)	(1 – 7) + (2 + 5) - 8 1 - (7 + 2) + (5 – 8) (+ 1) + [9 – 7) + (+ 2)] + [(+ 5) + (+ 8)] 1 - (7 – 2 – 5 + 8)
d)	- 7 + 0 + 4 - 7 – 0 + 4 - 7 + 4 + 0
e)	3 - 3 - (- 3 + 3) 0 - (3 + 3)

FOLHA-TIPO III-8

ONDE ESTA?

ATIVIDADE 9: MULTIPLICANDO E DIVIDINDO.

OBJETIVOS: Multiplicar e dividir números inteiros.
Calcular potências de números inteiros com expoente natural.

PARTE 1: SOMAR PARA MULTIPLICAR.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-9

DESENVOLVIMENTO:

Divida a classe em pequenos grupos e forneça a cada aluno uma folha-tipo I-9.

Uma vez terminada a tarefa, discuta com a classe as soluções, enfatizando que:

- Os números positivos podem ser escritos sem seu sinal, pois se comportam como os naturais.
- A multiplicação de números inteiros deve manter a propriedade comutativa (que já conhecem para a multiplicação de naturais)

Faça uma síntese das multiplicações já efetuadas. Até o momento, multiplicaram números inteiros positivos ou números de sinais contrários, baseados em três fatos:

- Os inteiros positivos são os naturais.
- A multiplicação pode ser encarada como uma adição de parcelas iguais.
- A multiplicação tem propriedade comutativa.

É possível que surja a pergunta:

"   e para multiplicar – 3 por – 27 ".

uma vez que a interpretação da multiplicação como adição de parcelas iguais, nesse caso, não tem sentido. Proponha nesse momento a próxima atividade.

PARTE 2: O QUE DÁ NEGATIVO POR NEGATIVO?

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Ponha na lousa as tabuadas do 3 e do – 3 e peça para os alunos completarem, observando o que ocorre com os resultados. Explique a eles que as flechas indicam o comportamento dos resultados

x	3	
5		-3
4		...
3		...
2		
1		
0		
-1		
-2		
-3		
-4		
-5		

x	-3	
5		+3
4		...
3		...
2		
1		
0		
-1		
-2		
-3		
-4		
-5		

Observando a regularidade da tabela, eles poderão inferir os resultados da metade inferior da tabuada do – 3, somando 3 ao resultado imediatamente acima, visto que essas multiplicações ainda são desconhecidas dos alunos. Chame a atenção sobre essas “novas” multiplicações. Acrescente esse novo fato à síntese feita na atividade anterior.

Nenhuma regra deve ser imposta aos alunos. Se elas surgiram, bem; caso contrário, a compreensão do que estão fazendo deve garantir um desempenho adequado e correto por partes deles.

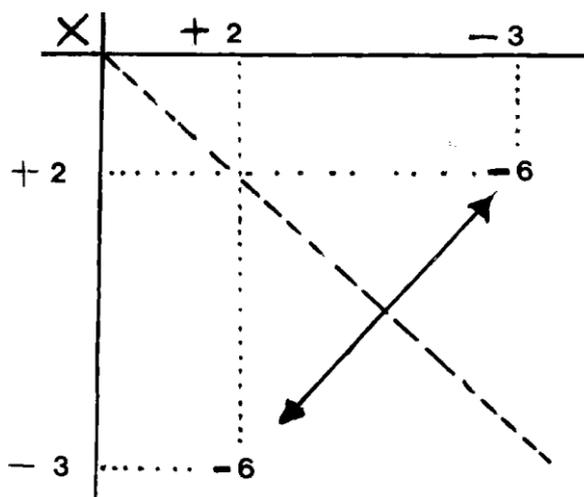
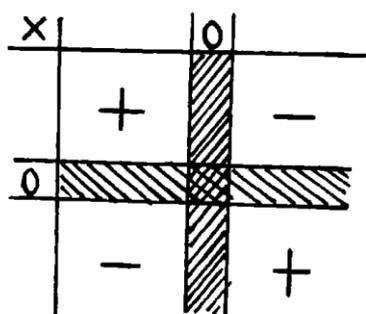
A seguir, convide os alunos a completarem a seguinte tábua de multiplicação de alguns números inteiros, observando, mais uma vez a regularidades que nela ocorrem (combine com eles que as multiplicações serão feitas na ordem indicada pela flecha).

×	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
+5											
+4				8						-16	
+3					3						
+2		8			2						
+1					1						
0											
-1							1	2	3		
-2							2			8	
-3							3				
-4		-16						8			
-5											

Um exame dessa tabela poderá levá-los a perceber que:

– Todas as quadrículas da linha e coluna do 0 (zero) foram preenchidas com 0 (zero) e só elas.

– A coluna e a linha do 0 (zero) dividem a tábua em 4 regiões simétricas em relação ao centro, tanto no que se refere aos sinais, quanto aos valores absolutos.

–

– A tabela também é simétrica em relação à sua diagonal secundária; solicite a eles algum tipo de explicação para este fato;

– A linha e a coluna do 1 são iguais à linha e à coluna dos fatores. Alguma justificativa poderá ser dada pelos alunos, comparando essa propriedade com a do elemento neutro da multiplicação de naturais.

PARTE 3: AS ESCADAS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-9
Calculadora simples.

DESENVOLVIMENTO:

Divida a classe em grupos de 4 alunos; forneça a cada um a folha-tipo IV-6.

Peça aos alunos que completem as etiquetas ao pé das escadas, (dizendo o que ocorreu para passar de um degrau para o vizinho mais próximo), bem como os degraus que estão em branco.

Informe a eles que, em cada escada, a passagem de um degrau para o vizinho se faz sempre do mesmo jeito se só subirmos (ou se só descermos).

COMENTÁRIOS:

É possível que os alunos apresentem soluções diversas: " para subir, multiplico" sucessivamente por um mesmo número, "para descer, divido" ou vice-versa. O importante é pensar na divisão intimamente ligada à multiplicação, nesse momento.

Poderão observar também que para subir (ou descer) um, dois ou três degraus sucessivos, basta multiplicar (ou dividir) por um número uma, duas ou três vezes. As escadas g) e h) são as mais difíceis, uma vez que o número que deverão descobrir é tal que, se o chamarmos de **n,** teremos em **g**:

$$12 \cdot n \cdot n = 192$$

e em h:

$$-108 : n : n : n = 4,$$

o que recai em equação do 2º e 3º graus. Entretanto a proposta não é para que eles resolvam algebricamente, mas sim que experimentem divisões e multiplicações para encontrar os números 4 ou – 4 em g e – 3 em h.

Outra observação é que para multiplicar ou dividir sucessivas vezes por um mesmo número negativo, os resultados têm sinais alternados, como na escada c, por exemplo.

PARTE 4: AS ESCADAS ESPECIAIS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo III-9.

DESENVOLVIMENTO

Distribua uma folha-tipo V-6 para cada aluno.

Solicite a eles que numere os degraus das escadas, de baixo para cima. A seguir eles deverão preencher os degraus, de acordo com a ordem dada nas etiquetas, como por exemplo:

X (+ 2)	para subir um degrau multiplique o anterior por + 2.

Observando as escadas e as etiquetas, os alunos deverão perceber o que elas têm em comum.

Uma vez terminado esse trabalho, peça aos alunos que representem os seguinte degraus, por meio de uma escrita multiplicativa, como no exemplo a:

5º degrau da escada a) : (+ 2) x (+ 2) x (+ 2) x (+ 2) x (+ 2) = 32

2º degrau da escada b) : ____

3º degrau da escada c) : ____

4º degrau da escada d) : ____

8º degrau da escada a) : ____

25º degrau da escada c) : ______________________________________

1º degrau da escada a) : ______________________________________

Coloque em discussão o que essas multiplicações têm em comum.

Peça aos alunos para inventarem uma forma de representar todos esses produtos de maneira mais abreviada. A seguir, faça um levantamento das sugestões, socialize-as entre a classe, para que analisem quais as representações mais significativas, convenientes e concisas.

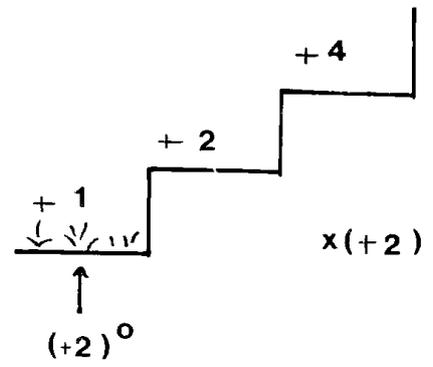
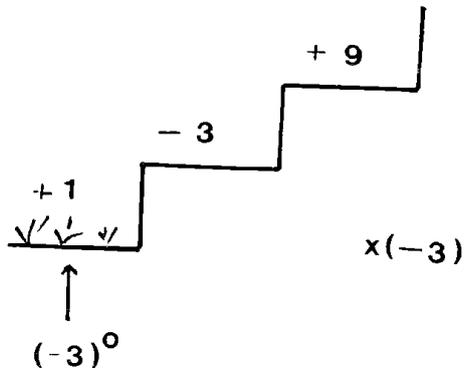
Caso não surja a representação exponencial, informe aos alunos, que a notação $(+ 2)^5$, por exemplo, é mundialmente aceita como abreviação de:

$$(+ 2) \times (+ 2) \times (+ 2) \times (+ 2) \times (+ 2).$$

Solicite a eles então que escrevam cada multiplicação anterior na forma exponencial.

A seguir, eles poderão ser convidados a inventarem outras escadas com a mesma características (o fator multiplicativo para subir é igual ao primeiro degrau). Peça que determinem o terceiro degrau e o represente por uma escrita multiplicativa e outra exponencial.

Combine com os alunos que o solo (antes do primeiro degrau) será chamado de degrau zero. Assim, solicite a eles que determinem o valor do degrau de cada escada da folha-tipo III-9 e das escadas inventadas por eles. Eles perceberão que em todas elas o degrau zero vale 1 (essa percepção deverá estar baseada no fato de que o degrau abaixo do primeiro deve ser tal que multiplicado pelo fator de subida dá o resultado do primeiro degrau). Incentive-os a escreverem o degrau zero por meio de

uma escrita exponencial, como por exemplo:

FOLHA-TIPO I-9

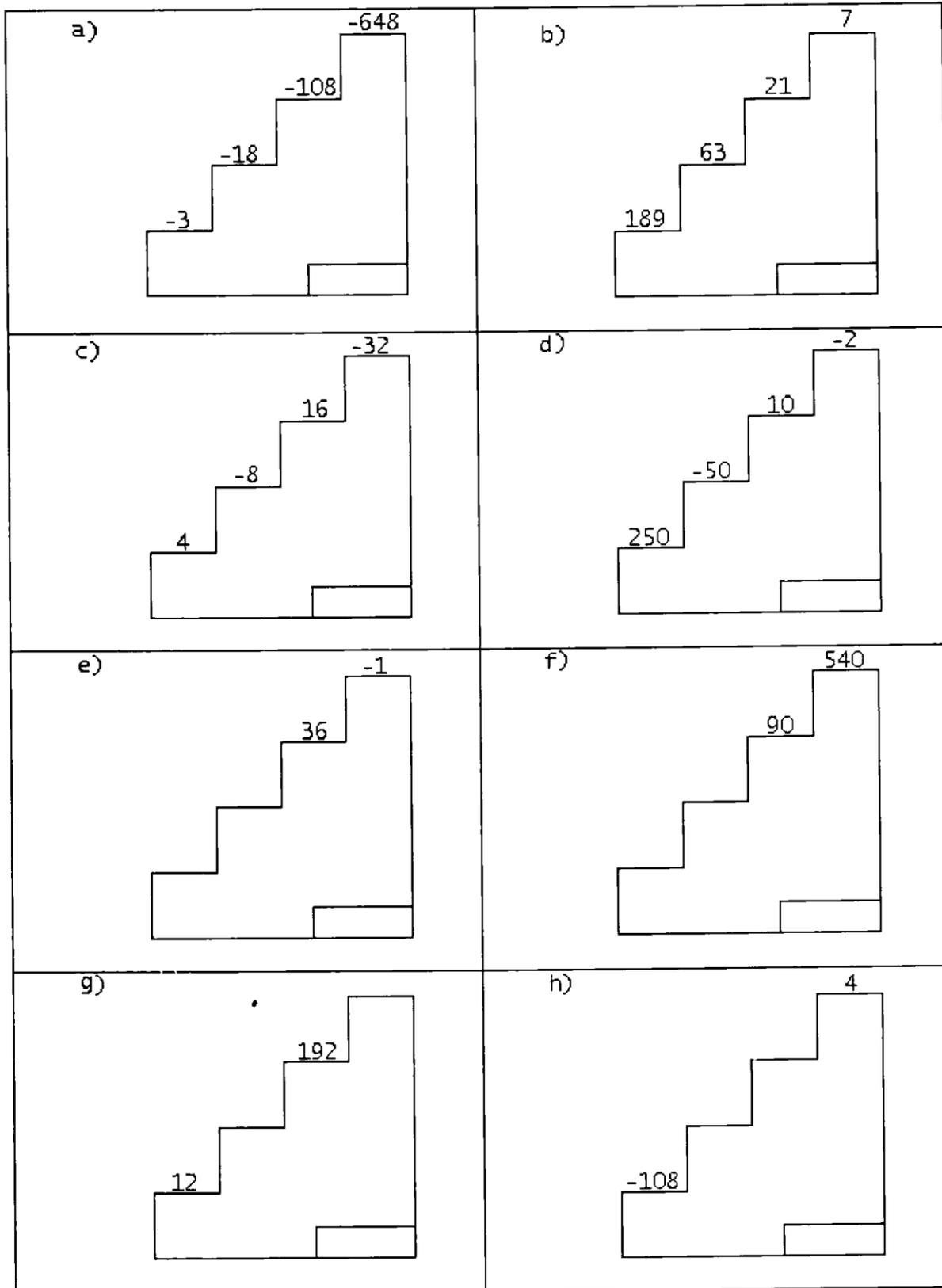
A. Preencha o quadro, como na primeira linha

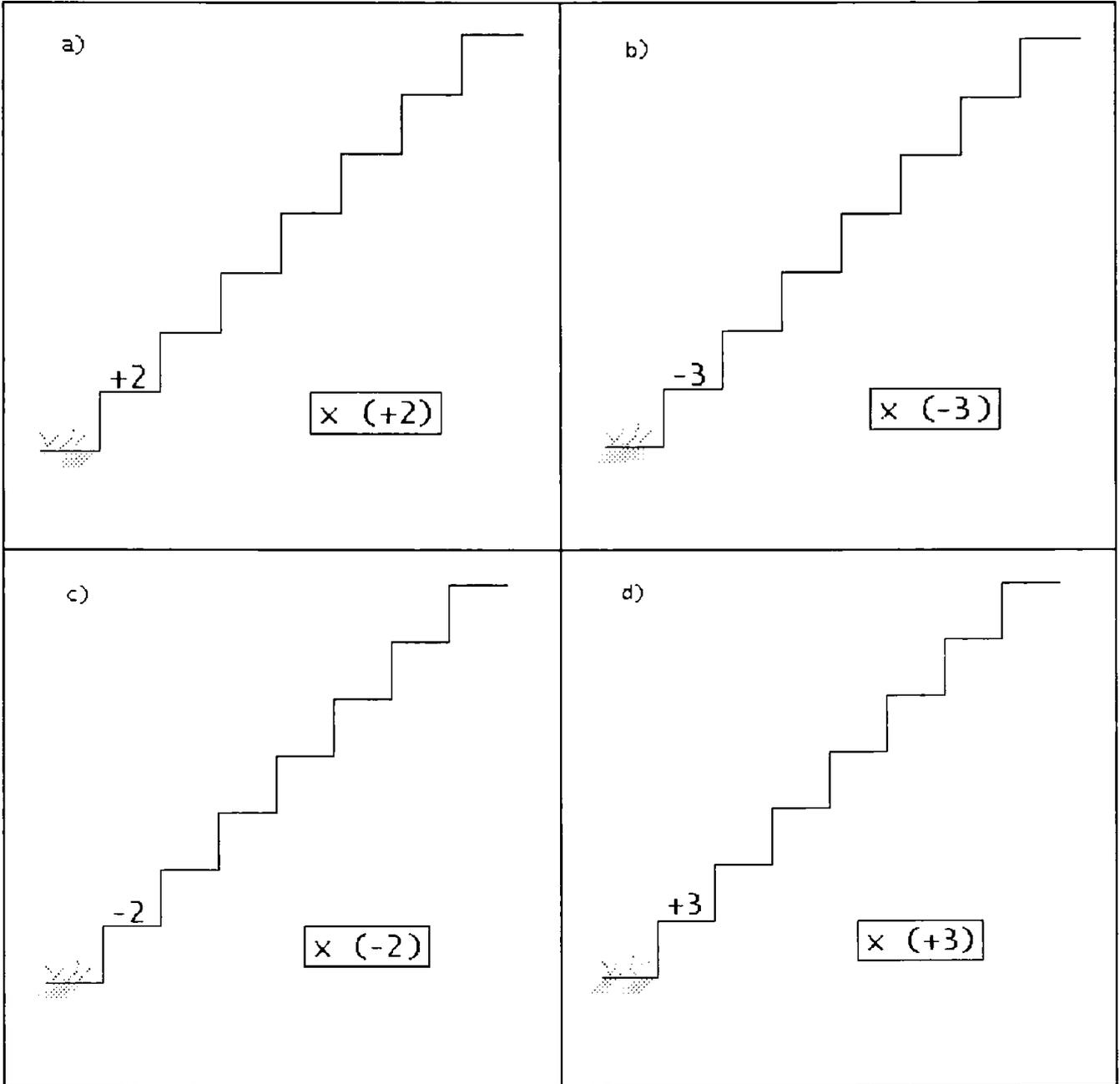
EXPRESSÃO	ESCRITA ADITIVA	ESCRITA MULTIPLICATIVA
Três vezes dois positiva	(+ 2) + (+ 2) + (+ 2) ou + 2 + 2 + 2	3 x (+ 2) ou (+ 3) x (+ 2)
Duas vezes cinco negativo		
		5 x (+ 10)
Uma vez o seis positivo		
Três vezes zero		
Quatro vezes três negativo	(- 3) + (- 3) + (- 3) + (- 3) ou - 3 – 3 – 3 - 3	
	(- 6) + (- 6) ou - 6 - 6	
Cinco vezes oito negativo		
		3 x (- 1)

B. a multiplicação de números inteiros tem a propriedade comutativa, isto é, uma multiplicação de inteiros você pode trocar os fatores de lugar que o resultado permanece o mesmo. Tendo em vista esta afirmação, ligue cada multiplicação à esquerda com uma da direita que apresenta o mesmo resultado e determine esse resultado:

(+ 3) x (- 2)	(+ 3) x (- 15)
(+ 3) x (+ 2)	(+ 4) x 0
(+ 2) x (- 3)	(+ 2) x (+ 3)
(+ 3) x (- 5)	(+ 1) x (- 7)
(- 7) x (+ 1)	0 x (- 4)
(- 12) x (+ 5)	(- 2) x (+ 3)
(- 15) x (+ 3)	(+ 5) x (- 12)
(- 4) x 0	(- 3) x (+ 2)
0 x (+ 4)	(- 5) x (+ 3)

FOLHA-TIPO II-9

AS ESCADAS.

FOLHA-TIPO II-9

AS ESCADAS ESPECIAIS.

ATIVIDADE 10: DO GRAU À MEDIDA DE TEMPO.

OBJETIVOS: Perceber a necessidade de haver submúltiplos do grau.
Estabelecer relações entre o grau e seus submúltiplos.
Associar o sistema sexagesimal com as unidades de medida de tempo.

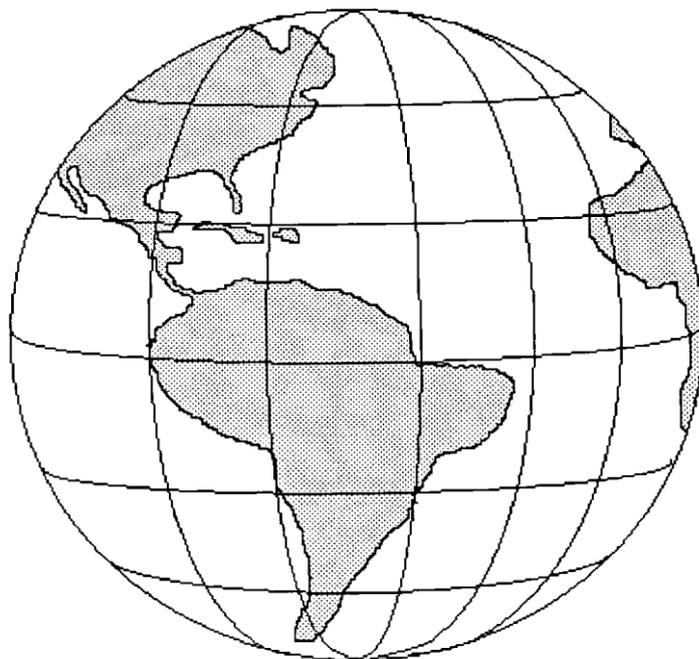
PARTE 1: O GRAU E SEUS SUBMÚLTIPLOS.

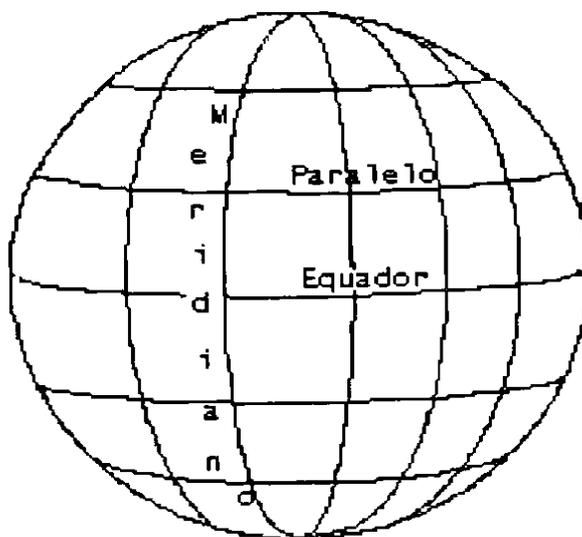
MATERIAL NECESSÁRIO: Globo terrestre, bolas de isopor ou laranjas, cola, barbante.
Folha-tipo I-10 e II-10.

DESENVOLVIMENTO:

Nesta atividade ressaltaremos algumas aplicações de um conceito de ângulo, como por exemplo, pilotar um avião, construir casas, jogar vídeo-games, localizar uma cidade, um porto, uma ilha.

Este momento é propício para um trabalho integrado com o(a) professor(a) de Geografia para desenvolver ou retomar a noção de coordenadas geográficas.

Leve um globo terrestre para a classe e peça para os alunos localizarem uma cidade.

Solicite que escrevam, no caderno informações para situar a cidade. Provavelmente dirão que está no sul do Brasil. Mostre que outras cidades como Curitiba ou Florianópolis também estão no sul do Brasil e que portanto, serão necessárias acrescentar outras informações para uma localização mais precisas.

Diga-lhes que os geógrafos resolveram esse problema introduzindo as coordenadas geográficas, que são linha imaginárias "traçadas" sobre o globo terrestre. Há dois tipos de linhas: os paralelos e os meridianos. O paralelo que corresponde à maior circunferência denomina-se Equador.

Peça para indicarem no globo, o Equador e verificarem em quantas partes iguais o plano que contém o Equador divide o globo. Caso não percebam, informe-os que são duas parte denominadas, hemisfério norte e hemisfério sul.

Divida a classe em grupos, distribua uma folha-tipo I-10 para cada grupo e solicite que representem o globo terrestre por uma bola de isopor ou laranja e marquem nele os pólos e o Equador, represente-o por um pedaço de barbante colado.

Caso seja necessário, relembre que, a Terra é ligeiramente achatada nos pólos Norte e Sul.

A partir do Equador, usando pedaços de barbante peça para traçarem outros círculos sobre a superfície paralelos ao Equador. Essas linhas são os paralelos. Podemos traçar quantos paralelos quisermos, um para cada ponto da superfície da Terra. Em geral são traçados 90 paralelos, numerados de 0º a 90º, um para cada hemisfério, a partir do Equador. (ver no globo terrestre ou folha-tipo I-10).

Informe-os que os principais paralelos são: Círculo Polar Ártico, Círculo Polar Antártico, Trópico de Câncer e o Trópico de Capricórnio. Eles são importantes porque marcam no globo terrestre as zonas climáticas. Peça que destaquem na bola de isopor os quatro paralelos, conferindo com o globo terrestre da escola.

Explique que os meridianos são linhas imaginárias que vão do Pólo Norte até o Pólo Sul. Diga-lhes que para quem está no pátio, a linha norte-sul do local é um reta, mas do ponto de vista de quem está fora da Terra, a linha norte-sul é um círculo máximo da Terra que passa pelos pólos.

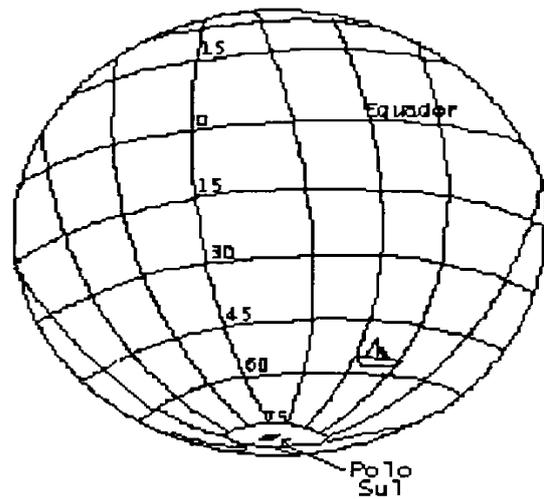
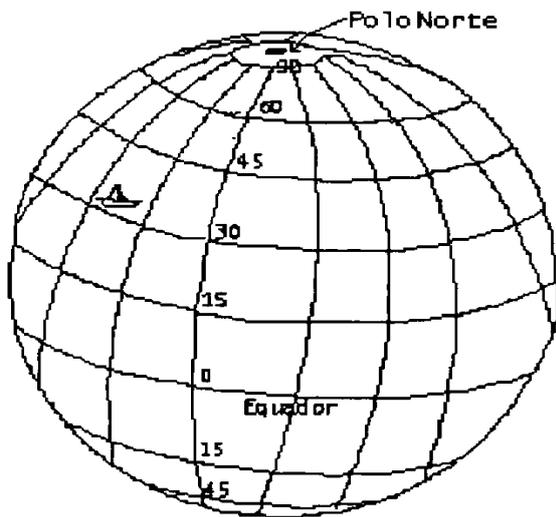
Usando pedaços de barbante, peça que representem na bola de isopor, alguns meridianos. Também podem ser traçados quantos meridianos quisermos, um para cada ponto da superfície da Terra. Em geral são desenhados 360, um para cada grau do globo terrestre.

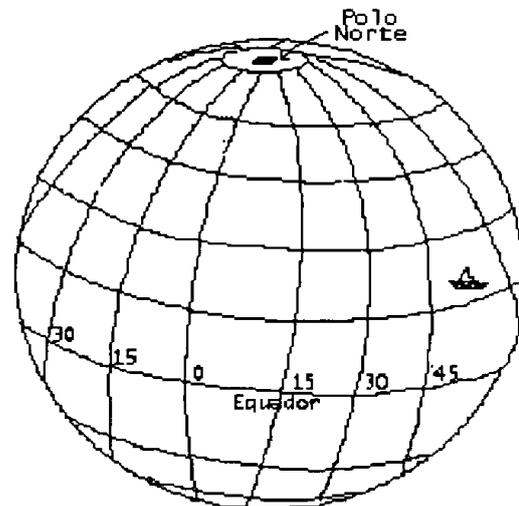
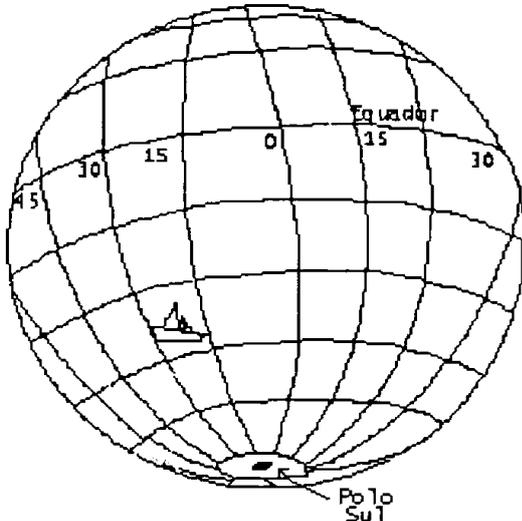
Informe-os que, por convenção, o Meridiano de Greenwich, localizado na cidade de Londres, na Inglaterra é o que se toma como referência e por isso é também conhecido como Meridiano Principal. Este meridiano divide a Terra em dois hemisférios: o hemisfério leste e o hemisfério oeste.

Assim como os paralelos, os meridianos são marcados em graus de 0 à 180, para cada hemisfério.

A partir dos paralelos e meridianos, pode-se localizar qualquer ponto da superfície terrestre. Como já foi visto, os paralelos e meridianos são medidos em graus. Essas medidas foram obtidas a partir de dois conceitos geográficos: a latitude e a longitude, que são as coordenadas geográficas.

A latitude de um local é determinado a partir do Equador. Como este divide a Terra em dois hemisférios, norte e sul, a latitude também pode ser norte e sul. Solicite aos alunos que desenhem, no globo que construíram um navio que esteja a 30º de latitude norte e outro que esteja a 60º de latitude sul.

As respostas podem ser:

A longitude, por sua vez é determinada tendo como referência o meridiano de Greenwich. Como este divide a Terra em dois hemisférios, leste e oeste, a longitude também pode ser leste e oeste.

Solicite aos alunos que desenhem, no globo que construíram um navio que esteja a 15º de longitude oeste e outro que esteja a 45º de longitude leste.

Levante a seguinte situação: “ Um navio sofreu um acidente em alto mar e esta afundando. Um dos tripulantes solicitou ajuda pelo rádio e disse que estavam a 30º de latitude norte”. Foi possível localizar o navio? Peça que justifiquem

a resposta.

Os alunos irão perceber que não basta saber apenas a latitude de um local. É necessário saber a latitude e a longitude para situar com precisão o ponto desejado, ou seja, cada lugar é representado pelo cruzamento de um paralelo e um meridiano e indicado por dois números: o do paralelo e do meridiano.

Distribua para cada aluno uma folha-tipo II-10, na qual os alunos terão a oportunidade de localizar um ponto num mapa, utilizando as coordenadas geográficas.

Peça que procurem em mapas, nos livros de Geografia, em atlas as latitudes e longitudes de algumas cidades como por exemplo: a cidade em que moram, a capital do Estado, a capital do país.

Coloque na lousa algumas indicações que os alunos obtiveram sobre a localização das cidades solicitadas. Aparecerão notações como a da cidade de São Paulo, que tem 23º 27' de latitude sul e 46º 40' de longitude oeste. É possível que tenham encontrado a notação como 13º 27' 15” de latitude norte e 36º 40' 15” de longitude oeste.

Explique que, em algumas vezes, o lugar que queremos saber as coordenadas geográficas não esta sobre um paralelo ou meridiano numerado no atlas ou que só a medida em graus não é suficiente para indicar com precisão uma localidade. Para sanar esses problemas subdividiu-se a unidade padrão de ângulos, que é o grau em 60 partes iguais, cada uma correspondendo a um minuto e cada minuto foi subdividido também em 60 partes, cada uma denominada segundo. Por isso é comum dizer que as medidas de ângulos são expressas num sistema sexagesimal

isto é um sistema de base 60,

4) O símbolo (') denota o minuto e o símbolo (") indica segundo. Assim, 13º 27' 15” - lê-se 13 graus, 27 minutos e 15 segundos.

1 grau corresponde a 60 minutos ou 1º = 60'

1 minuto corresponde a 60 segundos ou 1' = 60”

O minuto é a medida de um ângulo de abertura tão pequena, que não dá para marcar no transferidor, e com mais razão acontece com o segundo.

Proponha aos alunos, as seguintes questões:

1) Quantos minutos tem 5º? E 35º ?

2) Quantos segundos têm 1º?

3) Olhando no mapa, Pedro verificou que a cidade de São Paulo tem 23º 27' de latitude sul. Por curiosidade quis saber quantos minutos corresponde esta medida e fez os seguintes cálculos:

$$\begin{array}{r} 23 \\ \underline{\times\ 60} \\ 1380 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1380 \\ \underline{+\ 27} \\ 1407 \end{array}$$

e escreveu:

23º 27' = 1407'

Pedro estava certo? Se você concordar, tente justificar os seus cálculos.

Como você faria para transformar:

a) 32º 18' em minutos?

b) 1º 1” 1” em segundos?

c) 17º 7' 15” em segundos?

4) Para desafiar Pedro, seu irmão pediu-lhe para localizar no mapa a região que tem 3990' de latitude norte.

Tente ajudar Pedro.

Espera-se que os alunos cheguem que a região que tem essa latitude correspondente ao Círculo Polar Ártico, efetuando os seguintes cálculos:

Como 60' corresponde a 1º para verificar quantos graus há em 3990', divide-se 3990 por 60.

```
3990 |60
 390  66
  30  └──→ graus
  └──────→ minutos
```

3990' = 66º 30'

PARTE 2: APRENDENDO A MEDIR O TEMPO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Bolas de isopor, varetas, lanternas.
Folha-tipo III-3

DESENVOLVIMENTO:

Para fazer o pão, o padeiro deixa a massa "descansar" algum tempo, do mesmo modo, a professora "dá" um tempo para os alunos resolverem os exercícios. A palavra tempo nesses exemplos significa duração.

	tempo	mín.	máx.
Araçatuba	ensolarado	21	35
Araraquara	ensolarado	18	34
Bauru	ensolarado	19	32
Campinas	ensolarado	15	31
Campos do Jordão	ensolarado	4	25
Franca	ensolarado	19	30
Itapeva	ensolarado	18	30
Jundiaí	ensolarado	13	31
Marília	ensolarado	21	34
Piracicaba	ensolarado	15	31

No entanto na coluna publicada a Folha de São Paulo de 31 de agosto de 1993 a palavra tempo se refere às condições atmosféricas de um local.

A pergunta “Quando?” se refere ao momento, ao instante ou a época em que algo ocorreu ou existiu.

Existem diferentes unidade de medidas de tempo e o uso de uma outra depende do acontecimento que estamos analisando. Por exemplo, para exprimir um período curto, como a duração de um jogo de futebol, usa-se como unidade hora, minutos e segundos. Para um período um pouco maior, como as etapas de gestação de uma criança, pode-se medir o tempo em dias, semanas, meses e anos.

Para descrever períodos longos, como o período decorrido entre a Independência do Brasil e os dias de hoje, usamos décadas (dez anos) ou séculos (cem anos).

As grandes transformações que acontecem no universo, ocorrem muito lentamente, sob o ponto de vista do homem moderno. O tempo da natureza, chamado tempo geológico tem como unidades milhões de anos, bilhões de anos. Por exemplo, o Sol nasceu aproximadamente há quatro bilhões e seiscentos milhões de anos.

Pergunte aos alunos se eles tem idéia como os homens começaram a medir o tempo e de que forma as pessoas que vivem em regiões muito afastadas das cidades e que não têm relógios, fazem para regular suas vidas.

Provavelmente as respostas mais comum será através da observação do Sol, da lua e do céu, isto é, percebendo a sucessão do claro e escuro.

Observando o movimento aparente do Sol (é chamado de movimento aparente porque parece que é o Sol que gira ao redor da Terra, quando na realidade é a Terra que gira ao redor do Sol) surgiu a idéia de dia como o tempo entre duas passagens consecutivas do Sol pelo mesmo lugar. Essa passagem é explicada

pelo movimento de rotação da Terra em torno de um eixo imaginário. Se a Terra não girasse sobre seu eixo, seria sempre dia em um hemisfério e noite no outro.

Aproveite e informe que desde os tempos antigos, o dia é a base para a medição do tempo.

Seria adequado, nesse momento que a classe fizesse uma demonstração da rotação da Terra. Para isso providencie:

- Uma bola de isopor, laranja ou maça para representar a Terra.
- Uma agulha de tricô, vareta ou arame grosso para representar o eixo imaginário.
- Uma lanterna para representar o Sol.

Peça a um aluno para enfiar a vareta na bola, bem no meio e girar da esquerda para a direita imitando a rotação da Terra. Peça a outro aluno que coloque a lanterna acessa, a uma certa distância para representar o Sol. Marque com a caneta um ponto qualquer na bola.

Ao girar a vareta, os alunos perceberão que enquanto algumas áreas da bola vão sendo iluminadas, outras tornam-se escuras, desse modo, é dia na face iluminada e é noite na face não iluminada.

Dividindo o tempo de uma rotação da Terra em 24 partes iguais, chama-se cada parte de hora. A cada 24 horas, a Terra completa uma volta em torno de seu eixo. Esse período corresponde a um dia. Para localizar um acontecimento no dia usa-se a hora.

Uma unidade de medida de tempo é o segundo cujo símbolo é (s). Os múltiplos do segundo são:

minuto que se anota por min.

hora que se anota por h.

Analogamente às unidade de medida de ângulos, algumas unidades de medida do tempo estão relacionadas da seguinte maneira:

1 hora corresponde a 60 minutos,

1 minuto corresponde a 60 segundos.

Proponha aos alunos as seguintes questões:

1) Quantos minutos têm duas horas?
2) Quantos segundos têm 5 minutos?
3) Quantos segundos têm uma hora?
4) Quantos minutos têm meia hora?
5) Quantos segundos têm um quarto de hora?
6) Quantos minutos têm 2,5 horas?
7) Uma partida de futebol tem 90 minutos de jogo. Exprima esse tempo em horas e minutos.
8) Carolina ficou 1h 32min 14s numa fila para assistir um espetáculo de rock. Quantos segundos Carolina ficou na fila?
9) Para ir à escola gasto 20 minutos se for a pé e ¼ de hora se for de ônibus. Em qual das duas maneiras gasto menos tempo?

COMENTÁRIOS:

Algumas atividades que permitem ao alunos relacionar os submúltiplos da unidade de medida de ângulo entre si, os múltiplos da unidade de medida de tempo entre si, e outras atividades que possibilitam fazer transformações simples de uma unidade para outra, são significativas para que eles estabeleçam

comparações entre a forma de se escrever a medida de ângulos ou de tempo, no sistema sexagesimal e decimal, como por exemplo:

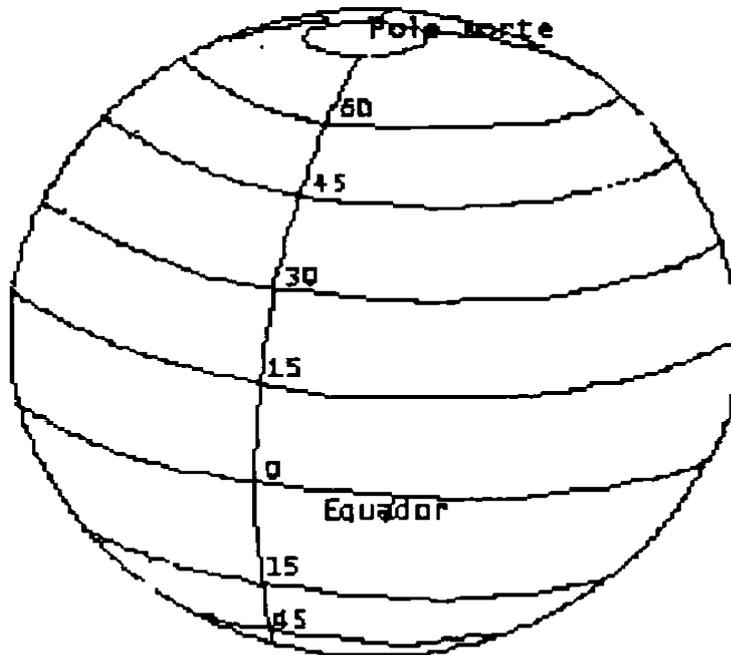
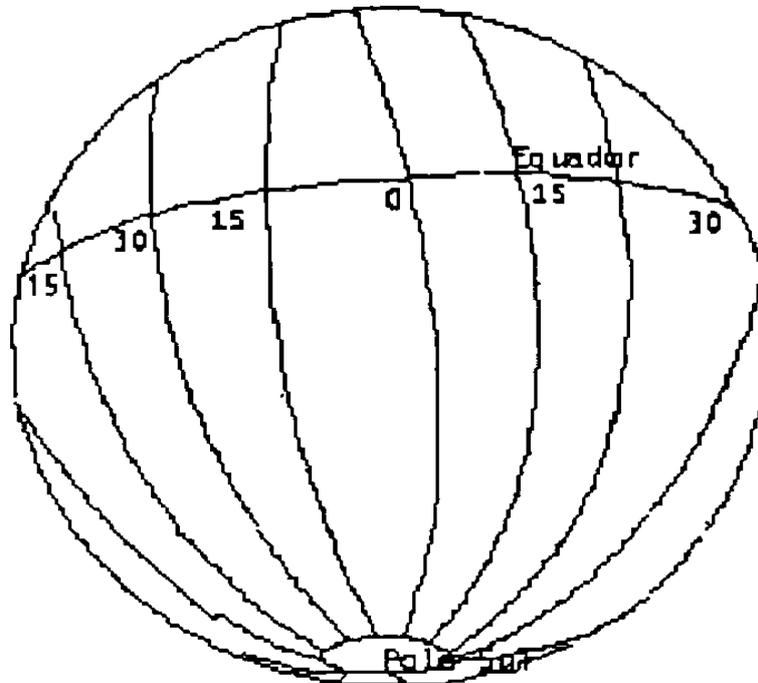
$$7 \text{ h } 30 \text{ min} \neq 7{,}30 \text{ h.}$$

$$7{,}30 \text{ h} = \left(7 + \frac{30}{100}\right) \text{ h} = 7 \text{ h} + \frac{30}{100} \text{ de hora} =$$

$$= 7 \text{ h} + \frac{3}{10} \text{ de } 60 \text{ min} = 7 \text{ h} + 18 \text{ min.}$$

É bom lembrar que os símbolos usados para os submúltiplos do grau, minutos (') e segundo ("), não são usadas para as unidade de tempo: minuto e segundo.

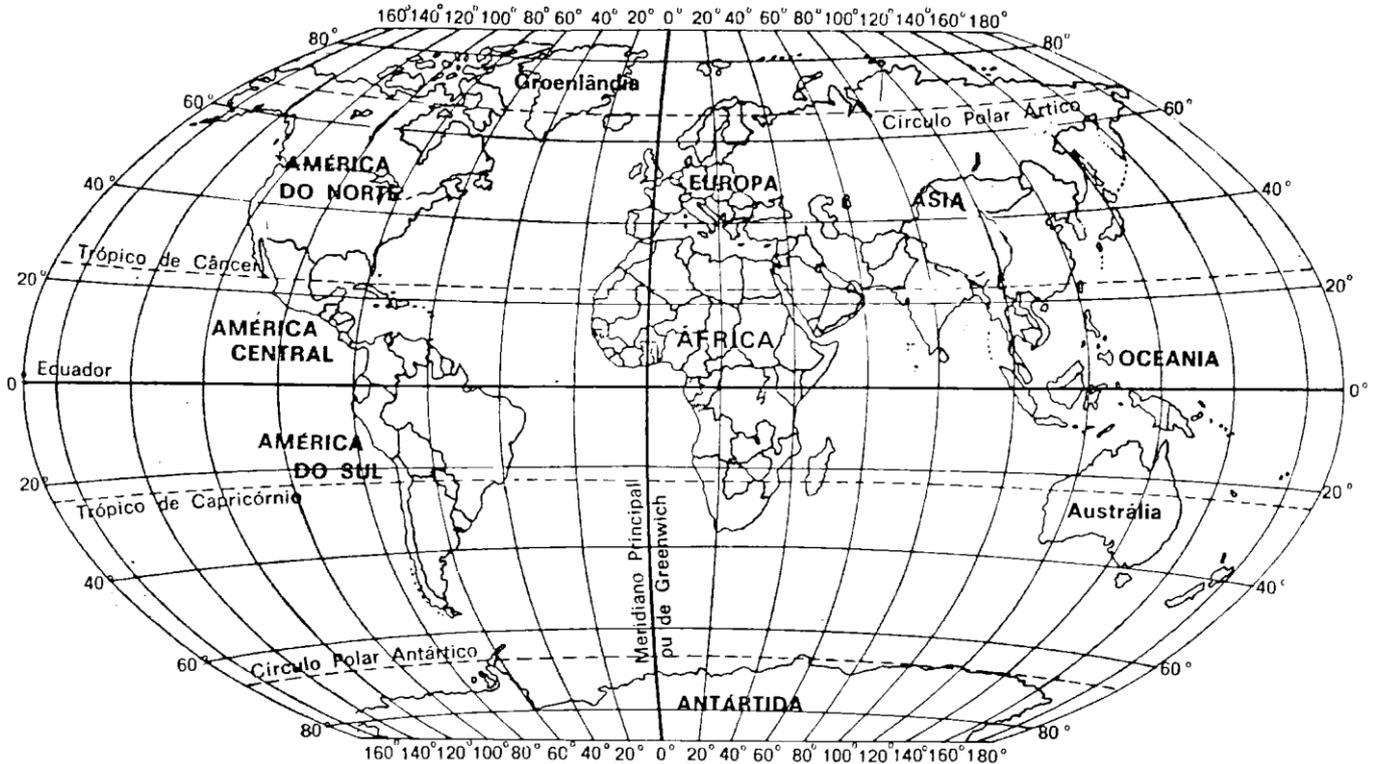
FOLHA-TIPO I-10

“PARALELOS E MERIDIANOS”.

Paralelos
no hemisfério norte

Meridianos

FOLHA-TIPO II-10

APRENDENDO A LOCALIZAR NA SUPERFÍCIE TERRESTRE.

Observe a representação plana do globo terrestre.

Chamamos esta representação de mapa.

Neste mapa:

A esta a 0º de latitude e 20º de longitude oeste.

B esta a 60º de latitude norte e100º de longitude oeste.

C esta a 20º de latitude sul e 140º de longitude leste.

Determine a latitude e a longitude das cidades D, E, F assinalados no mapa.

Localize no mapa:

G que esta a 0º de latitude e 160º de longitude leste.

H esta a 20º de latitude sul e 30º longitude oeste.

I esta a 60º de latitude norte e 60º de longitude oeste.

ATIVIDADE 11: TRANSPORTE DE ÂNGULOS.

OBJETIVOS: Transportar ângulos usando régua e compasso.
Fazer adição e subtração de ângulos transportando suas medidas com régua e compasso.

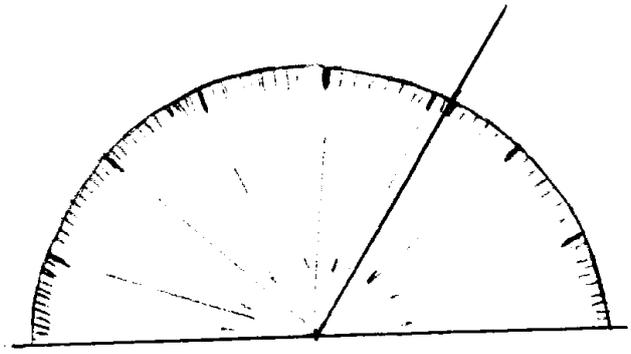
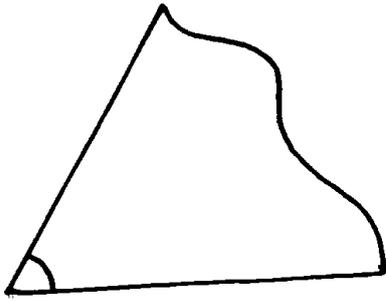
PARTE 1: TRANSPORTANDO ÂNGULOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-11.
Transferidor, régua e compasso.

DESENVOLVIMENTO:

Como os alunos já construíram um transferidor e fizeram medições de ângulos usando esse instrumento, não terão dificuldade em desenhar ângulos e fazer operações com suas medidas usando esse instrumento.

Entregue a cada aluno uma folha-tipo I-11 e peça para executarem a proposta do item 1. Verifique se tiveram alguma dificuldade e discuta porque. Nessa discussão, é provável que indiquem o ângulo C como o mais difícil de ser medido e desenhado porque a medida não é um número inteiro.

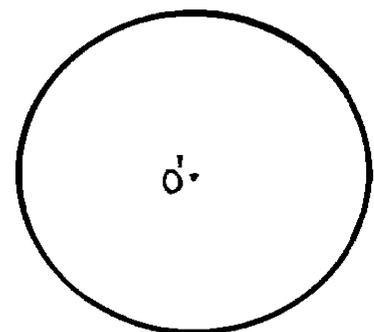
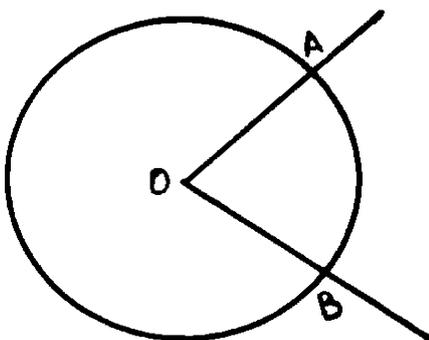
Peça a cada aluno que desenhe apenas com a régua, um ângulo qualquer AOB que seja menor que dois ângulos retos e que em seguida desenhem, ao lado, um ângulo com a mesma medida, usando o seu transferidor.

Pergunte a alguns deles qual medida tem o ângulo desenhado por eles.

Faça também as seguintes perguntas:

Se o ângulo tivesse, por exemplo, 40º de medida, haveria alguma dificuldade em desenhar um ângulo de mesma medida com o transferidor?

E se o ângulo tivesse medida igual a 36º 42' 29” como fariam para desenhar um ângulo de mesma medida?

Discuta com eles a eficácia desse processo, tendo em vista a utilização de um instrumento graduado que permite uma certa margem de precisão no transporte de uma medida. Considere que esse processo pode ser feito com maior precisão usando régua e compasso.

Para isso, desenhe dois círculos de mesmo raio, na lousa, destacando um ângulo central em um deles, com vértice 0 e os pontos A e B, prolongando os seus lados. Peça para eles fazerem o mesmo no caderno:

Discuta algumas características dessa figura, levantando os seguintes pontos:

- O vértice do ângulo central A0B é o centro do círculo.
- Os segmentos 0B e 0A têm medida igual à do raio do círculo.
- A medida do ângulo central independe do raio do círculo.
- O ângulo central é limitado por um arco de circunferência, no caso o arco AB e a este corresponde uma corda AB.

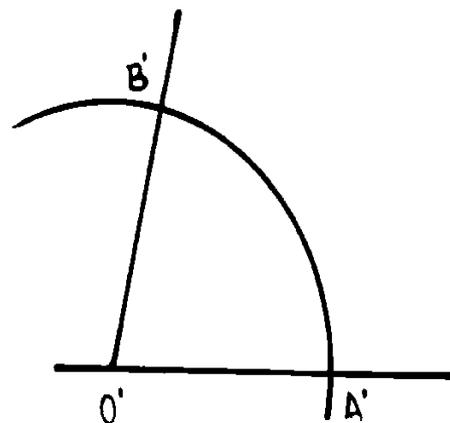
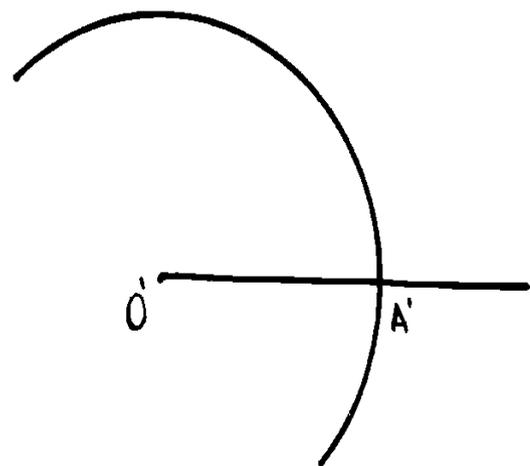
Solicite que formem grupos de 4 alunos e tentem encontrar um jeito de desenhar, usando régua e compasso, um ângulo central A' 0' B' no segundo círculo, de mesma medida que o ângulo central A)B do primeiro círculo.

Após um tempo para esse trabalho verifique o modo que cada grupo desenvolveu, sistematizando os procedimentos para transporte de ângulos:

Desenhar uma semi-reta com origem no ponto 0', marcar o ponto A' na intersecção da mesma com a circunferência..

Usar o comprimento da corda AB como raio e com o compasso, traçar um arco de centro A' para determinar B' sobre a circunferência.

Traçar a semi-reta 0' B'

O ângulo A')' B' é igual ao ângulo A0B.

Proponha que façam o item 2 e 3 da folha-tipo I-11. Após a verificação do encaminhamento, discuta com eles as características das figuras do item 3. Proponha que desenhem uma figura do mesmo tipo com auxílio de régua e compasso mas que tenha medidas dos lados diferentes.

COMENTÁRIOS:

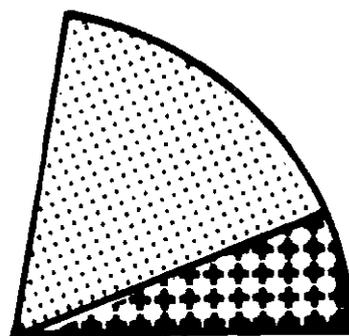
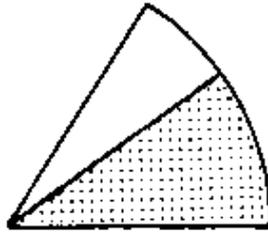
Discuta a precisão do processo de transporte de ângulos com régua e compasso e a sua utilidade quando se quer desenhar figuras iguais ou que sejam ampliações ou reduções como no caso das figuras do item 3.

PARTE 2: TRANSPORTANDO PARA SOMAR OU SUBTRAIR ÂNGULOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-11, régua e compasso.

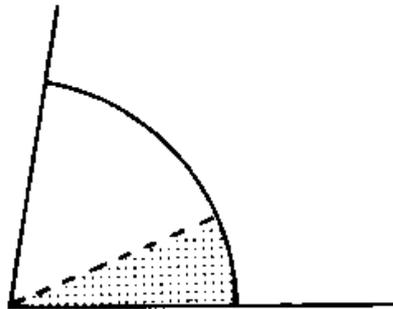
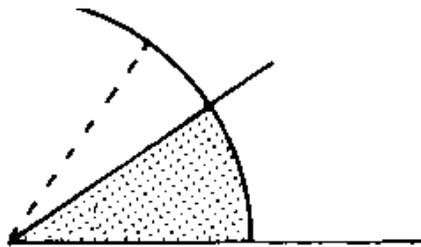
DESENVOLVIMENTO:

Dê uma folha-tipo II-11 para cada aluno. Dê um tempo para que realizem a discussão, em grupos de 4 alunos. E oriente-os na justaposição dos ângulos.

Analise as soluções encontradas e destaque as possibilidades para o terceiro ângulo a ser obtido.

A que representa a diferença entre os dois ângulos

Discuta com eles que independentemente das suas medidas foi realizada uma operação de adição e de subtração com dois ângulos.

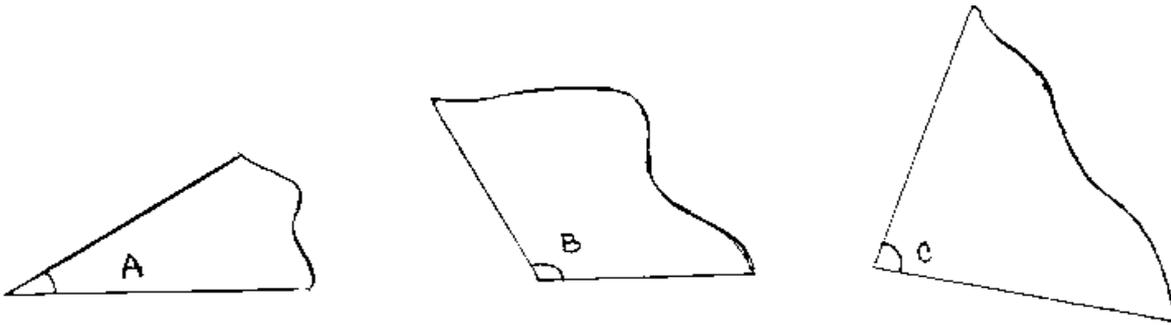
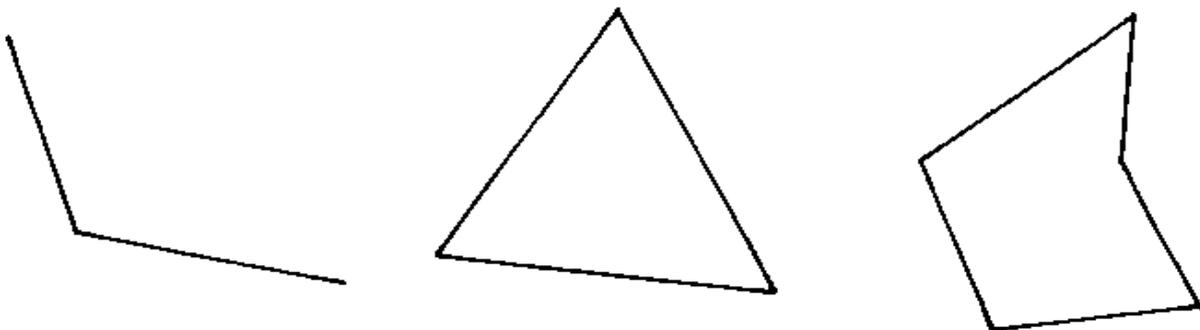
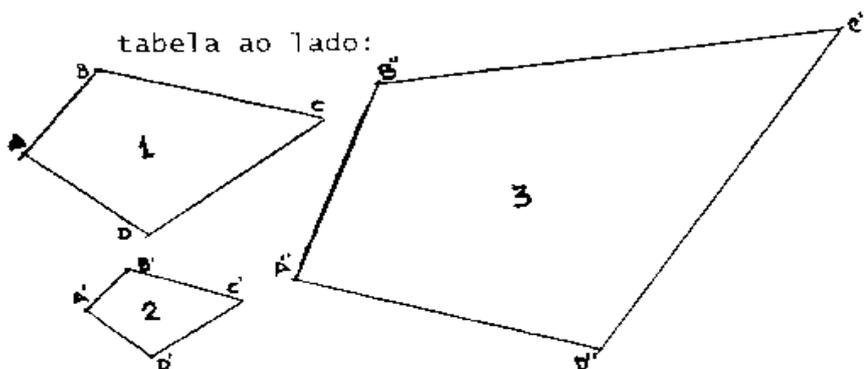
Proponha agora que façam a segunda parte da folha-tipo II-11: transportando para o caderno os dois ângulos, com régua e compasso, de modo a obter um terceiro ângulo.

Havendo alguma dificuldade, oriente-os para:

1. Desenharem uma reta auxiliar e escolher um ponto da mesma como centro de um arco de mesmo raio que os arcos indicados nos dois ângulos dados. Sobre o arco desenhado, transferir com o compasso, uma após outra as medidas dos ângulos dados. Destacar a soma.

2. Desenhar uma reta e escolher um ponto da mesma, como centro de um arco de raio igual aos raios dos arcos indicados nos dois ângulos. Sobre o arco desenhado transferir com o compasso a medida do maior ângulo, a partir da sua extremidade, colocar a medida do ângulo menor. Destacar a diferença.

Proponha que os grupos façam a adição e subtração dos pares de ângulos indicados na 3ª parte da folha-tipo II-11.

FOLHA-TIPO I-11

TRANSPORTANDO ÂNGULOS.

1. Faça com o transferidor a medida dos ângulos registrando-as na tabela e com o auxílio de régua e transferidor desenhe ângulos que tenham a mesma medida que cada um deles:

2. Desenhe figuras iguais a cada uma das figuras abaixo com o auxílio de régua e compasso:

3. Use a régua para medir os lados das figuras e transferidor para medir os ângulos de cada uma e preencha a tabela ao lado:

1	2	3
AB =	A'B' =	A"B" =
BC =		
CD =		
DA =		
$\hat{A}$ =		
$\hat{B}$ =		
$\hat{C}$ =		
$\hat{D}$ =		

Discuta com o seu grupo o que observam com relação às medidas dos lados e ângulos das figuras.

FOLHA-TIPO II-11

TRANSPORTANDO PARA SOMAR OU SUBTRAIR.

1ª Parte.

Desenhe numa folha de papel dois setores circulares de mesmo raio, mas, com medidas de ângulos diferente, por exemplo:

Recorte pelo menos dois de cada tipo. Forme um terceiro ângulo com cada par de setores, colando-os no caderno de modo que coincidam o vértice e um dos lados, dando a idéia de somar ou subtrair.

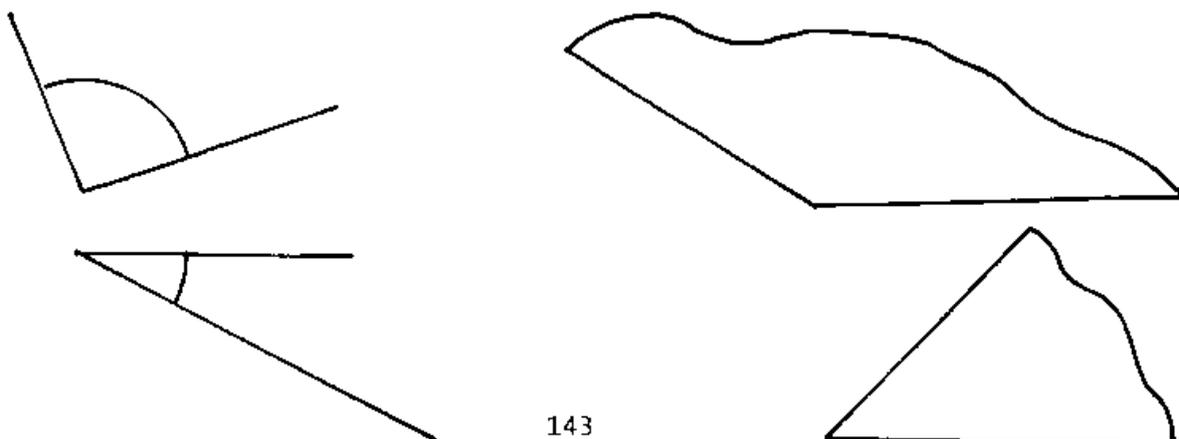
Discuta no seu grupo os resultados possíveis.

2ª Parte.

Transporte os dois ângulos com régua e compasso, para o seu caderno, de modo a formar um terceiro ângulo.

Discuta as respostas possíveis com o seu grupo.

3ª Parte.

Usando régua e compasso faça a adição e subtração dos pares de ângulos indicados abaixo:

ATIVIDADE 12: ÂNGULOS, TEMPO E OPERAÇÕES.

OBJETIVO: Desenvolver o cálculo com medidas de ângulos.

PARTE 1: SOMANDO E SUBTRAINDO MEDIDAS DE ÂNGULOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-12.

DESENVOLVIMENTO:

Discuta com os alunos o que é um sistema de numeração posicional. Entre vários exemplos, destaque o sistema de numeração decimal, que estamos habituados a trabalhar.

Lembre-os que na atividade "Medidas de ângulos" ao trabalharem com medida de ângulos e de tempo verificaram a relação entre ambas e puderam entender que a relação entre grau, minuto e segundo, assim como a relação entre hora, minutos e segundo, apóiam-se na base 60. Isto é, cada unidade de um tipo corresponde a 60 unidades de outro tipo:

1º = 60’ 1 h = 60 min

1’ = 60” 1 min = 60 seg

Proponha a eles que calculem:

a) Quantos minutos e quantos segundos, há em um ângulo cuja medida é igual a 6º.

b) Quantos graus, minutos e segundo há em:

33’ 172’ 3600” 19081”

Feitos os cálculos e observados os agrupamentos que foram sendo necessários, proponha que discutam a situação 1 da folha-tipo I-12 ou desenhe na lousa um ângulo A0B formados pelos ângulos de 19º 32’ 15” e 38º 4’ 52” e peça para calcularem sua medida.

Represente também na lousa um “ ábaco ” e peça que façam o mesmo no seu caderno para auxiliar nas operações, a exemplo do que fizeram nas operações com números naturais.

Grau	Minutos	Segundos

Após um tempo, verifique os procedimentos adotados pelos grupos.

Comente que as operações com medidas de ângulos é semelhantes à operação com números decimais, ainda que na primeira lidamos simultaneamente com a base decimal e a sexagesimal. Quando operamos cada coluna o resultado de cada coluna é igual ou maior que 60 fazemos as trocas segundo a base sexagesimal.

Graus	Minutos	Segundos
19º	32’	15”
38º	4’	52”
57º	36’	67”
	1’	7”
57º	37’	7”

Proponha agora que discutam a situação 2 da folha-tipo I-12 ou se preferir, coloque na lousa o problema:

Determinar as medidas dos ângulos A0C e A0D, sendo A0C a diferença entre os ângulos de medidas 62º 19’ 45” e 14º 12’ 16” e o ângulo A0D é a diferença entre os ângulos 48º 16’ e 14º 25’.

Recomende que, como na adição, utilizem o “ ábaco” e dê um tempo para os grupos discutirem.

Observe os encaminhamentos utilizados e destaque a necessidade de transformar uma unidade em outra ou recorrer à “ ordem superior” quando numa dada coluna não é possível tirar um número maior de um menor. Assim, sistematize os dois algoritmos dessa operação:

Operação sem recurso:

$$\begin{array}{rl} & 62^\circ\ 19'\ 45'' \\ - & \underline{14^\circ\ 12'\ 16''} \\ & 48^\circ\ \ 7'\ 29'' \end{array}$$

Operação com recurso → Esquema equivalente

$$\begin{array}{rl} & 48^\circ\ 16' \\ - & \underline{14^\circ\ 25'} \end{array} \longrightarrow \begin{array}{rl} & 47^\circ\ 76' \\ - & \underline{14^\circ\ 25'} \\ & 33^\circ\ 51' \end{array}$$

Solicite agora que resolvam os exercícios da situação 3 da folha-tipo I-12 ou escreva-os na lousa, se preferir.

PARTE 2: MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DA MEDIDA DE UM ÂNGULO POR UM NÚMERO NATURAL.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Para se calcular a medida de ângulos que sejam o dobro, o triplo, a metade, um quinto ou dois terços da medida de um ângulo dado, os alunos já dispõem de todo os elementos necessários. Confira junto a eles, propondo em primeiro lugar a seguinte questão:

1. Qual é a medida de um ângulo que é três vezes maior que um ângulo de 7º 14’ 18” ?

É possível que os alunos de imediato achem a medida do ângulo. Em todo caso, verifique os possíveis encaminhamentos dados por eles. A partir das suas respostas organize esses processos de modo que venham a utilizar o algoritmo da multiplicação e apresente na lousa as alternativas.

	7º 14’ 18”	
+	7º 14’ 18”	7º 14” 18”
	7º 14’ 18”	x 3
	21º 42’ 54”	21º 42’ 54”

Proponha agora que calculem a medida de um ângulo que seja o quádruplo de 7º 14’ 18”.

Sugira que utilizem qualquer uma das duas formas, lembrando que o algoritmo da multiplicação torna-se o caminho mais rápido e econômico, para o caso de o número natural em questão ser maior.

Assim, cheque se os grupos chegaram ao seguinte resultados:

7° 14' 18"
× 4
28° 56' 72"
1' 12"
28° 57' 12"

Chame a atenção para a necessidade de reagrupar a unidades, nas colunas, no caso 72" = 1' 12"

A partir daí, proponha outros produtos e analise os resultados encontrados. Por exemplo:

a) 42º 17' 5"

b) 18º 34' 10"

c) Calcule a medida de um ângulo que seja o dobro do ângulo 12º 48' 54".

Ainda com o propósito de conferir os processos "intuitivos" dos alunos proponha agora a questão:

2. Qual é a medida do ângulo que é a metade do ângulo de 45º ?

Depois que os grupos chegarem ao resultado analise cada um deles.

Suponhamos que indiquem a resposta 22,5º como resultado da divisão decimal:

```
45 | 2
10   22,5
 0
```

Neste caso pergunte como ficaria a resposta em função de minutos e segundos.

Como 0,5º = 30' a resposta é 22º 30'

Sistematize também o algoritmo, operando na base sexagesimal:

Proponha agora que calculem a medida de um ângulo que seja a quarta parte de um ângulo de 25º 14'.

Após a discussão, analise com eles o seguinte algoritmo:

Proponha outras divisões, por exemplo:

a) 32º : 5

b) 48º 32' 12" : 3

c) Qual é a medida de um ângulo cujo triplo é 128º ?

d) Calcule a quarta parte de um ângulo de 90º

PARTE 3: ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE MEDIDAS DE TEMPO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-12.

DESENVOLVIMENTO:

Proponha as seguintes situações problema.

" Carlos quer gravar numa fita cassete três discos. Ele dispõe de três tipos de fita. Uma com duração 46 minutos, outra de 60 minutos e outra de 90 minutos.

Os disco que quer gravar são:

	Madona	Lulu Santos	U – 2
Duração da face A	16 min 10 s	17 min 32 s	19 min 45 s
Duração da face B	18 min 24 s	13 min 28 s	20 min 32 s

a) Pergunte aos alunos: é possível gravar os três discos numa só fita?

Peça-lhes que calculem a duração de gravação de cada disco. Dê um tempo para resolverem. Verifique os diferentes algoritmos que utilizaram para efetuar os cálculos e registre-os na lousa. Escolha com a classe o mais conveniente.

Tomemos como exemplo o seguinte:

O tempo de duração das três fitas é:

34min 34s
+ 31min
40min 17s
105min 51s

Não vai ser possível usar uma só fita para gravar os três discos.

Espera-se que os alunos observem que para somar horas, minutos e segundo pode-se:

a) Somar os segundos e depois transformar em minutos, se for possível.

b) Somar os minutos e depois transformar em horas, se for possível.

Continue o problema perguntando quanto tempo fica faltando para gravar, se Carlos usar a fita de 90 minutos.

Dê um tempo para resolver. Em seguida verifique se efetuaram

105min 41s
- 90min
15min 41s

Levante a seguinte questão: será possível Carlos gravar os discos de Lulu Santos e U – 2 numa só fita?

Se responderam afirmativamente, pergunte em qual das fitas e quanto tempo disponível ainda restará na fita.

Verifique as formas de registro para efetuar os cálculos. Neste caso, ao efetuar a subtração, os alunos se defrontarão com um obstáculo.

31min
+ 40min 17s
71min 17s

90min
- 71min 17s

Da mesma forma que no sistema de numeração decimal, em subtrações deste tipo, decompomos o minuendo. Transformamos 90min em minutos e segundo:

90min = 89min 1min
↓
60s

90min = 89min 60s

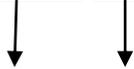
	90min			89min 60s
-	71min 17s		-	71min 17s
				18min 43s

Ou transformando todas as medidas em segundos e efetuando as operações:

31min = 1860s	40min 17s = 2417s	90min = 5400s
31min	1860s	5400s
40min 17s	+ 2417s	- 4277s
	4277s	1123s

E 1123s = 18min 43s

Outros exemplos:

a) 3h 15min 36s
+ 7h 45min 48s
10h 60min 84s
↓ ↓
10h 1h 60s + 24s
↓ ↓
11h 1min 24s

b) 12h 13min 5s
-8h 34min 17s

Para subtrair 17s de 5s podemos decompor 13min escrevendo:

13min = 12min + 1min

13min = 12min 60s

Assim temos:

12h (12min 60s) 5s

-8h 34min 17s

Somando os segundos:

12h 12min (60s + 5s)	12h 12min 65s
-8h 34min 17s	-8h 34min 17s

Analogamente, para subtrair 34min de 12min podemos decompor 12h, escrevendo:

12h = 11h 1h

12h = 11h 60min

Assim, temos:

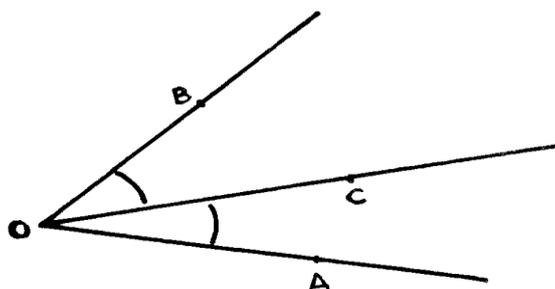
(11h 60min) 12min 65s	11 h 72min 65s
- 8h 34min 17s	-8h 34min 17s
	3h 38min 48s

Proponha outros problemas envolvendo medida de tempo, distribuindo uma folha-tipo II-12 para cada aluno.

FOLHA-TIPO I-12

CALCULANDO COM MEDIDAS DE ÂNGULO.

Situação1.

Calcule a medida do ângulo AOB formado pelos ângulos AÔC – 19º 32' 15” e BÔC = 38º 4' 52”.

Situação 2.

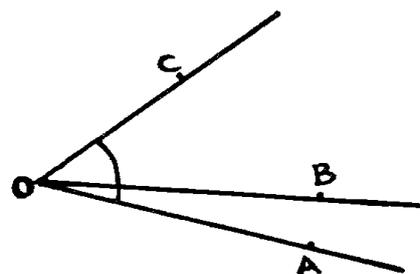
Calcule as medidas dos ângulos AÔC e AÔD, de modo que AÔC é a diferença entre os ângulos de 62º 1' 45” e 14º 12' 16” e o ângulo AÔD é a diferença entre os ângulos de 47 0186 76' e 14º 25'.

Situação 3.

1. Calcule as seguintes somas:

   7º 45' 12” + 38º 17' 32”

   136º 18' + 42º 17' 25” + 16º 45”

2. Observe a figura e calcule a medida do ângulo BÔC sabendo-se que: AÔC = 48º

32' e AÔB = 17º 16'.

3. Calcule as seguintes diferenças:

   132º 45' 19” - 49º 48”

FOLHA-TIPO II-12

UM TEMPO PARA RESOLVER PROBLEMAS.

1) José Carlos tem uma fita de vídeo com 2 horas de duração. Ele já gravou nesta fita um documentário de 1 hora e 5 minutos e quer gravar um musical, logo em seguida ao documentário. Se o musical começa às 20h 35min e termina às 21h 25min, ele poderá registrar o que quer, nessa fita?

2) Numa fita cassete há:

4 músicas de 3 minutos e 50 segundos, cada uma,

2 músicas de 3 minutos e 12 segundos, cada uma,

3 músicas de 2 minutos e 28 segundos, cada uma,

3 musicas de 2 minutos e 34 segundos, cada uma.

Calcule a duração total para ouvir a fita completa, sabendo que entre cada música, há um intervalo de 2 segundos e a primeira música começa a ser ouvida 4 segundos após o inicio da rotação da fita.

3) Na Copa Brasil de Futebol deste ano, o jogo final começará às 21h30. Uma partida de futebol tem normalmente dois meio-tempo de 45 minutos cada e um intervalo de 15 minutos entre os dois meio-tempos.

a) Se não houver nenhum contratempo, a que horas terminará o jogo?

b) Em caso de empate, os jogadores descansam 10 minutos, após o qual, haver[a uma prorrogação de 30 minutos, sem intervalo. Se isto acontecer, a que horas terminará a partida?

FOLHA-TIPO II-12a

4) O recorte de jornal mostra a programação da Rede Globo e da TV Cultura no dia 28/08/93.

5h20 Telecurso 2º Grau
6h45 Onda Viva
7h05 História para o Brasil
7h25 Globo Comunidade
8h Treino da Fórmula I (GP da Bélgica)
9h05 TV ColOsso
12h35 Globo Esporte
12h50 São Paulo Já
13h25 Esporte Espetacular
15h Vídeo Show
15h55 Filme: "O Império Contra-Ataca"
18h05 Mulheres de Areia
18h55 Sinal Verde
19h O Mapa da Mina
19h45 São Paulo Já
20h Jornal Nacional
20h35 Renascer
21h35 Escolinha do Professor Raimundo
22h25 Filme: "Essas Garotas!"
0h15 Filme: "Um Fugitivo Entre Nós"
2h Filme: "Encontros Íntimos"
3h40 Filme: "Chamem Christie Love"

8h Onda Viva
8h20 Alles Gute!
9h20 Escola Viva
9h50 Alô Vestibulando
10h20 Campeonato Alemão de Futebol: Kaisers Lautern x Werder Bremen (ao vivo)
12h20 Jornal da Cultura Sábado
13h20 Repórter Eco
13h40 Os Bichos
14h Grandes Momentos do Esporte
16h30 Frutas & Cia.
17h A Turma dos Gatos
17h30 Glub Glub
18h X-Tudo
18h30 I Love Lucy
19h Primeiras Metragens: John Carpenter
19h30 A Ternura de Henry (Toulouse Lautrec)
20h30 Metrópolis
21h Jornal da Cultura Sábado
21h30 Vitrine
22h30 Filme: "Luz Fraca"
23h45 Cultura Geral

a) Para cada emissora, calcule a duração total dedicada a esportes e a duração total dedicada a filmes.

b) Faça uma comparação do tempo dedicado a esportes entre as duas emissoras.

c) Quantas horas a mais de filmes a Rede Globo passa em relação à TV Cultura?

d) Quantas horas cada uma das emissoras esteve no ar nesse dia?

ATIVIDADE 13: NÚMEROS RACIONAIS.

OBJETIVOS: Identificar o número racional $\frac{a}{b}$ com o quociente de a por b, sendo sendo a e b números inteiros e $b \neq 0$.

Comparar e representar geometricamente os números racionais.

PARTE 1: UMA TABELA SEM FIM.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-13.

DESENVOLVIMENTO:

Faça uma retomada das operações com números inteiros verificando se os alunos ainda apresentam alguma dificuldade com relação aos sinais. Para tanto, poderá ser proposto o preenchimento de uma tabela do tipo:

a	b	a + b	a - b	a x b	a : b
3	1				
-6	2				
-8	-4				
16	-8				
0	15				
1800	-180				
-9450	-30				
-200	2				

Discuta os resultados da tabela com os alunos e, principalmente, o modo utilizado para chegarem a eles.

Entregue uma folha-tipo I-13 a cada aluno e peça que preencham as tabelas e que discutam os resultados. Proponha então as questões:

Alguns resultados, Luiza representou com um número inteiro e outros ela usou uma fração. Responda:

Em que casos ela usou um número inteiro? E em que casos ela usou uma fração?

Seria possível ela usar apenas a representação fracionária para todos os casos? De que maneira?

Na primeira linha (horizontal) de ambas as tabelas, Luiza não colocou o número zero. Você acha que ela tem alguma razão especial para isso? Explique.

Luiza ampliou sua tabela colocando também alguns números negativos. Mesmo assim, a tabela de Luiza é uma parte de uma tabela bem maior. Como seria essa tabela bem maior? Seria possível representá-la inteira?

As tabelas apresentadas abaixo também são partes dessa tabela maior?

÷	-20	-19	-18	-17	-16
-20	1	20/19	20/18	20/17	20/16
-19	19/20	1	19/18	19/17	19/16
-18	18/20	19/20	1	18/17	18/16
-17	17/20	17/19	17/18	1	17/16
-16	16/20	16/19	16/18	16/17	1

÷	50	51	52	53	54
-2	-2/50	-2/51	-2/52	-2/53	-2/54
-1	-1/50	-1/51	-1/52	-1/53	-1/54
0	0	0	0	0	0
1	1/50	1/51	1/52	1/53	1/54
2	2/50	2/51	2/52	2/53	2/54
3	3/50	3/51	3/52	3/53	3/54

Peça então aos alunos que representem, no caderno, uma outra parte dessa tabela maior, diferente das partes que já foram apresentadas.

Informe-os que esses números, obtidos pela divisão de dois números inteiros são chamados NUMEROS RACIONAIS.

Peça aos alunos que apontem nas tabelas trabalhadas, exemplos de números racionais com as características abaixo, fazendo marcas com as cores indicadas:

– Número racional inteiro positivo (vermelho)
– Número racional inteiro negativo (azul).
– Número racional fracionário positivo (verde).
– Número racional fracionário negativo (amarelo).

Peça que façam também uma investigação a respeito do tipo de números inteiros que deram origem a tais números racionais

Se houver necessidade faça perguntas do tipo:

Que tipo de número racional obteremos:

- Sendo o dividendo o dobro do divisor? E o triplo?
- Sendo o dividendo um número múltiplo do divisor?
- Sendo o dividendo maior que o divisor?
- Sendo o dividendo menor que o divisor?
- Sendo o dividendo negativo e o divisor positivo?
- Sendo o dividendo positivo e o divisor negativo?
- Sendo o dividendo e divisor positivo?
- Sendo o dividendo e divisor negativo?
- Etc.

PARTE 2: REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-13.

DESENVOLVIMENTO:

Entregue a cada aluno uma folha-tipo II-13. Peça que sigam as instruções dadas na folha e que organizem um relatório das observações. Essa tarefa poderá ser feita em grupo.

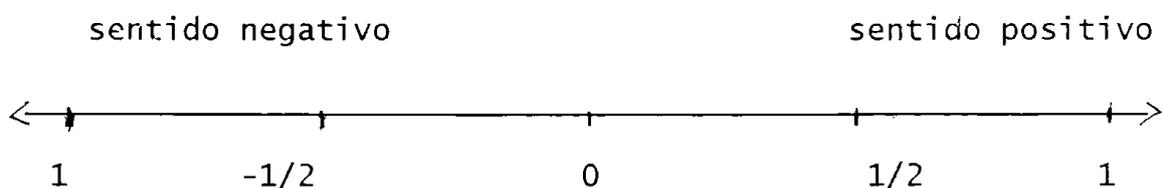
A seguir os grupos vão apresentar a síntese do relatório para a classe. Procure garantir, durante a apresentação, que os aspectos mais importantes desse estudo sejam abordados.

Aproveite esse momento para retomar idéias e conceitos já trabalhados com números inteiros:

Opostos ou simétricos.

Módulo.

Esses dois conceitos poderão ser retomados para os números racionais a partir da observação da reta numérica já que ambos estão relacionados à distância de pontos tendo como referencial o ponto zero.

– observe os pontos 1/2 e - 1/2 . Eles estão à mesma distância do ponto zero, porem estão em sentidos opostos. Por essa razão dizemos que são números opostos ou simétricos.

Como os números 1 /2 e - ½ estão a uma mesma distância do ponto zero, eles têm o mesmo módulo, já que módulo de um número é a distância desse número ao ponto zero.

Proponha aos alunos, exercícios como:

1. Observando as retas já construídas, apresentar outros pares de números opostos ou simétricos.

2. Completar sentenças com os sinais >, < ou =:

a) │ - 3/5│ …..... 3/5

b) │ - 6 │ …..... │ - 1/2│

c) │ - 0,6│ …....0,75

d) 0 …....... - 2/3

e) 0 …....... │ - 2/3│

f) 0,5 …...... │- 1/2│

3. Coloque em ordem crescente os números:

a) -1/2 ; -3/10; - 1/2; - 5/2

c) - 0,75; -1,3; -10

b) + 1/4; +1/7; -3; - 1/2; 0 d) +5,2; -5/4; - 1; +3,7

4. Complete:

a) O oposto do número 5/4 é …...

b) O oposto do oposto do número -5/4 é …..............................

c) O oposto do módulo do número - 1/2 é …..........................

d) O oposto do número zero é …..

e) O módulo do número zero é …...

5. Uma representação decimal de - 3/4 é:

a) - 3/4 b) -20/5 c) -10/2 d) +20/5

6. Uma representação fracionária do inteiro – 5 é:

a) – 5/10 b) -20/5 c) – 10/2 d) +20/5

FOLHA-TIPO I-13

UMA TABELA SEM FIM

Luiza inventou uma tabela para representar os resultados da divisão de dois números inteiros.

Complete a tabela iniciada por Luiza:

Mas Luiza não está satisfeita pois não usou os números negativos em

÷	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	...
0	0	0	0	0	0										
1	1	1/2	1/3	1/4	0										
2	2	1	2/3	2/4	2/5										
3	3	3/2	1	3/4	3/5										
4	4	2	4/4	4/4	4/5			4/8	4/9	4/10					
5															
6			2			1									
7															
8															
. . .															

TABELA I

sua tabela por isso, começou outra.

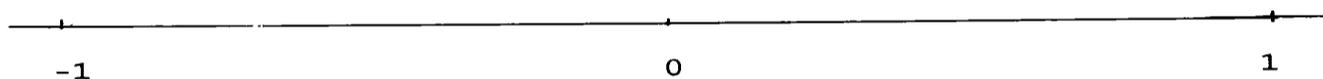
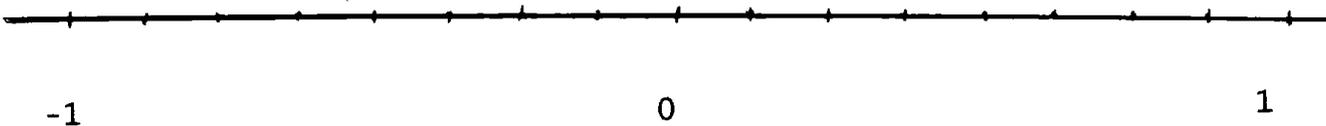
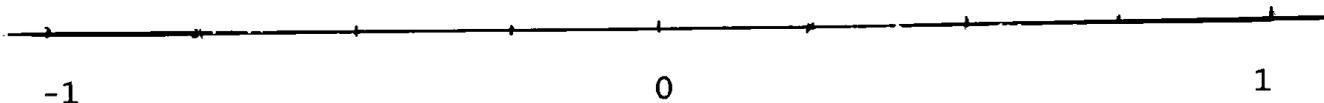
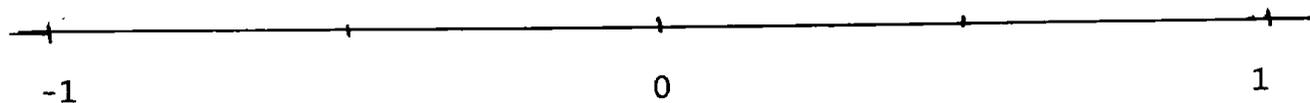
Complete-a.

:	-3	-2	-1	1	2	3	4	5							
-3															
-2															
-1															
0															
1															
2															
3															
. . .															

TABELA II

FOLHA-TIPO II-13

REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA.

Luiza marca três pontos em uma reta. Como a distância entre o 1º e o 2º pontos é igual à distância entre o 2º e o 3º pontos, ela associou a eles os números -1, 0, 1.

Continuando sua pesquisa, Luiza foi dividindo essas distâncias de várias maneiras. Observe a seguir as divisões feita por Luiza e associe a cada ponto, o número racional correspondente:

FOLHA-TIPO II-13a

Observe o que você e Luiza fizeram, complete as sentenças abaixo com os sinais >, < ou =

a) 1/2 .... -1/2

b) 1/2 ..... 2/4

c) -4/8 1

d) -4/8 .... -2/8

e) 4/8 .... -1/2

f) -1/4 .... -2/8

g) 2/8 ..... 1/4

h) 2/8 .... -1/4

i) 0 .... -7/8

j) 0 ..... 7/8

l) 1/4 .... 3/4

m) 3/8 .... -1

1. Continue a pesquisa iniciada por Luiza dividindo as distâncias entre os pontos – 1 e 0 e entre os pontos 0 e 1 em três partes iguais e depois em seis partes iguais.

Associe os números racionais aos pontos obtidos e faça comparações entre si.

Registre as comparações feitas por meio de igualdades e desigualdades.

2. E se essas distâncias forem divididas em 5 partes iguais e depois em 10 partes iguais. Que conclusão você poderia tirar?

3. Peque uma tira de papel de 30 cm e amplie o desenho da reta de modo a poder marcar também os pontos -2 e 2.

Continue dividindo as distâncias em partes iguais, marcando pontos; representando números racionais e principalmente fazendo comparações entre eles.

4. Além da representação fracionária, podemos usar a representação decimal para os números racionais.

Escolha uma das retas dos exercícios acima e represente os números racionais nela registrados, por uma escrita decimal.

ATIVIDADE 14: OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS.

OBJETIVOS: Realizar operações com números racionais.
Resolver expressões numéricas bem como identificar as propriedades das operações.

PARTE 1: A PESQUISA.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-14, I-14a, I-14b e I-14c.

DESENVOLVIMENTO:

Entregue a cada aluno uma folha-tipo I-14 e diga a eles que vão fazer uma pesquisa a respeito das quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números racionais. Lembre-os que já fizeram o estudo dessas operações e que agora trata-se apenas de ampliar a aplicação das descobertas feitas anteriormente e realizar essas operações com qualquer número racional.

Diga-lhes que a pesquisa será realizada em duas partes:

1ª parte: adição e subtração.
2ª parte: multiplicação e divisão.

Para desenvolver cada uma dessas partes, receberão um roteiro de trabalho que poderá ser enriquecido por eles sempre que isso for possível. Peça então, que se reúnam em grupos e entregue a cada aluno uma folha-tipo I-14.

Acompanhe o desenvolvimento dos trabalhos dos grupos orientando e dando informações necessárias.

Concluído o trabalho dos alunos, peça a cada grupo que faça uma apresentação de uma das parte do trabalho. Faça isso de maneira que o assunto fique inteiramente esgotado.

Terminada essa fase da pesquisa, entregue a cada aluno uma folha-tipo I-14b e peça que, em grupos, façam a pesquisa de acordo com o roteiro. Diga-lhes que o roteiro é apenas uma referência para o trabalho. Eles poderão ir muito além.

Dê um tempo que for necessário par a realização da tarefa e organize a apresentação dos grupos usando o mesmo esquema da primeira fase.

PARTE 2: POTENCIAÇÃO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-14.

DESENVOLVIMENTO:

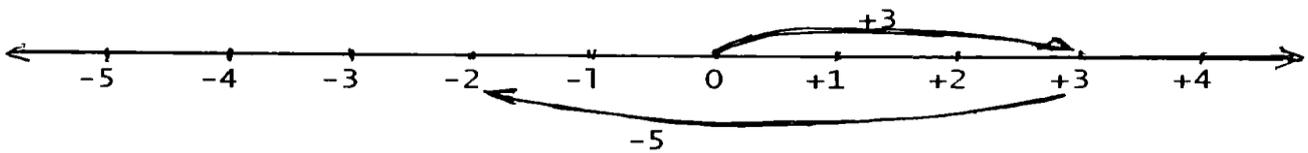
Para ampliar o estudo da potenciação com números racionais, os alunos poderão, em grupos, discutir e responder as questões da folha-tipo II-14.

Com base no desempenho dos alunos, proponha novas questões e exercícios.

FOLHA-TIPO I-14

A PESQUISA.

Roteiro – 1 (Adição e subtração de números racionais)

1. A soma (+ 3) + (- 5) pode ser representada na reta numérica da seguinte maneira:

De onde conclui-se que (+ 3) + (- 5) = - 2 ou que

3 – 5 = - 2.

Use a reta numérica para representar as somas:

a) (+ 1) + (- 1/ 2) b) (0,5) + (- 1)

c) (+ 1) + (- 3/2) d) 0,5 – 3,5

2. Complete as expressões a seguir de modo que o valor que cada uma seja um número negativo:

a) (- 3) + (…..) = - …... b) (+ 3) + (…..) = - …...

c) (- 3) + (…..) = - …... d) (+ 3) + (…..) = - …...

3. Complete as expressões a seguir de modo que o valor de cada uma seja um número positivo:

a) (+ 1/2) + (…..) = + ….. b) (- 3/4) + (…..) = + …...

c) (+ 3/2) - (…..) = +…... d) (0,7) - (…..) = + …...

COMPARE SUAS RSPOSTAS COM A DE SEUS COLEGAS!

FOLHA-TIPO I-14a

FAÇA EXPERIÊNCIAS ANTES DE RESPONDER CADA UMA DAS QUESTÕES:

4. Em que condições a soma de dois números racionais é:

a) positiva sendo um deles positivo?

b) negativa sendo um deles positivo?

c) positiva sendo ambos negativos ?

d) negativa sendo ambos negativos ?

e) negativa sendo ambos positivos ?

5. Em que condições a diferença de dois números racionais é:

a) negativa sendo ambos negativos ?

b) negativa sendo apenas um deles negativo ?

c) negativa sendo ambos positivos ?

d) positiva sendo um deles negativos ?

e) positiva sendo ambos negativos ?

f) positiva sendo ambos positivos ?

6. Calcule o valor de cada uma das expressões:

a) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{4}{3}\right)-\frac{2}{3}$ b) $(-0,3) - (-0,8) + (-3,4)$

c) $\left(-\frac{6}{7}\right)+\left(+\frac{4}{5}\right)+\left(+\frac{6}{5}\right)$ d) $-\frac{3}{5}+\frac{1}{4}-\frac{3}{10}-\frac{4}{15}+1$

e) $\frac{2}{3}+\left[\frac{1}{2}-\left(1-\frac{3}{4}\right)\right]$ f) $2 - [(-0,5) - (-0,5)]$

FOLHA-TIPO I-14b

Roteiro 2 - (Multiplicação e Divisão)

1. Dê exemplos de situações em que o produto de dois números racionais seja positivo.

Aponte também diferentes possibilidades para que o produto de dois números racionais seja negativo.

2. Dê exemplos de situações em que o quociente de dois números racionais seja positivo. Faça o mesmo para o quociente negativo.

3. Verifique por meio de exemplos se as propriedades comutativa, associativa e elemento neutro são válidas para:

– a multiplicação de números racionais.
– A divisão de números racionais;

4. Todo número racional diferente de zero tem um INVERSO MULTIPLICATIVO ou INVERSO. O produto de um número racional pelo seu inverso é igual a 1.

Explique a afirmação acima por meio de exemplos.

FOLHA-TIPO I-14c (Continuação)

Calcule o valor das expressões:

a) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(+\frac{2}{3}\right)=$

b) $\left(-\frac{2}{3}\right)\div\left(-\frac{1}{3}\right)=$

c) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(\frac{1}{5}\right)\times\left(+\frac{20}{9}\right)=$

d) $(-1)\div(+0,2)=$

e) $(-5)\times\left(+\frac{2}{3}\right)\times\left(+\frac{1}{2}\right)=$

f) $\left(-\frac{7}{9}\right)\div(-14)=$

g) $(0,3)\times\left(-\frac{5}{6}\right)=$

h) $\left(-\frac{1}{5}\right)\times(-0,8)=$

i) $\left(+\frac{3}{4}\right)\times\left(\frac{12}{20}\right)\times 0\times\left(-\frac{1}{8}\right)=$

FOLHA-TIPO II-14

Potenciação

Roteiro 3 – Potenciação com números racionais

1. Qual é o maior número :

a) -2/3/ ou 3/5 ?

b) 1,38 ou – 2,38 ?

c) 1/2 ou $(1/2)^2$

d) $(-1/5)^3$ ou $(-1/5)^2$

e) $(0,1)^3$ ou $(-1,5)^2$

f) $(1,5)^2$ ou $(-1,5)^2$

2. Responda :

a) Em quais condições a potência de um número racional é positiva?

b) Em quais condições ela é negativa ?

3. Verifique por meio de exemplos numéricos se as propriedades estudadas para a potenciação com números inteiros também são válidas para a potenciação com números racionais.

4. Aplique as propriedades da potenciação em:

a) $\left(+\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(+\frac{2}{3}\right)^5 =$

b) $\left(+\frac{1}{5}\right)^7 \div \left(+\frac{1}{5}\right)^9 =$

c) $\left[\left(+\frac{3}{4}\right)^2\right]^3 =$

d) $\left[\left(-\frac{5}{2}\right)^3 \times \left(+\frac{3}{5}\right)^2\right]^5 =$

ATIVIDADE 15: ORGANIZANDO A INFORMAÇÃO.

OBJETIVOS? Organizar dados obtidos de uma informação.
Construir e interpretar gráficos.
Calcular e interpretar média aritmética.

PARTE 1: ORGANIZANDO DADOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Régua e compasso.

DESENVOLVIMENTO:

Diga aos alunos que você está interessado(a) em saber a faixa etária dos alunos das classe que leciona. Como fazer? Discuta com eles algumas idéias.

É possível, que sugiram como a primeira etapa perguntar a cada um a sua idade. Neste caso, como registrar esse dados?

Solicite, então que cada aluno coloque no quadro negro a sua idade. Oriente-os a registrar de uma forma organizada, como por exemplo em colunas.

12	13	11	13
14	14	14	15
13	12	13	13

Comente que há várias formas de registrar a contagem, sendo as mais comuns desenhar.

Traços | | | | | | representa 6

ou

quadrados ☐ | representa 6

Peça que anotem no caderno os dados obtidos. Explique que esses dados serão organizados em tabelas e gráficos, para propiciar uma leitura mais rápida e acessível ao leitor. Para organizar em tabelas, os dados são colocados em ordem crescente ou decrescente e em seguida é feita a contagem das idades. Diga-lhes que este procedimento é chamado tabulação.

Idade	Número de alunos	
11	|	1
12	┌	2
13	☐	3
14	┌┐	5
15	|	1

Solicite que procedam d mesma forma para tabular os dados obtidos na classe.

Retome com a classe a construção de gráficos de barras e de setores feitas na 5ª série. Caso os alunos não tenham tido a oportunidade de realizar estas atividades, este é um bom momento para fazê-las.

Peça para a classe construir, por exemplo o gráfico de barras, fazendo a sua interpretação a respeito da faixa etária dos alunos da classe.

PARTE 2: "FAZENDO" MÉDIA.

MATERIAL NECESSÁRIO: Régua.

DESENVOLVIMENTO:

Solicite a cada aluno que escreva na lousa a sua altura. Divida a classe em grupos, peça para tabularem os dados registrados e discutam como encontrar o valor que represente a altura média da classe.

É possível que algum grupo escolha como a altura média, a medida que apareceu com mais freqüência. Diga-lhes que neste caso, esta média é chamada de moda.

Se encontraram a altura média somando todas as medidas e dividindo pelo número de alunos, temos a média denominada média aritmética.

Nesta série, é conveniente trabalhar com apenas estas duas médias, dando destaque para a média aritmética.

Proponha a cada um, achar a diferença entre a sua altura e a altura média.

Peça que encontrem a média aritmética:

a) das idades dos alunos da classe.

b) dos pesos dos alunos da classe.

c) do número de irmãos de cada aluno.

PARTE 3: A PESQUISA.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Levante com a classe um assunto de interesse dos alunos para ser pesquisado.

Comente que para fazer a pesquisa serão necessárias várias etapas. Em primeiro lugar escolhe-se um grupo de pessoas que devem responder as perguntas (entrevistas). Este grupo de pessoas é chamada de amostra.

Depois escolhe-se o instrumento que vai ser utilizado na entrevista, por exemplo: gravador ou questionário. Nos dois casos é necessário elaborar as perguntas conjuntamente e com antecedência, para que todos façam as mesmas perguntas aos entrevistados.

Combine o prazo para a entrega das entrevistas e, no dia marcado, retome o trabalho, dividindo a classe em grupos para fazer a tabulação, construir os gráficos, achar a média aritmética e interpretar os resultados obtidos.

Se o assunto escolhido for de interesse da comunidade escolar, procure divulgar este trabalho para as outras classes.

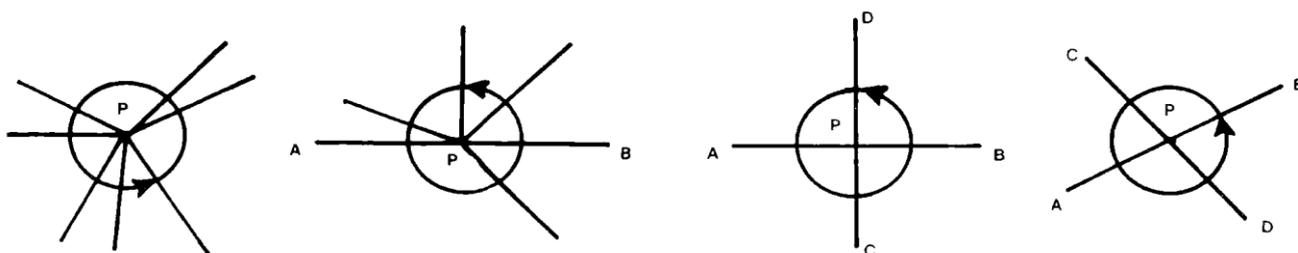
ATIVIDADE 16: PARALELAS E TRANSVERSAIS.

OBJETIVOS: Desenvolver a noção de ângulos adjacentes.
Desenvolver a noção de ângulos opostos pelo vértice.
Analisar propriedades de ângulos definidos por uma reta transversal a duas ou mais retas paralelas.

PARTE 1: EM VOLTA DE UM PONTO.

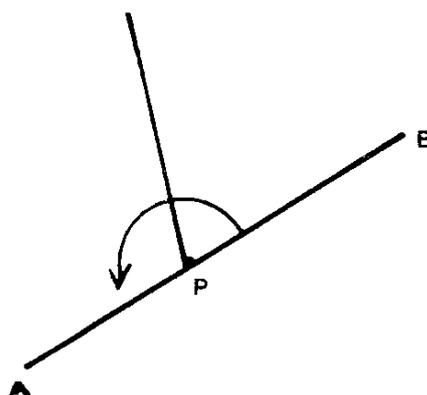
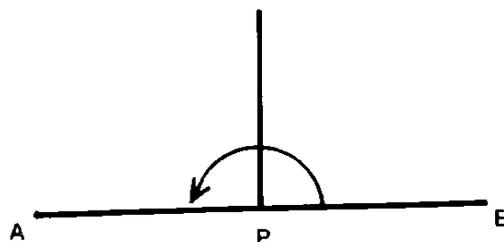
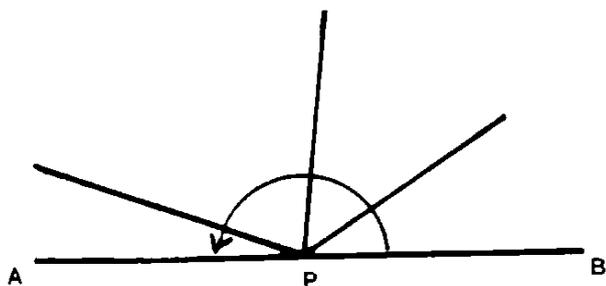
MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-16, Quadro 1.

DESENVOLVIMENTO:

Apresente aos alunos, divididos em grupos de 4, uma folha-tipo I-16, Quadro 1 e peça para verificarem o que acontece com a soma das medidas dos ângulos em volta do ponto P.

Observe se percebem que a soma dos ângulos em volta de um ponto é 360º (ou 4 ângulos retos).

Discuta com eles a diferença entre as 4 figuras, destacando que nos casos 2, 3 e 4 há pelo menos uma reta que divide o plano em duas regiões (por exemplo, reta AB e CF) e no caso da figura 1 não temos uma reta que passa pelo

ponto P, mas, semi-retas que começam no ponto P.

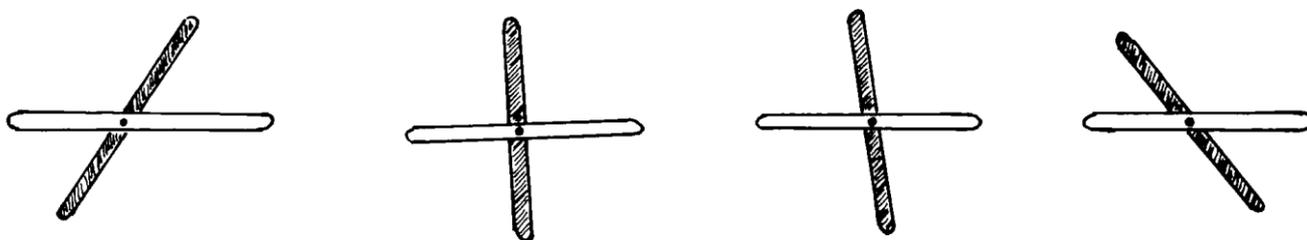
Proponha que eles analisem as figuras 2, 3 e 4 tomando a reta AB ou CD como referência, façam as medidas e indiquem a soma dos ângulos que estão à direita ou à esquerda de uma dessas retas, por exemplo:

Sintetize as seguintes propriedades, após a discussão com os grupos:

1. A soma de todos os ângulos em volta de um ponto é 360º (4 ângulos retos).
2. A soma de todos os ângulos situados à esquerda ou à direita de uma reta é 180º (2 ângulos retos).

PARTE 2: ÂNGULOS ADJACENTES E OPOSTOS PELO VÉRTICE.

MATERIAL NECESSÁRIO: Palitos de sorvete, tachinha, canudos de refrigerantes e Folha-tipo I-16, Quadro 2.

DESENVOLVIMENTO:

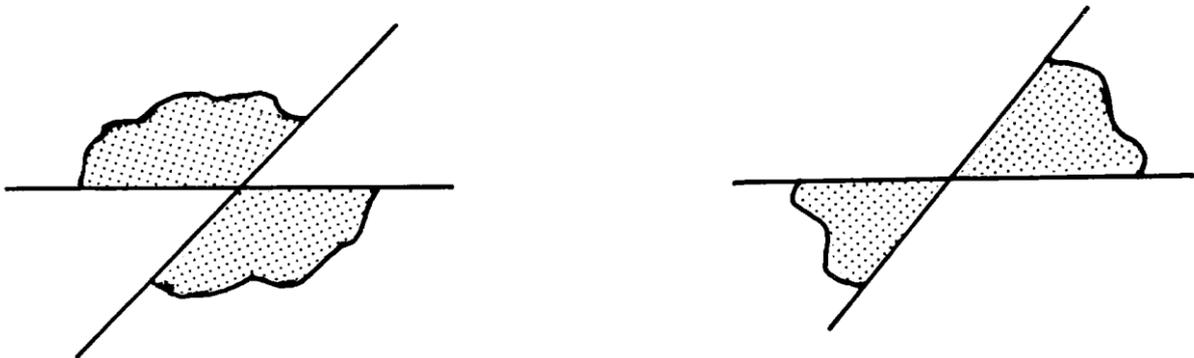
Peça para os alunos fixarem dois palitos de sorvete com uma tachinha ou dois canudos de refrigerante, obtendo a seguinte figura:

Proponha que eles movimentem um dos palitos ou canudinho e observem a variação dos ângulos da figura. Peça para que representem com duas RETAS CONCORRENTES algumas dessas figuras.

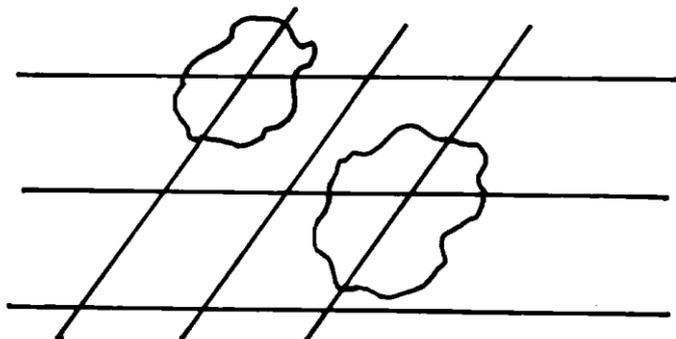
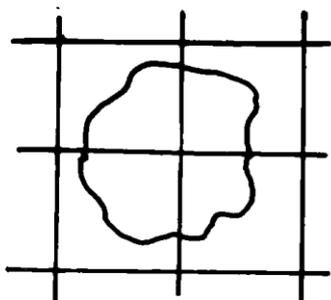
Faça perguntas do tipo:

– Quantos ângulos são formados em cada figura?
– O que podemos afirmar sobre a soma das medidas dos ângulos em volta do ponto em que elas se cruzam?
– O que podemos afirmar sobre a soma das medidas dos dois ângulos que ficam à direita ou à esquerda de uma das "retas" ?

Há algum momento em que esses ângulos sejam iguais ?

Após um tempo para análise dessas questões discuta com eles o fato:

1. A soma dos quatros ângulos em volt do ponto é 360º (conforme visto na parte 1 desta atividade)
2. Os dois ângulos obtidos de um mesmo lado da reta têm a soma sempre igual a 180º e são chamados de ângulos SUPLEMENTARES.
3. Que esses ângulos são iguais apenas quando as duas retas forem perpendiculares e isto ocorre apenas uma vez. Por um ponto passa uma única perpendicular a uma reta dada.
4. Nos demais casos, os dois ângulos são diferentes e são chamados de ângulos ADJACENTES e são suplementares, ou seja, os ângulos são adjacentes quando as suas medidas são diferentes e têm soma igual a 180º.
5. Duas retas concorrentes definem ângulos opostos pelo vértice:

Chame a atenção dos alunos para verificarem que ao modificarem a posição das retas, quando deixam de ser perpendiculares o que um ângulo perde o outro ganha, somando sempre 180º se situados à esquerda ou à direita de uma reta e de 360º se estiverem em volta do ponto de intersecção.

A partir dessas conclusões, solicite aos alunos que observem as figuras do Quadro 2 da folha-tipo I-16 e pintem da mesma cor os ângulos que acharem que tem mesma medida e peça para justificarem suas respostas.

A seguir, peça para eles desenharem numa folha de papel diferentes pares de retas concorrentes, recortá-las destacando os quatros ângulos formados pelas retas e sobreponha para verificar experimentalmente aqueles que tem mesma medida.

Coloque na lousa dois tipos dessas figuras, numerando os ângulos e peça para eles dizerem aqueles que tem mesma medida, por exemplo:

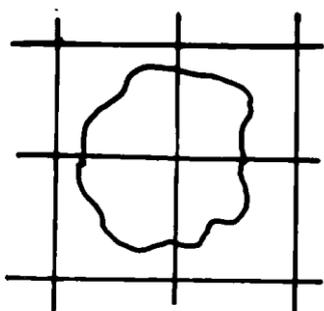



Figura 1

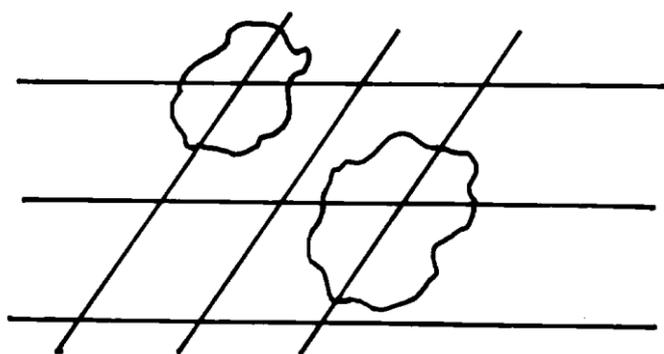
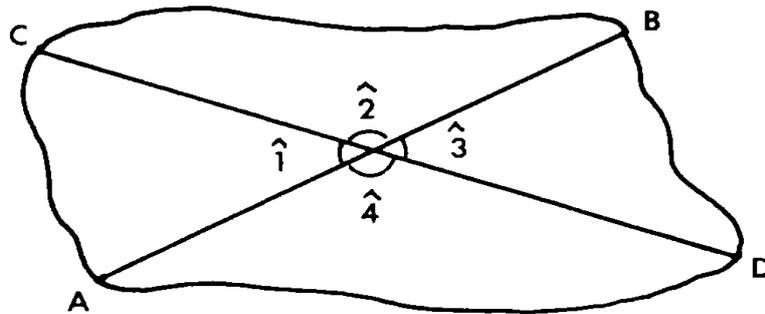
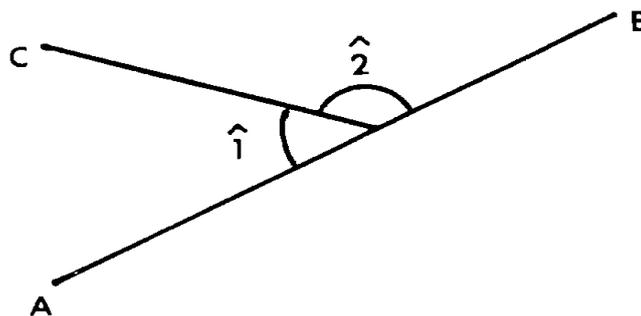



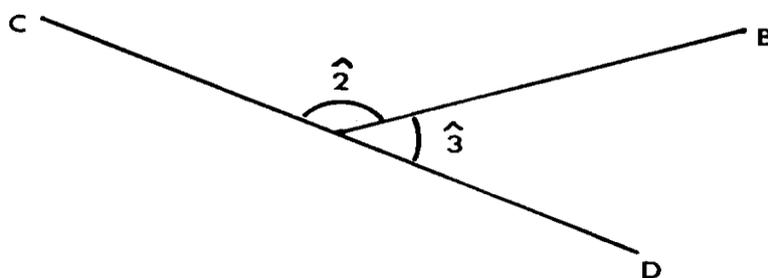
Figura 2

Na figura 1 os ângulos 1, 2, 3 e 4 têm mesma medida, pois são ângulos retos.

Na figura 2 os ângulos 1 e 3 têm mesma medida e os ângulos 2 e 4 também têm mesma medida.

Após essa verificação experimental, faça um outro tipo de verificação dessa propriedade. Coloque na lousa a figura:

Destaque a reta AB:

Pergunte quanto é a soma das medidas dos ângulos 1 e 2.

med. 1 + med. 2 = 180º

Pergunte qual é a soma das medidas dos ângulos 2 e 3.

med.2 + med. 3 = 180º

então os ângulos 1 e 3 são iguais, da mesma forma verifica-se que os ângulos 2 e 4 têm a mesma medida.

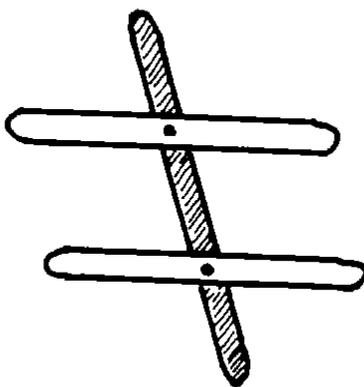
Assim, os ângulos opostos pelo vértice têm mesma medida.

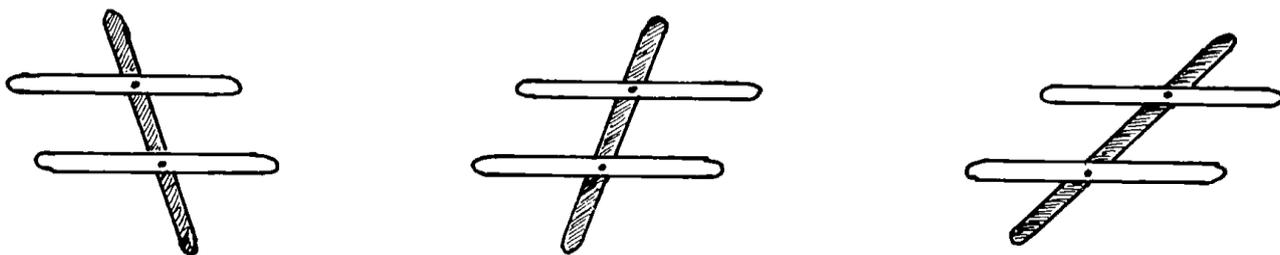
PARTE 3: RETAS E TRANSVERSAIS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Palitos de sorvete, tachinhas.
Folha-tipo II-16.

DESENVOLVIMENTO:

Situação 1.

Proponha aos alunos para confeccionarem com palitos uma figura como a indicada ao lado.

Solicite que movimentem os palitos e vejam o que ocorre com os ângulos, chamando a atenção para que conforme for esse movimento dois do palitos se mantêm paralelos ou não.

Palitos paralelos:

Palitos não paralelos:

Peça para usarem o transferidor para medir os ângulos e auxiliar na discussão.

Verifique se concluem que alguns pares de ângulos são iguais, no caso dos palitos paralelos, não ocorrendo o mesmo, no caso de não se manter o paralelismo entre os palitos.

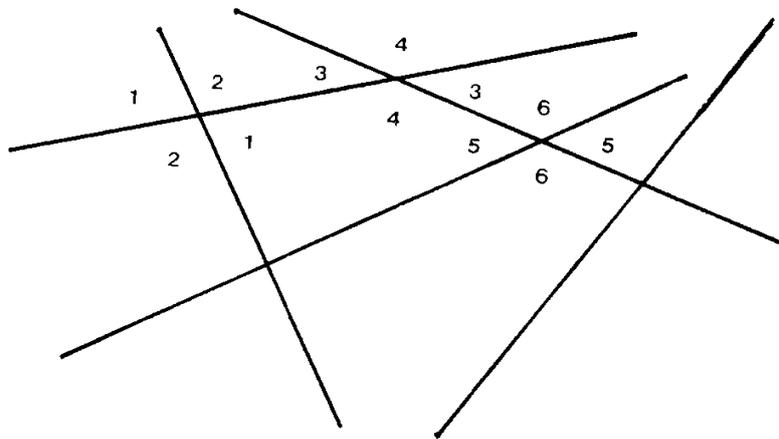
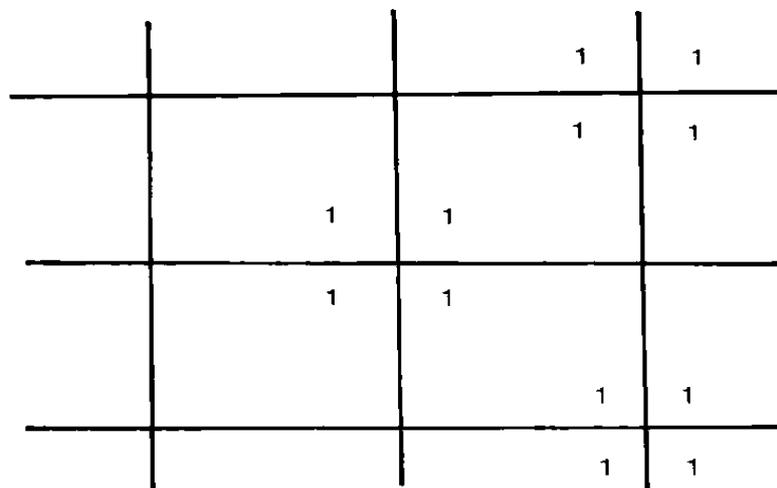
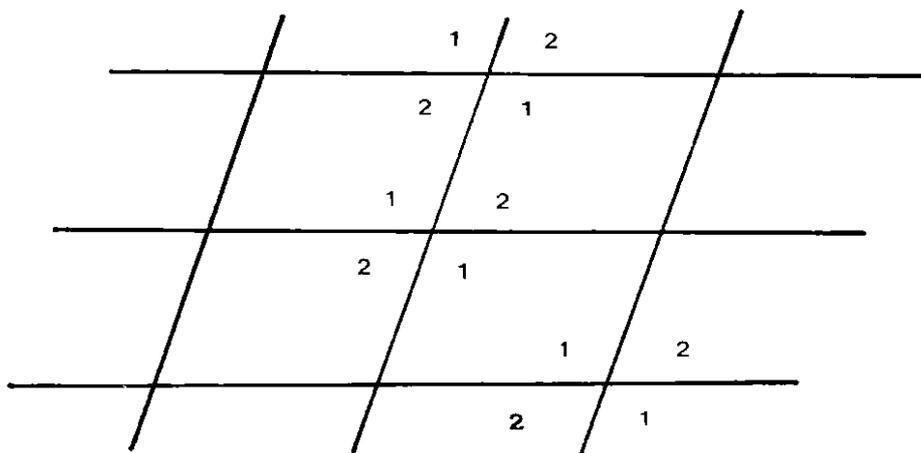
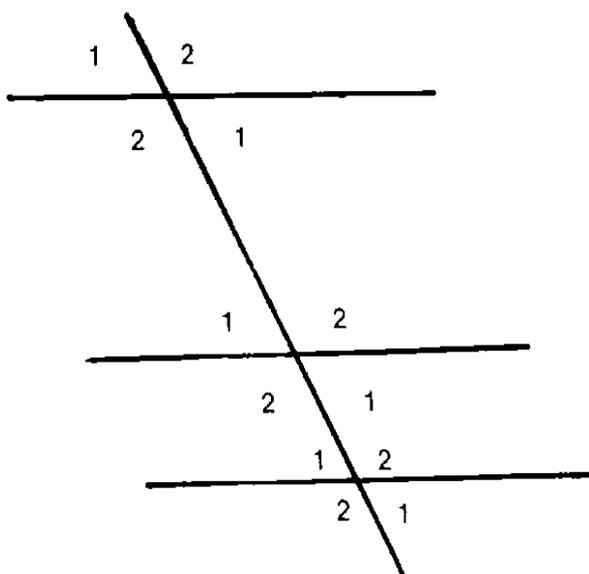
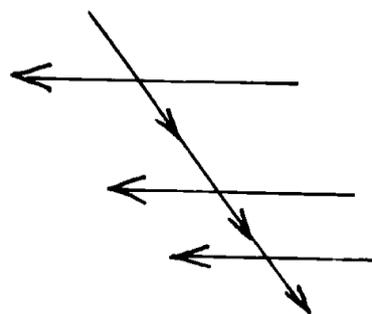
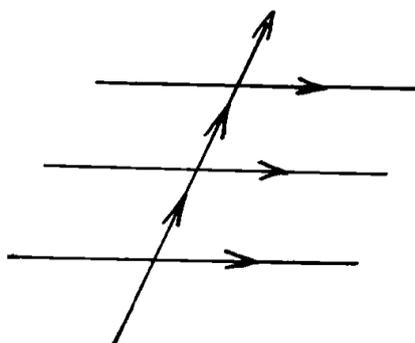
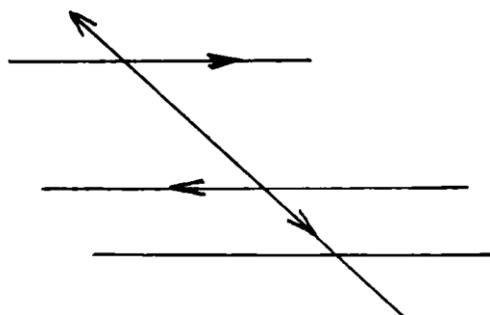
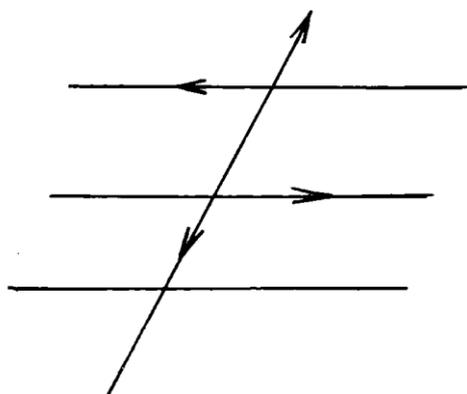
Situação 2.

Entregue a cada grupo de 4 alunos uma folha-tipo II-16 e solicite que verifiquem, através de "deslizamento de esquadro" se há retas paralelas e perpendiculares em cada figura.

A seguir, solicite que coloquem o mesmo número ou cor, para indicar os pares ângulos que têm mesma medida em torno dos quatros pontos destacados em cada figura.

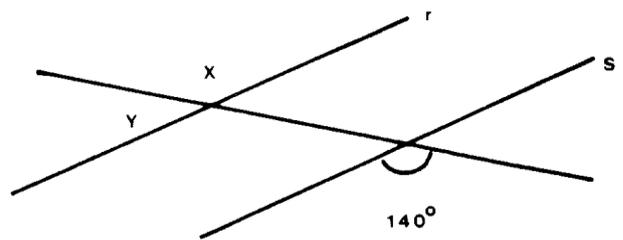
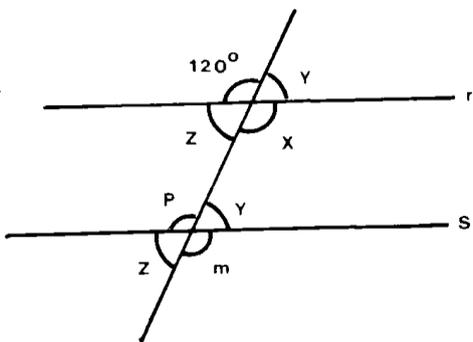
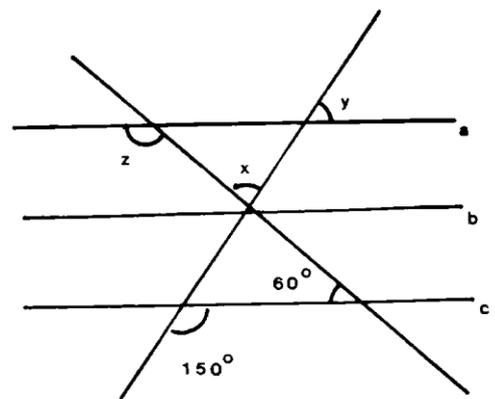
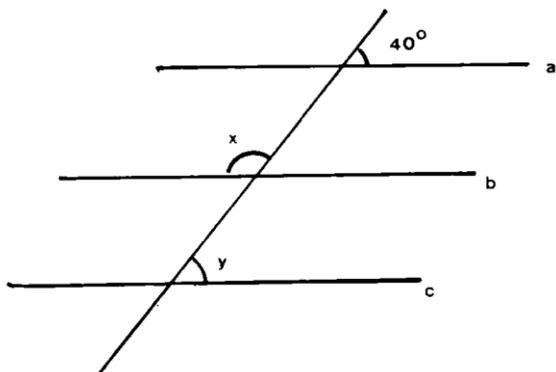
Diga que para fazerem isto vão utilizar propriedades e instrumentos que já conhecem (transferidor, deslizamento de esquadros, ângulos opostos pelo vértice, propriedade dos quadriláteros, etc.).

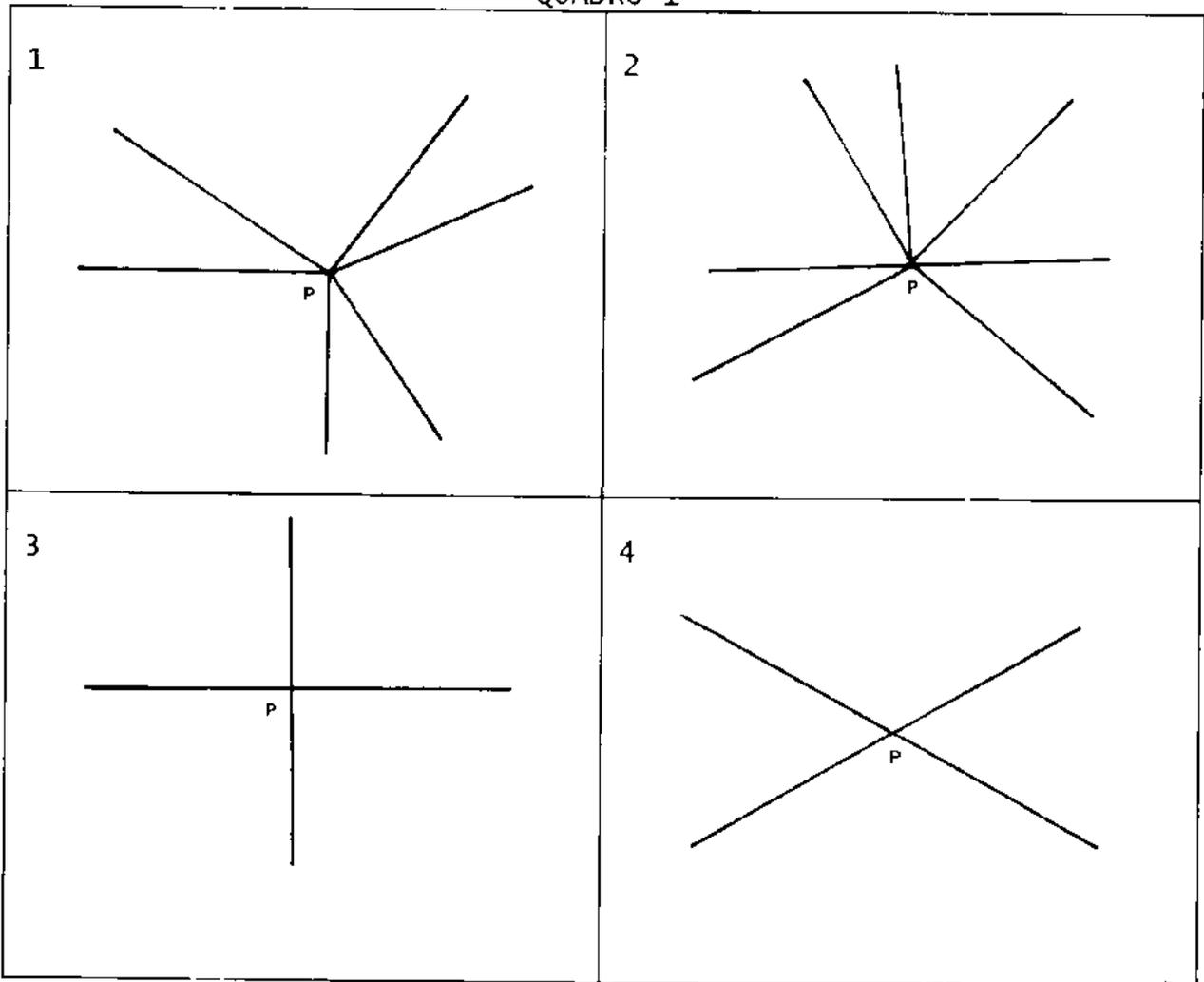
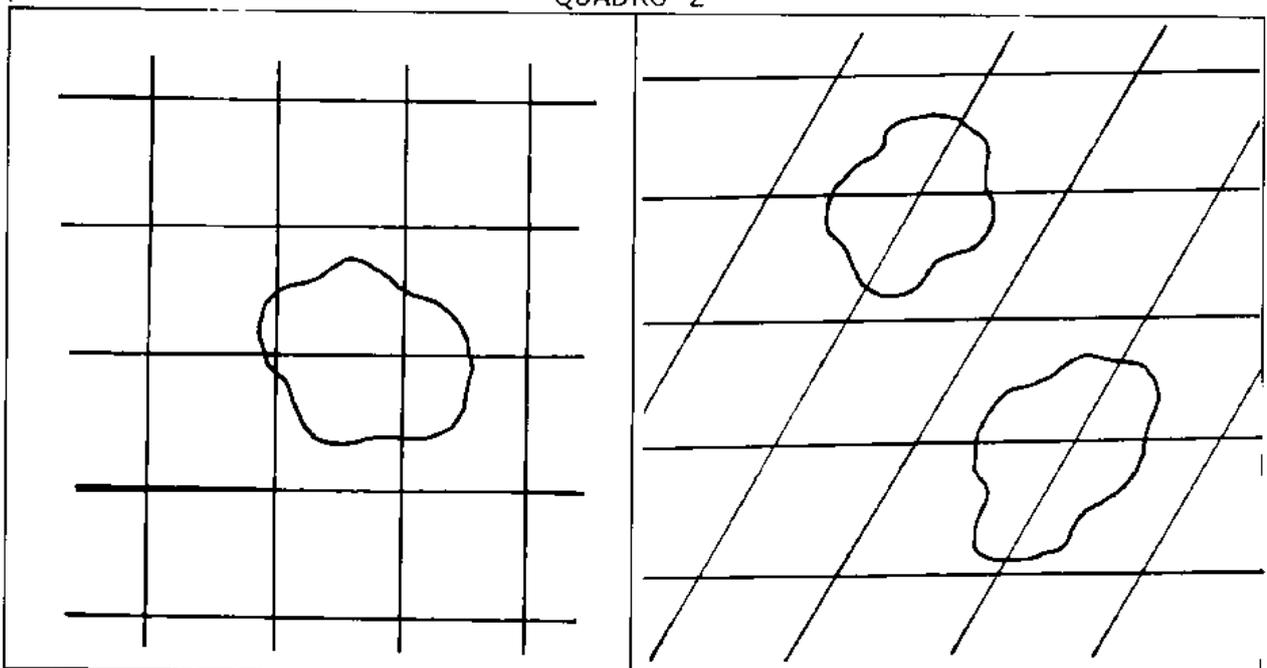
Após um tempo para isso, discuta as conclusões de cada grupo e o porque das mesmas.

No caso da figura A, a malha apresenta quadriláteros diferentes. Em torno de um ponto são iguais aqueles ângulos que são opostos pelo vértice, que por sua vez são diferentes de ângulos situados em torno de outros pontos. Cada par de ângulos é diferente do outro:

No caso da figura B a malha apresenta quadriláteros que são retângulos, desse modo, todos os ângulos (16 ao todo) tem mesma medida (90º).

No caso da figura C os quadriláteros são paralelogramos, assim, temos dois tipos de ângulos (8 com uma medida e 8 com outra medida). Os paralelogramos são figuras que tem lados opostos paralelos. Seus ângulos agudos têm mesma medida e seus ângulos obtusos também têm mesma medida.

Como decorrência da figura C os ângulos da figura D também são de dois tipos (8 de cada), com mesma medida

Destaque as figuras C e D indique a correspondência entre ângulos, definida pela posição correlata que ocupam em diferentes retas:

Destaque também que em conseqüência dessa correspondência e dos ângulos opostos pelo vértice terem mesma medida, podemos identificar congruência de ângulos, situados em diferentes pontos.

COMENTÁRIOS:

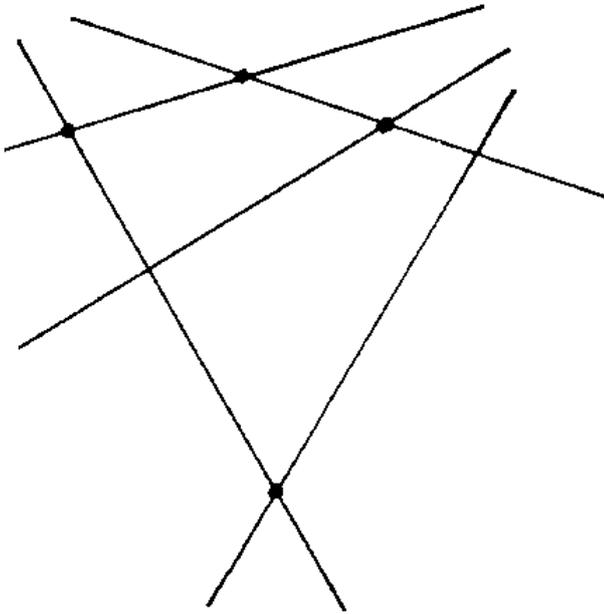
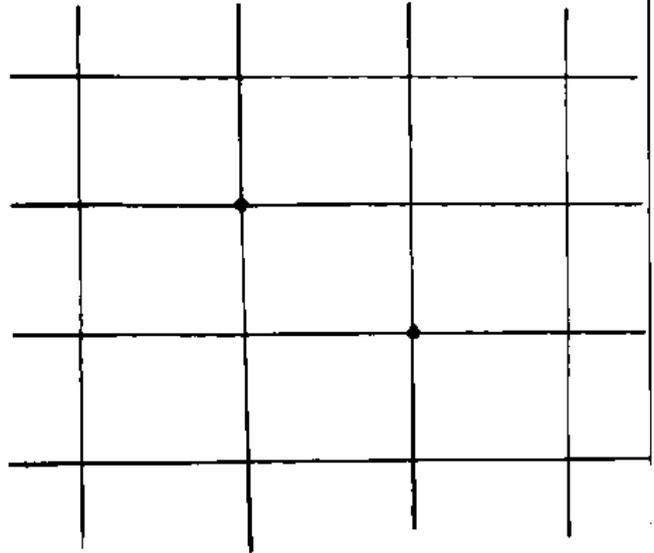
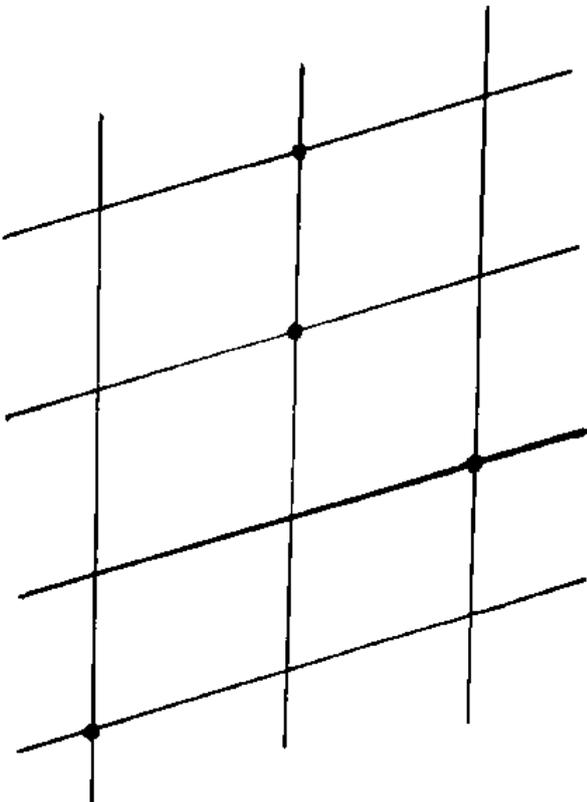
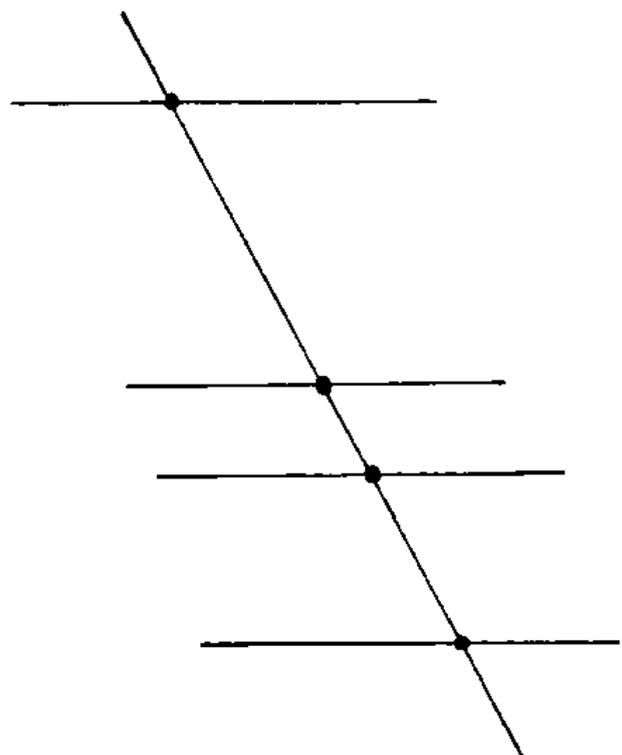
A extensa nomenclatura, freqüentemente enfatizada para ângulos definidos por retas paralelas e uma transversal, aqui, é secundária. Uma vez identificadas as propriedades desses ângulos, os que são adjacentes, complementares, opostos pelo vértice e as suas correspondências, se achar necessário passe a utilizar termos como ângulos colaterais, alternos internos, alternos externos, etc.

Para compreenderem melhor as relações e propriedades desses tipos de ângulos sugira exercícios do tipo:

Calcule o valor dos ângulos indicados, considerando que as retas **r** e **s** são paralelas:

Sendo a, b e c retas paralelas calcule o valor dos ângulos indicados:

FOLHA-TIPO I-16

ÂNGULOS ADJACENTES E OPOSTOS PELO VÉRTICE.

FOLHA-TIPO II-16

PARALELAS E TRANSVERSAIS.

A

B

C

D

ATIVIDADE 17: OS TRIÂNGULOS.

OBJETIVOS: Verificar, experimentalmente, alguns teoremas relativos à soma dos ângulos internos de um triângulos e à desigualdade triangular.

PARTE 1: A RIGIDEZ.

MATERIAL NECESSÁRIO: Palito de sorvete (ou ripinhas de madeiras), tachinhas, régua, serra, compasso.
Folha-tipo I-17.

DESENVOLVIMENTO:

Divida a classe em grupos em peça a cada grupo que construa com os palitos de sorvetes e as tachinhas:

- Um triângulo eqüilátero
- Um triângulo isósceles
- Um triângulo escaleno.

As medidas vão ser determinadas por eles, que serrarão os palitos ou ripas de madeira, no tamanho que decidirem.

Levante questões tais como:

- É possível mover alguns triângulos, sem quebrar a madeira ou despregar as tachinhas?
- Pegando três pedaços de madeira de medidas variadas, sempre é possível obter um triângulo?

- É possível montar dois triângulos com lados de mesma medida?

Em função de sua rigidez, o triângulo é usado em várias construções. Discuta exemplos com a classe.

Aproveite para ensinar como se usa o compasso para traçar um triângulo, dadas as medidas dos seus lados:

6cm, 6cm, 6cm
3cm, 4cm, 5cm
5cm, 4cm, 4cm
8cm, 8cm, 8cm
6cm, 8cm, 10cm
3cm, 2cm, 2cm

Desafie a classe a construir um triângulo cujas medidas dos lados são 8cm, 3cm, 3cm. Depois, discuta o porquê da impossibilidade dessa construção.

Solicite a cada grupo que registre no caderno todas as conclusões de suas experiências e informações obtidas. Sintetize com eles as conclusões:

a) O triângulo é uma figura rígida?
b) Não é possível construir dois triângulos diferentes quando são utilizadas as mesmas medidas.
c) A medida de um lado qualquer de um triângulo não pode ser maior que a soma dos outros dois.

Distribua aos alunos uma folha-tipo I-17 e peça que meçam, com o transferidor, os ângulos internos de alguns triângulos e anotem as medidas numa tabela.

Construída a tabela, convide os alunos a descobrirem curiosidades na mesma. Algumas propriedades podem ser observadas:

a) Ao maior lado do triângulo opõe-se o maior ângulo. (e ao menor ?).

b) Triângulos com três ângulos de 60 graus são eqüiláteros.

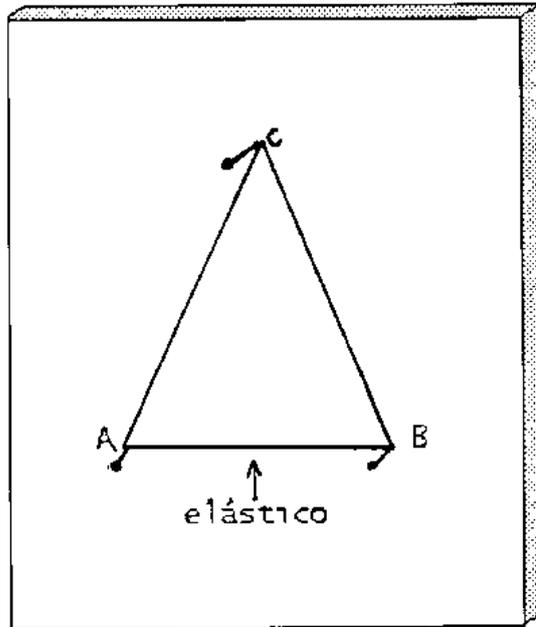
c) Triângulos com exatamente dois ângulos de mesma medida são isósceles (tem exatamente dois lados com a mesma medida).

d) A soma dos ângulos internos de cada um dos triângulos é 180 graus.

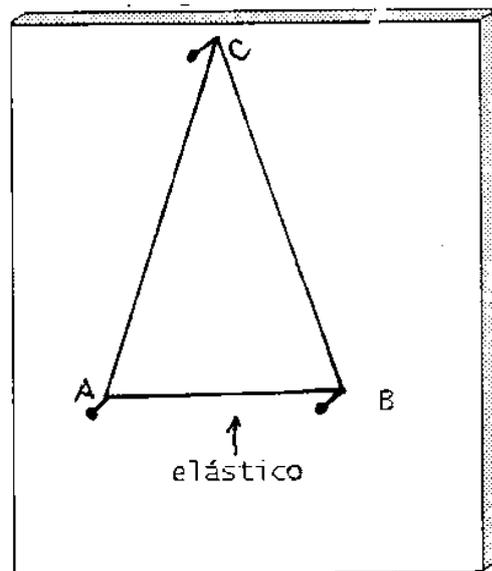
PARTE 2: ALGUMAS EXPERIMENTAÇÕES.

MATERIAL NECESSÁRIO: Tábua, prego, elásticos, folha de revistas.

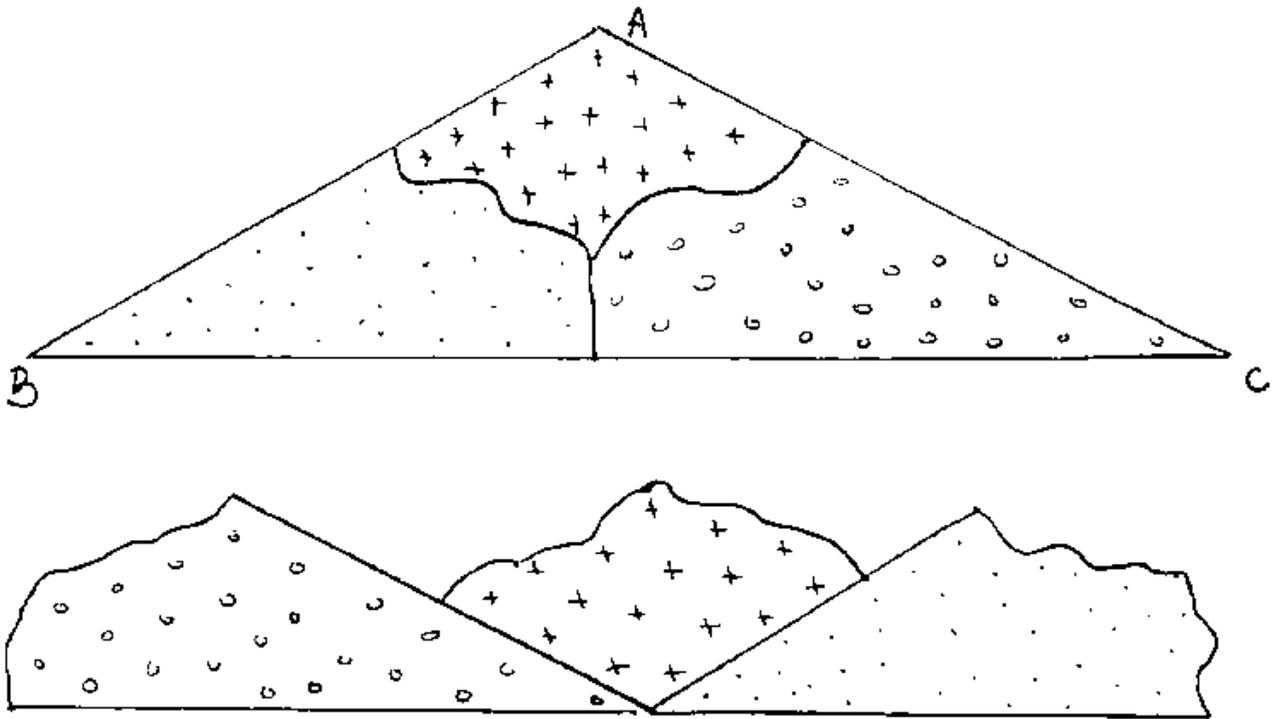
DESENVOLVIMENTO:

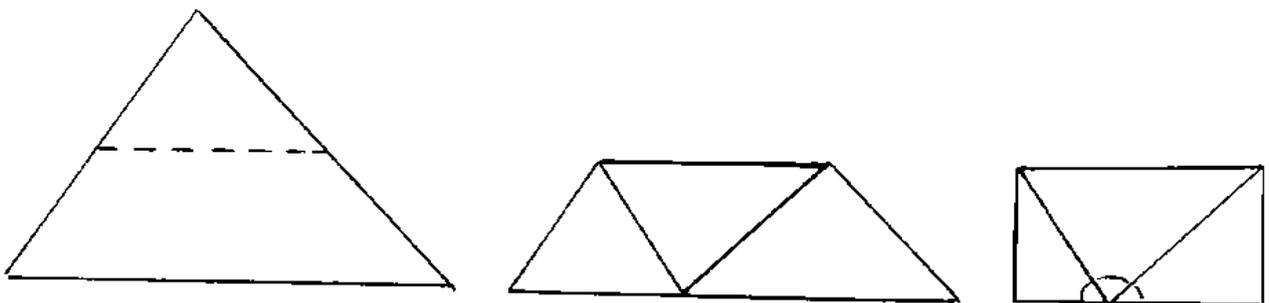
Convide os alunos a fazerem mais uma experiência junto com você. Numa tábua são colocados dois pregos em pontos que serão chamados de A e B.

Em volta dos pregos, passa-se um elásticos que será esticado (perpendicularmente á base) até um ponto a que chamaremos de C (ver figura). Vá fazendo perguntas tais como:

- O que acontece com a medida dos ângulos A e B, internos ao triângulo, quando o elástico vai sendo puxado mais para cima: aumenta ou diminui?

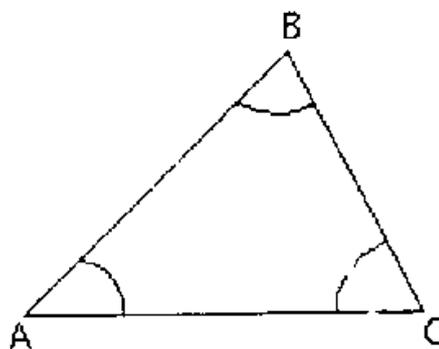
- E o que acontece com os triângulos se, pouco a pouco, formos soltando o elástico (diminuindo bastante altura do Triângulo.

Essa experiência pode nos fazer pensar no seguinte: se fôssemos abaixando o elástico, fazendo cada vez mais o vértice C se aproximar do lado AB, teríamos os ângulos da base (A e B) cada vez mais próximos do chamado ângulo raso (180º).

Peça a cada aluno da classe que construa com régua e compasso, um triângulo qualquer que desejarem. A seguir, eles pintarão parte de cada uma das três

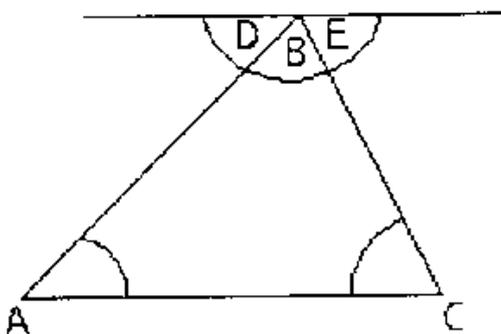
regiões angulares e recortarão o triângulo em três partes, quaisquer, preservando os "ângulos" (bicos da figura). E farão uma colagem desses pedaços.

Pergunte que conclusão eles podem tirar em relação à soma desses ângulos.

Outra sugestão é a verificação dessa propriedade por meio de uma simples dobradura:

Comente com os alunos, que mesmo diante de dez, cem, mil experiências favoráveis não podemos nos assegurar de que elas são válidas sempre. A não ser que façamos o que, em Matemática, chamamos de DEMONSTRAÇÂO. Mas as experiências, a observação de propriedades que se repetem em vários casos nos dão "dicas" importantes para a construção dos conceitos matemáticos. Convide-os a fazer então o que vamos chamar ...

Nossa primeira demonstração:

É dado um triângulo qualquer. Queremos mostrar que a soma das medidas de seus ângulos internos é igual a 180 graus.

Essa é a nossa tese. Ou seja: o que Queremos provar !

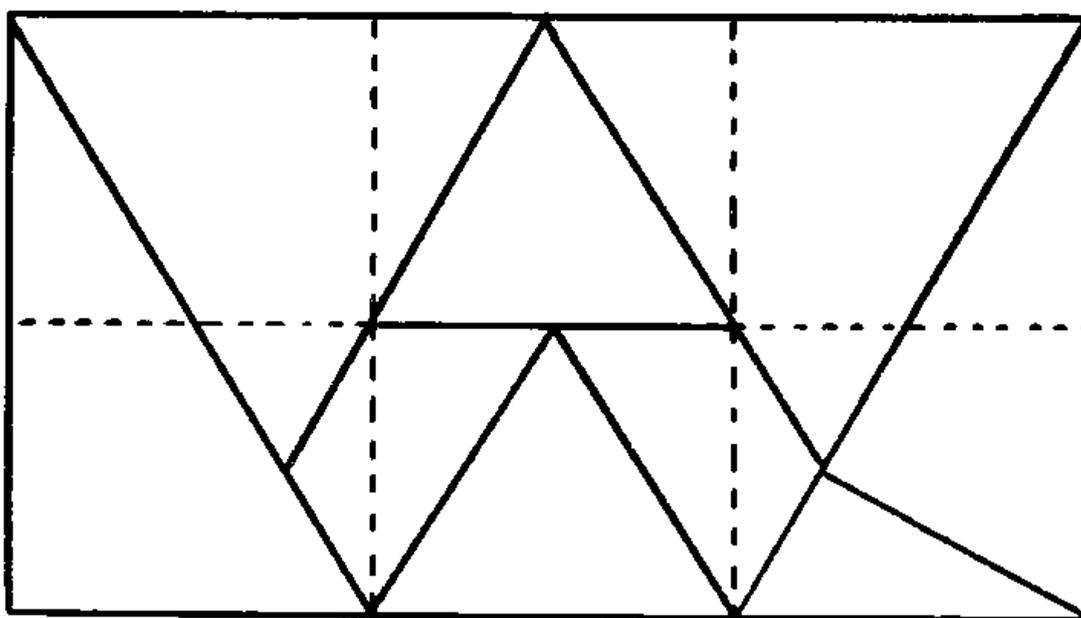
Vamos fazer uma construção que vai nos ajudar.

Trata-se de traçar uma reta paralela à reta AC, passando por B.

- Qual ângulo do triângulo tem a mesma medida do ângulo D ? Por quê?
- E qual tem a mesma medida do ângulo E? Por quê?
- O que você conclui?

PARTE 3: TRIANGULANDO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-17.

DESENVOLVIMENTO:

Peça a cada aluno que reproduza numa folha de cartolina o quebra-cabeças cujo modelo é o que segue:

A seguir faça perguntas tais como:

- Das 9 peças obtidas quantas são triangulares?
- Algum dos triângulos é eqüilátero?
- Quais são escalenos?
- Há triângulos retângulos? Quais?
- E obtusângulos?

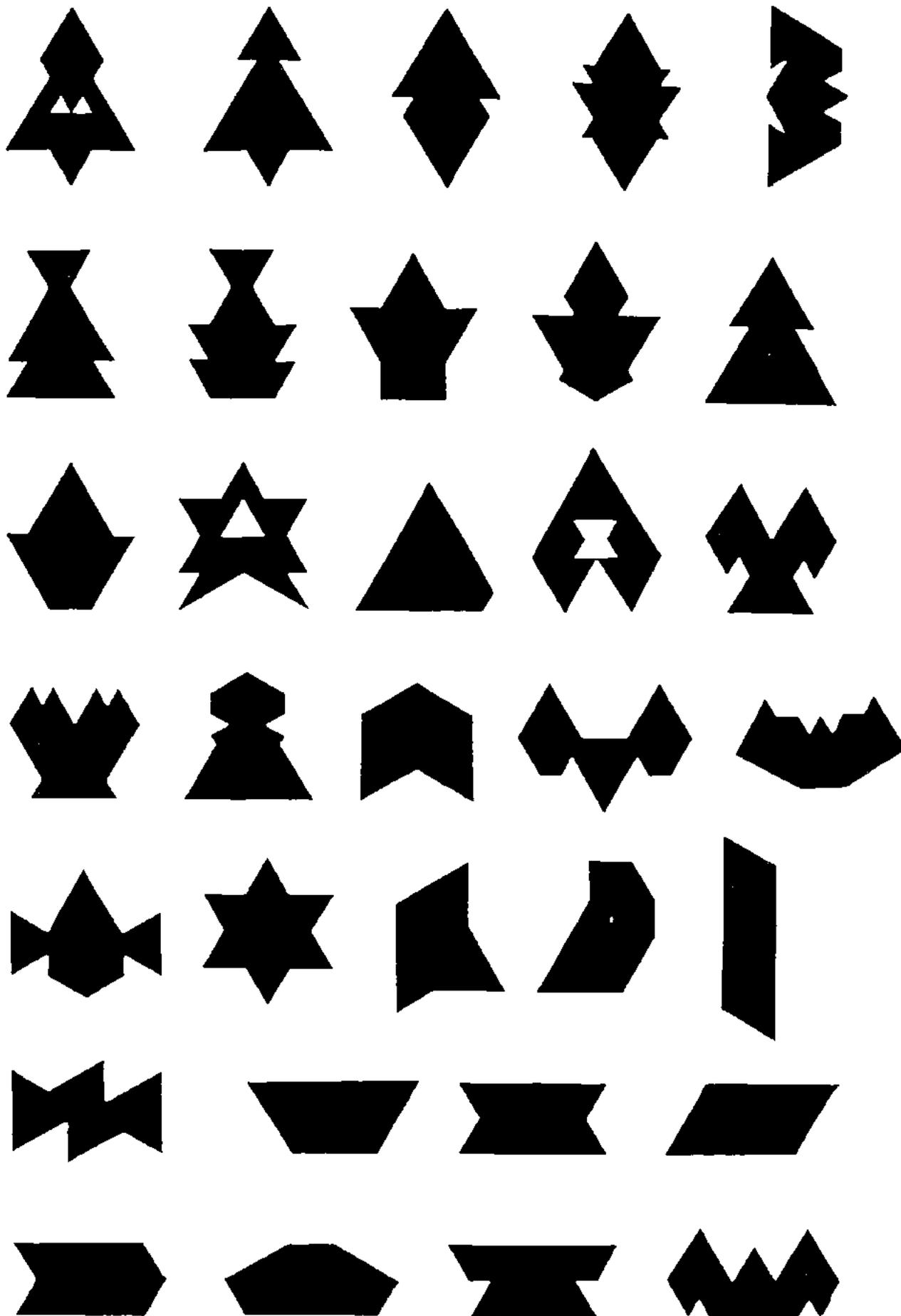
Proponha à classe que, usando as nove peças, montem algumas das figuras que devem ser escolhidas dentre os modelos constantes da folha-tipo II-17.

FOLHA-TIPO I-17

A SOMA DOS ÂNGULOS.

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)
A								
B								
C								

FOLHA-TIPO II-17

TRIANGULANDO.

ATIVIDADE 18: OS QUADRILÁTEROS.

OBJETIVOS: Explorar quadriláteros, suas propriedades e a composição e decomposição de figuras.

PARTE 1: ERA UMA VEZ A RIGIDEZ.

MATERIAL NECESSÁRIO: Palito de sorvete (ou ripinhas de madeira), tachinhas, régua, serra, compasso, cartolina e transferidor.

DESENVOLVIMENTO:

Solicite à classe que construa, com palitos de sorvete ou ripinhas de madeira, cinco quadriláteros, com as seguintes condições:

a) Os quatros lados têm a mesma medida;

b) Apenas três, dos quatros lados , tem a mesma medida;

c) Apenas dois, dos quatros lados, têm a mesma medida;

d) Os lados, dois a dois, têm a mesma medida (mas não são todos iguais);

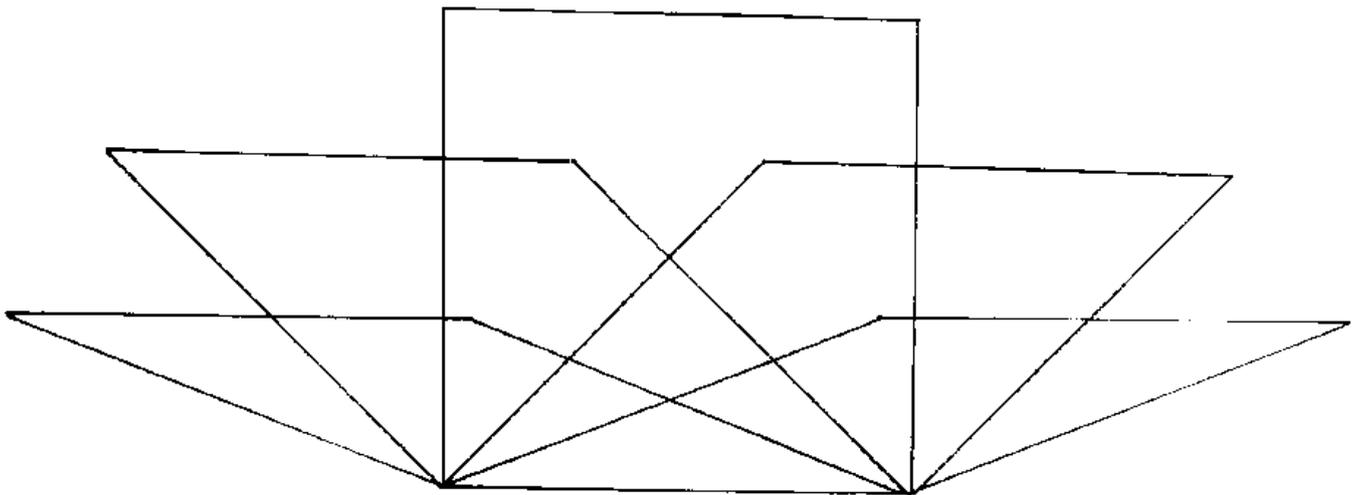
Terminada a construção, peças aos alunos que exponham suas observações sobre cada uma delas. Procure salientar perguntas tais como:

- As figuras construídas têm a mesma rigidez do triângulo?

- O quadrilátero, que tem todos os lados iguais, tem também, necessariamente,

ângulos iguais?

- A soma dos ângulos internos varia ou não?

Usando o quadrilátero (a), peça aos alunos que desenhem, numa folha sulfite, uma seqüência de figuras como esta, que representa as diferentes “deformações” desse quadrilátero (que não é rígido”.

Comente com a classe que todos os quadriláteros representados nas figuras têm em comum o fato de que todos seus lados têm a mesma medida e são dois a dois paralelos. A esse conjunto damos o nome de LOSANGOS.

Depois, vá lançando perguntas:

- O quadrado também é um?
- O perímetro dessas figuras varia ou não?
- E a área? Em que caso ela é maior?

O que ocorre com os ângulos?

- E com a soma dos ângulos internos? É sempre igual?
- No quadrado, as diagonais têm a mesma medida. E no outros losangos?
- A soma das medidas das duas diagonais em cada caso, é sempre igual ou varia?

Em que caso ela é maior?

As conclusões devem ser debatidas e anotadas no caderno.

Proponha, a seguir, que resolvam os problemas usando régua, compasso e/ou transferidor:

1) Construir um losango de 5cm de lado e que tem dois ângulos internos de 30 graus.
2) Construir um losango cujas diagonais medem 6cm e 8cm, respectivamente.
3) Construir um losango de 5cm de lado

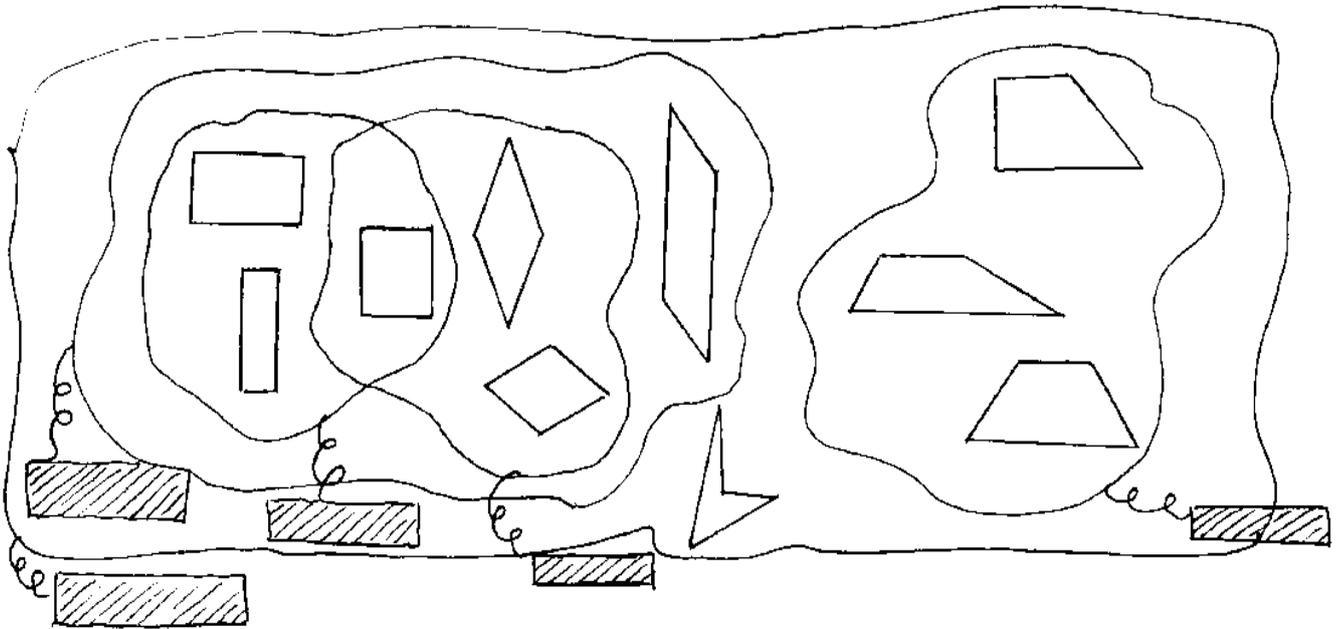
Deixe que os alunos tomem a iniciativa das construções, para depois discutir tanto os procedimentos mais adequados como também e, especialmente, se os resultados da construção foram sempre os mesmos. Quantas soluções podem ser dadas a cada um dos problemas.

Explore as propriedades das figuras construídas sob as proposições (b), (c), (d) e (e), também sistematizando os resultados observados pelos alunos.

PARTE 2: CLASSIFICANDO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Coloque na lousa o seguinte diagrama:

Peça à classe que copie o diagrama no caderno, preenchendo as etiquetas. Explore as inclusões existentes e, a seguir, proponha que apresentem uma definição para: quadriláteros, trapézios, paralelogramos, retângulos, losangos, quadrados.

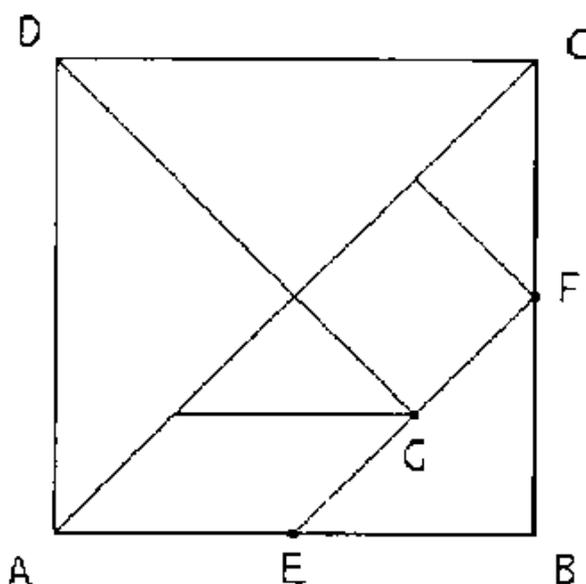
Se achar conveniente, comente que essa é uma possibilidade de classificação mas que poderíamos fazê-la de outras maneiras, dependendo de convenções; assim, poder-se-ia considerar os paralelogramos, como subconjunto dos trapézios, se definíssemos trapézios como quadriláteros que têm pelo menos um para de lados paralelos.

PARTE 3: TANGRANEAR.

MATERIAL NECESSÁRIO: Cartolina, régua, compasso.

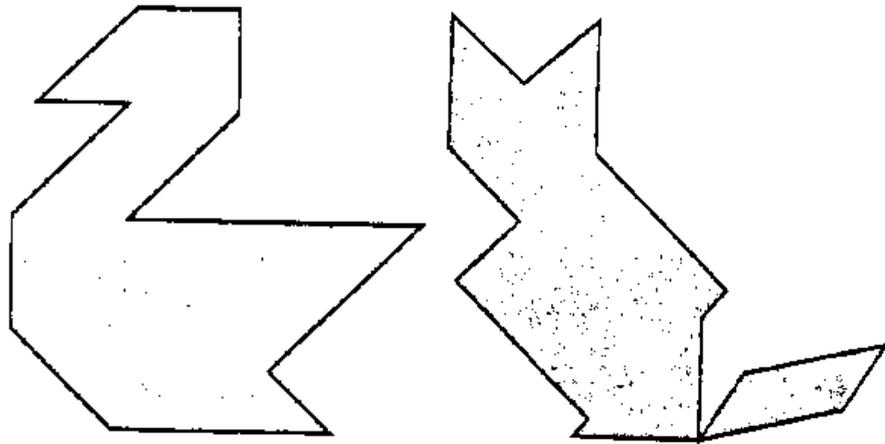
DESENVOLVIMENTO:

Peça a cada aluno que construa um quadrado de 10 cm de lado, num pedaço de cartolina, usando régua e compasso. A seguir, coloque na lousa as seguintes instruções:

1. Traçar a diagonal AC.
2. Marcar os pontos E e F, pontos médios de AB e BC, respectivamente. Traçar EF.
3. Marcar G, ponto médio de EF e traçar GD.
4. Construir um segmento perpendicular a AC passando pelo ponto F.
5. Construir um segmento de reta do ponto G a AC, paralelo a AB.

Observe e discuta com a classe os procedimentos de construção.

Comente que eles acabam de construir um tangran, que é um milenar jogo originário da China. A respeito dele, conta-se que um chinês chamado Tan, deixou cair uma placa quadrada no chão e esta partiu-se em 7 pedaços. Quando ele quis recompor o quadrado, percebeu que com as peças podia montar figuras que se pareciam com pássaros, homens, etc. Ele mostrou a seus amigos, que construíram seus Tangrans (quadros de TAN) e popularizaram o jogo.

Proponha à classe:

1. Compor figuras livremente.

2. Compor quadrados, retângulos, triângulos, paralelogramos e trapézios, usando em cada vez, uma peça, duas peças, sete peças.

Depois de um tempo deverão surgir soluções como estas:

Nº de Peças	Quadrados	Retângulos	Triângulos	Paralelogramos	Trapézios
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					

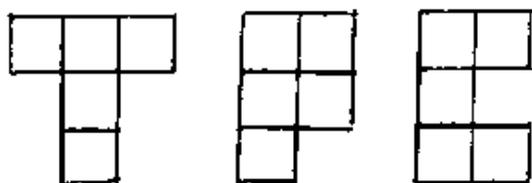
3. Compor pentágonos e hexágonos, com 7 peças.

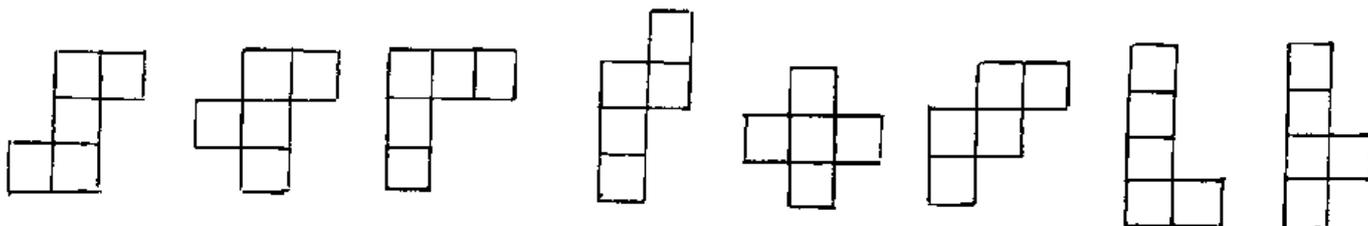
PARTE 4: OS PENTAMINÓS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Papel quadriculado (2cm x 2cm), régua, compasso, cartolina.

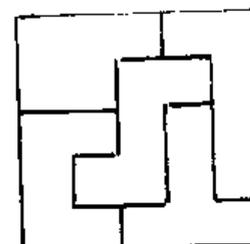
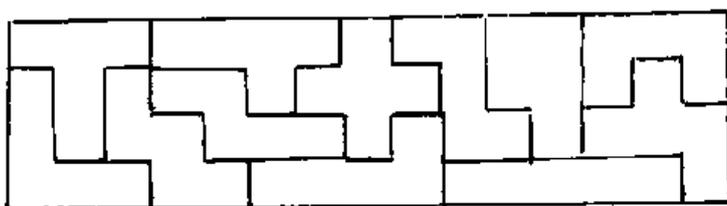
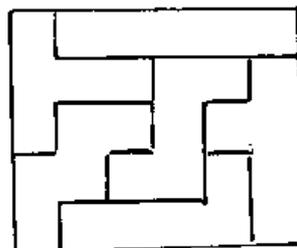
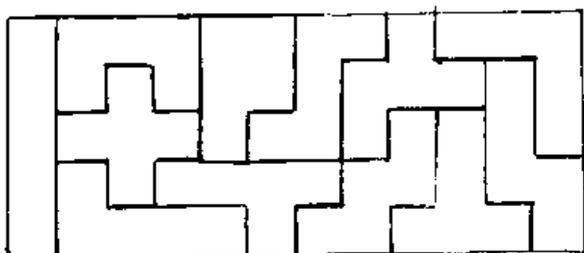
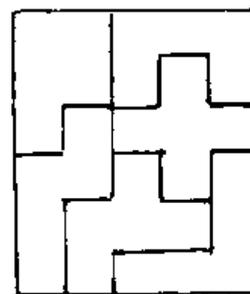
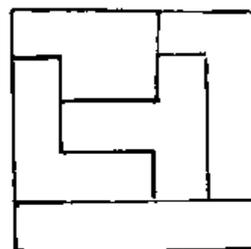
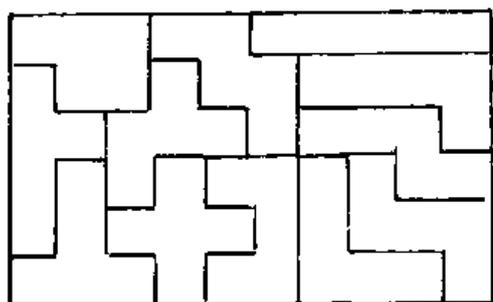
DESENVOLVIMENTO:

Forme grupos de alunos e peça a cada grupo que construa cinco quadrados de 2 cm de lado, em cartolina.

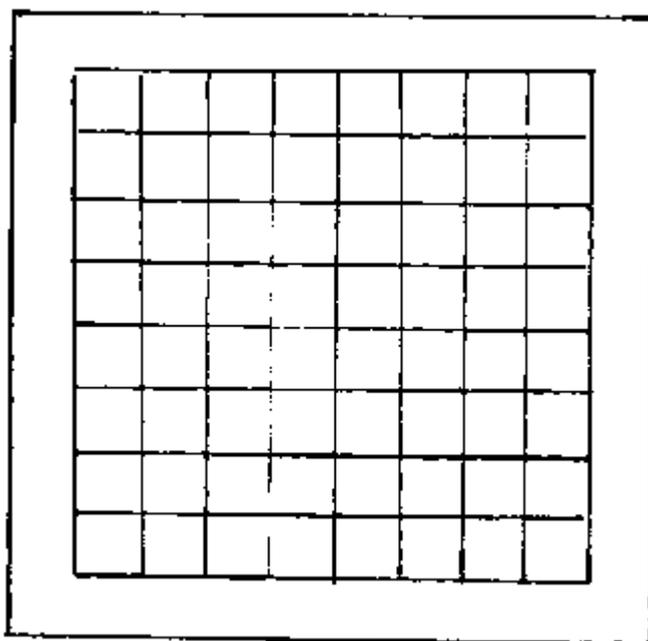
A seguir eles farão diferentes composições usando os cinco quadrados, como por exemplo:

Só não valem composições em que quadrados fiquem "unidos" apenas pelo vértice. Eles têm que ter pelo menos um lado em comum.

A medida em que eles vão encontrando as soluções devem copiá-las numa folha quadriculada de 2 cm por 2 cm. No total, é possível encontrar 12 dessas figuras, que são chamadas PENTAMINÓS>

Peça que determinem a área e o perímetro dessas figuras e exponham suas conclusões. A seguir, proponha aos grupos que, usando os pentaminós, resolvam os seguintes problemas para serem debatidos nas aulas seguintes:

- Construir um retângulo de 10 x 6
- Construir um retângulo de 12 x 5
- Construir um retângulo de 15 x 4
- Construir um retângulo de 6 x 5
- Construir um quadrado de 5 x 5.

Algumas soluções são estas:

Peça a cada grupo que invente uma figura qualquer com os pentaminós, copie apenas o seu contorno e passe para outro grupo o problema de

descobrir de que modo podem recobri-la usando os pentaminós. Exponha os trabalhos para que todos os grupos possam observá-los.

Também é interessante propor o jogo PENTABATALHA, para ser jogado em intervalos de aula. Dois jogadores constroem um tabuleiro quadriculado com 64 casas (16 cm de lado, 2cm x 2cm). Cada um deles, com seu conjunto de 12 pentaminós, irá colocar, alternadamente, suas peças sobre o quadriculado. Quem primeiramente impedir o outro jogador de continuar colocando peças, vence o jogo !

ATIVIDADE 19: OS POLÍGONOS.

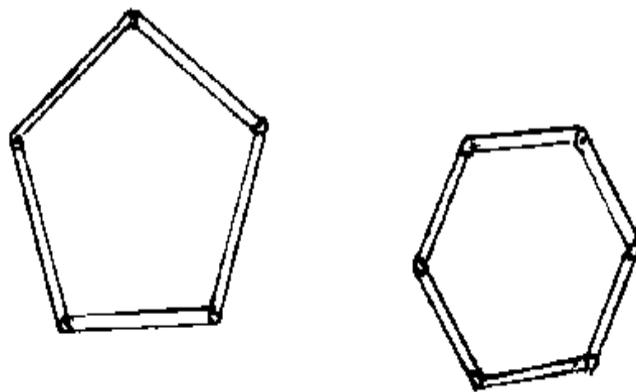
OBJETIVOS: Verificar, experimentalmente, o teorema relativo à soma dos ângulos internos de um polígono.

PARTE 1: DESCOBRINDO REGULARIDADES.

MATERIAL NECESSÁRIO: Palitos de sorvete ou ripinha de madeiras, tachinhas. Folha-tipo I-19.

DESENVOLVIMENTO:

Peça a cada grupo de alunos que construa, com ripinhas de madeiras ou palitos de sorvete, todos do mesmo tamanho, os seguintes polígonos:

- Um pentágono (penta = cinco)
- Um hexágono (hexa = seis)
- Um heptágono (hepta = sete)
- Um octógono (octo = oito)

Eles poderão observar inicialmente, que essas figuras não são rígidas. Mas podem ser “arrumadas” de modo que todos os ângulos internos tenham a mesma medida. Quando isso acontece, dizemos que o polígono formado é REGULAR.

Entregue a cada grupo a folha-tipo I-19. Peça que verifiquem, fazendo medições, se todos os polígonos desenhados são regulares. Depois questione:

- Que fórmula eles proporiam para calcular o perímetro de polígonos regulares? Por quê?

- E possível construir pentágonos regulares aumentando-se ou diminuindo-se as medidas dos lados de um dado pentágono regular? Como?
- E as medidas dos ângulos internos de um pentágono regular podem ser alteradas?
- No caso das figuras E e F, que são pentágonos regulares, o que verificaram a respeito das medidas dos ângulos internos de ambas?
- O que observaram com relação à medida dos ângulos internos: aumenta ou diminui conforme o número de lados do polígono?
- Fazendo as medidas e completando a tabela abaixo, o que é possível perceber em relação à soma dos ângulos internos quando aumenta um lado?

FIGURA	SOMA DOS ÃNGULOS INTERNOS
Triângulo	180º
Quadrado	360º
Pentágono	540º
Hexágono	?
Heptágono	?
Octógono	?

- Peça que dividam os polígonos, da folha-tipo I-22, traçando diagonais que partem de um único vértice do polígono. Pergunte em quantos triângulos cada polígono ficou divido e peça que anotem as conclusões numa tabela.

Nº de lados da figura	Nº de diagonais que partem de um vértice	Nº de triângulos em que a figura ficou dividida
4	1	2
5	2	3
6	?	?
7	?	?
8	?	?

A observação da tabela mostra um modo de calcular a soma dos ângulos internos de um polígono. Por exemplo:

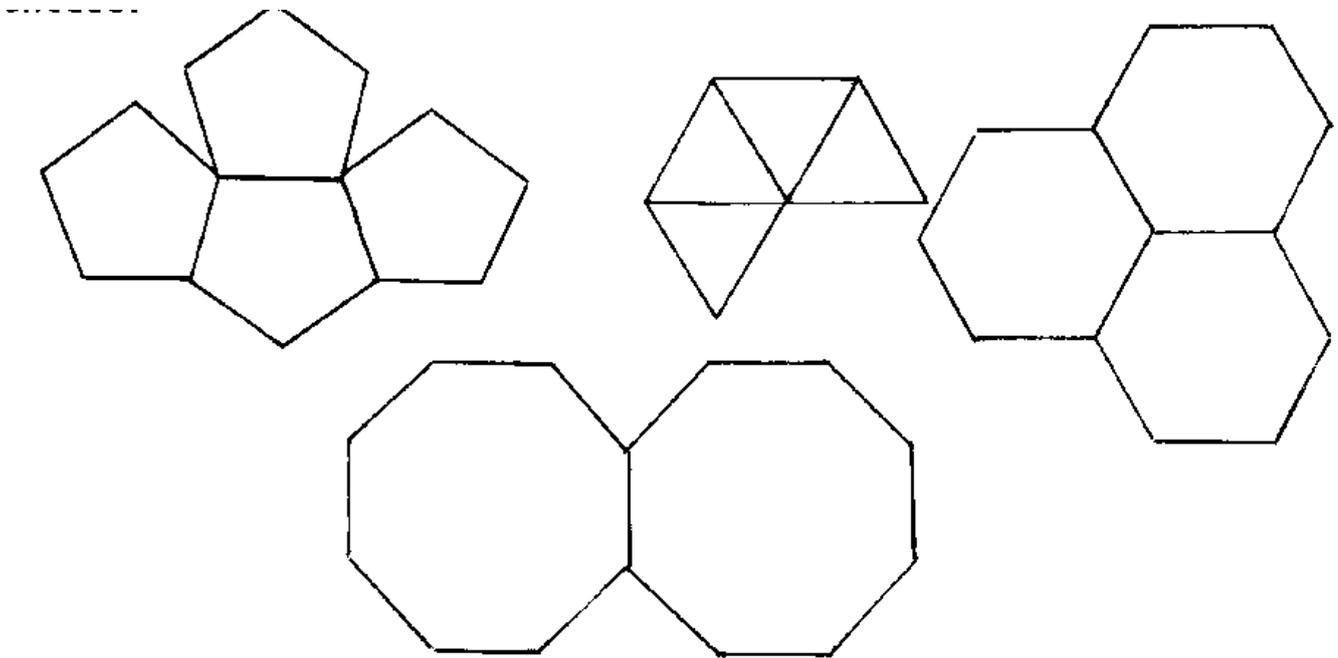
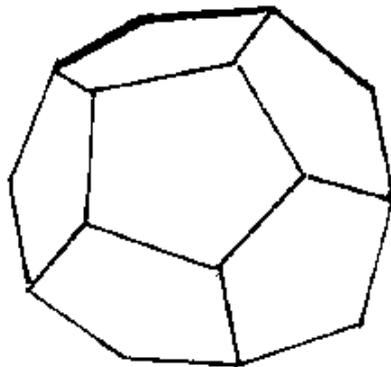
Se o polígono tem 6 lados, ele pode ser dividido em 4 triângulos. Como a soma dos ângulos de um triângulo é igual a 180º, no caso do hexágono, teremos:

$$S_6 = 180^{o} \times 4 = 720^{o}.$$

Peça para calcularem a soma dos ângulos internos de outros polígonos.

A seguir, solicite aos alunos que:

- Construam polígonos NÃO regulares e verifiquem se para eles também é válida a propriedade da soma dos ângulos internos, verificada para polígonos regulares.
- Recortem os "bicos" e juntem os vértices de diferentes polígonos com 5 cm ou mais lados, para verificar, experimentalmente, em quanto ultrapassam 360 graus.

Peças aos alunos que recortem em folha de revistas, polígonos regulares, usando os moldes da folha-tipo I-19. Proponha que, usando peças do mesmo tipo, façam um painel e descubram em que casos os polígonos se encaixam perfeitamente, produzindo um bom ladrilhamento. Discuta também, porque isso acontece.

Destaque que o fato de o pentágono não ser uma boa forma para ladrilhamento, isso não impede de ser uma boa forma para construir o dodecaedro regular. Incentive-os a montar um.

PARTE 2: CONSTRUINDO POLÍGONOS REGULARES.

MATERIAL NECESSÁRIO: Transferidor e régua.

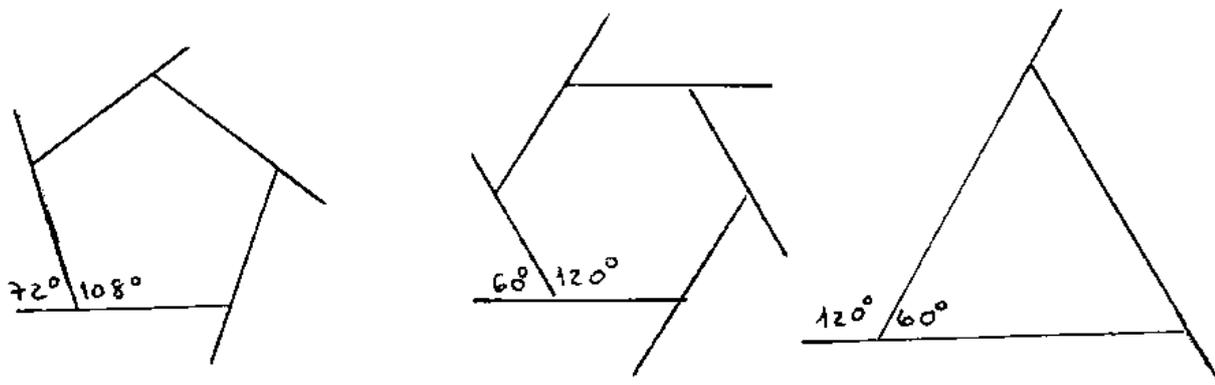
DESENVOLVIMENTO:

Peça a cada aluno que, usando o resultado obtido na parte anterior a respeito da soma dos ângulos internos de um polígono, complete no caderno, a

seguinte tabela, para polígonos regulares:

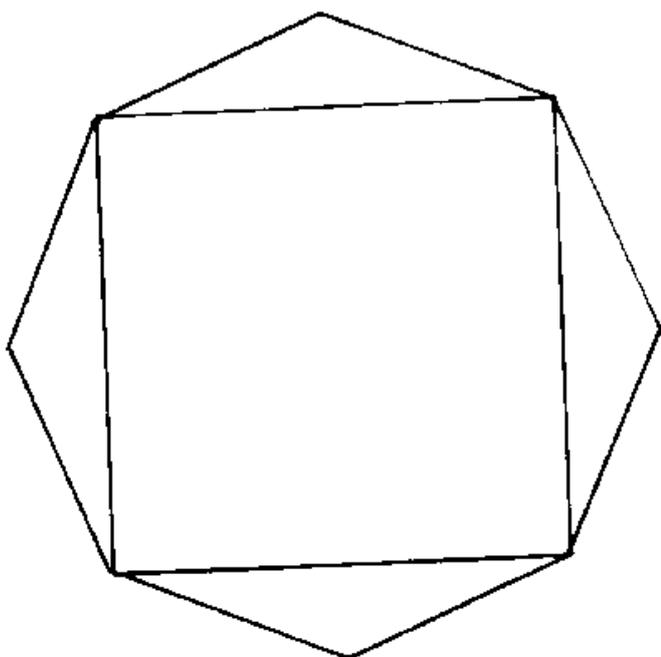
Nº de lados do polígono	Soma dos ângulos Internos (graus)	Medida de cada ângulo Interno (graus)
3	180º	60º
4	360º	90º
5	540º	108º
6		
7		
8		
9		
10		
12		

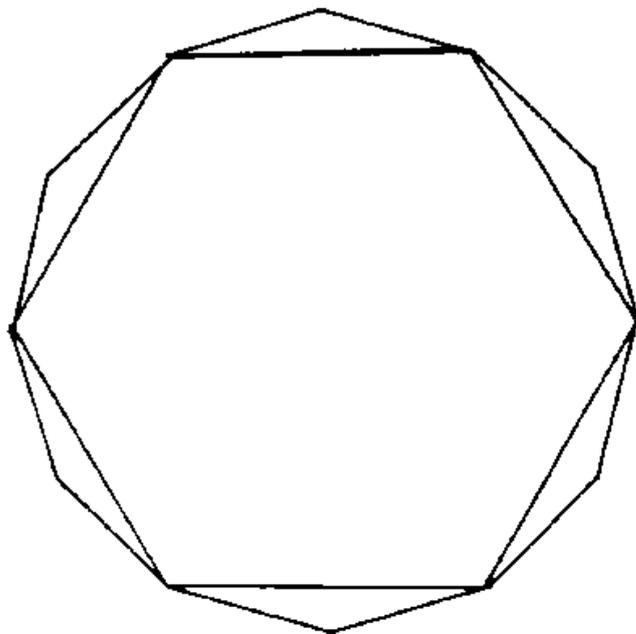
Completada a tabela pelos alunos, confira os dados obtidos e proponha que, usando régua e transferidor, desenhem esses polígonos regulares todos eles com 2 cm de lado.

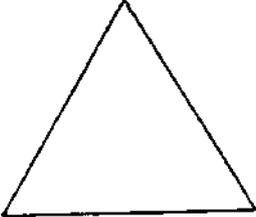
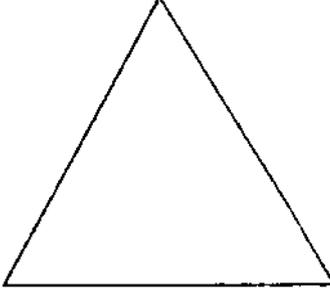
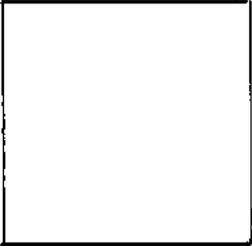
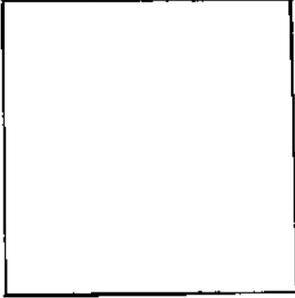
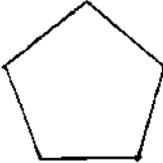
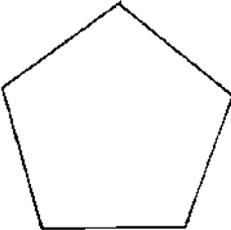
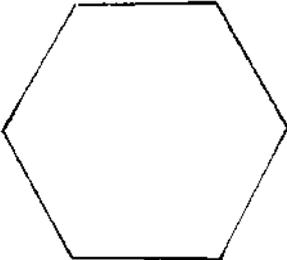
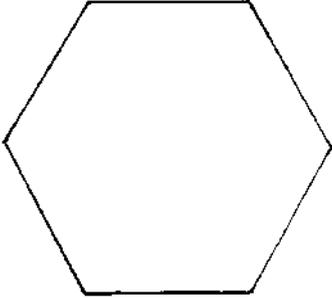
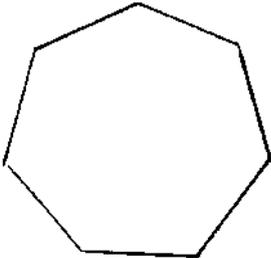
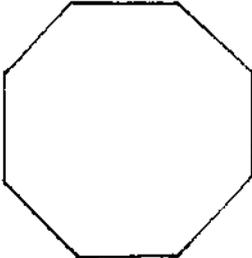
Desenhados os polígonos, observe com a classe os ângulos externos. Junto com cada interno, eles somam 180 graus.

Peça então que completem a seguinte tabela, observando que as duas primeira colunas são simples transcrições de colunas da tabela anteriormente feita:

Nº de lados do polígono	Medida do ângulo interno	Medida do ângulo externo	Soma dos ângulos externos
3	60º	120º	120º x 3 = 360º
4	90º	90º	90º x 4 = 360º
5	108º	72º	75º x 2 = 360º
6	120º	?	?
8	135º	?	?
9	140º	?	?
10	144º	?	?
12	150º	?	?

Pergunte que conclusão é possível tirar dos dados dessa tabela.

Complete com a classe que um outro modo de obter polígonos regulares é aproveitar os processos de divisão da circunferência em parte iguais. Proponha então, a divisão de uma circunferência de 3 cm de raio em quatro partes iguais:

Isso será feito a partir do traçado de dois diâmetros perpendiculares e possibilitará a construção do quadrado. Pergunte: de que modo poderíamos obter, nessa mesma construção, um octógono. Uma vez obtido o octógono, pela classe, peça a eles que meçam um dos ângulos internos e confiram o resultado com da tabela (l35 graus)

Peça agora a divisão da circunferência em 6 partes iguais. Isso será obtido a partir da demarcação do raio sobre ela. A construção possibilita a obtenção do hexágono regular e também do polígono regular de 12 lados. Estimule a medição dos ângulos internos desses polígonos.

FOLHA-TIPO I-19

DESCOBRINDO REGULARIDADES

A	B
C	D
E	F
G	H
I	J

ATIVIDADE 20: POLÍGONOS E PROBLEMAS

OBJETIVOS: Resolver situações-problemas que envolvam conhecimentos sobre polígonos.

PARTE 1: POLÍGONOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Divida a classe em 7 grupos e proponha a cada um deles a resolução dos seguintes problemas. Esclareça que para resolvê-los eles podem fazer desenhos, usar varetas, recortes, enfim usar os recursos que julgarem necessários.

GRUPO 1:

Analisar as seguintes afirmações e dizer se são sempre verdadeiras ou, em que situações particulares seriam verdadeiras:

- As diagonais de qualquer paralelogramo são iguais.
- As diagonais de qualquer losango são iguais.
- As diagonais de qualquer trapézio são iguais

GRUPO 2:

Analisar as seguintes afirmações e dizer se são sempre verdadeiras ou, em que situações particulares seriam verdadeiras:

- As diagonais de qualquer trapézio, nunca são perpendiculares.
- As diagonais de qualquer paralelogramo são perpendiculares.

- As diagonais de qualquer losango são perpendiculares.

GRUPO 3:

Construir figuras que satisfaçam às condições dadas em cada caso e discutir se a solução é única ou não:

- É um paralelogramo com 3 cm de base e 2 cm de altura.
- É um retângulo, cuja base é o triplo da altura e tem perímetro igual a 24 cm.
- É um triângulo isósceles cuja base tem 8 cm a menos que um dos lados e o perímetro é 32 cm.

GRUPO 4:

Construir figuras que satisfaçam às condições dadas em cada caso e discutir se a solução é única ou não:

- É um losango em que a soma das diagonais é 12 cm e a diagonal maior é o triplo da menor.
- É um triângulo que tem 24 cm de perímetro e um dos lados mede 9 cm.

GRUPO 5:

Resolver os seguintes problemas:

- Determinar a medida do ângulo A de um triângulo ABC, conhecendo-se as medidas dos ângulos B e C, nos seguintes casos:

med. (B)	med. (C)	med. (A)
42º 30’ 8”	58º 20’ 10”	?
120º 40’	22º 10”	?
110º	48º 2’	?

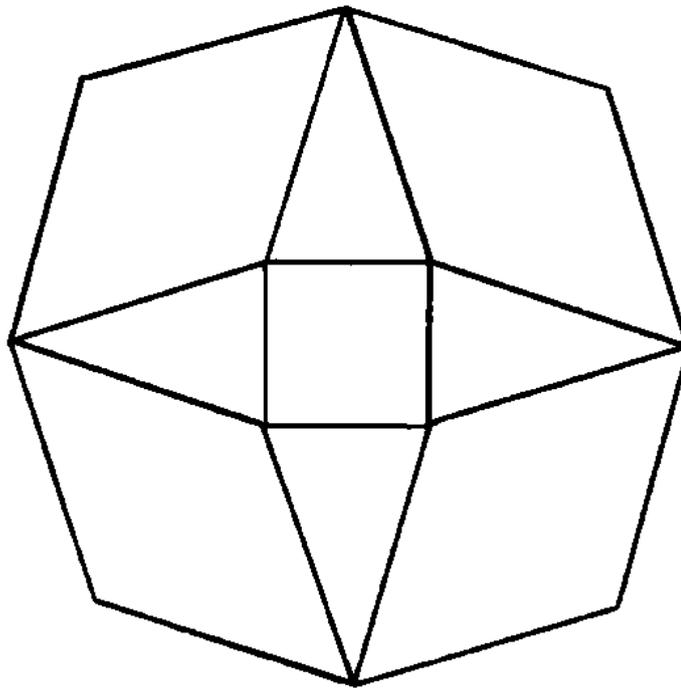
- Um ângulo externo de um triângulo do qual sabemos que pelo menos dois lados são iguais, mede 120 graus. Como é esse triângulo?

GRUPO 6:

Resolver os seguintes problemas:

- Construir um triângulo ABC cuja base mede 5 cm e os ângulos nela apoiado medem 60º, 80º. Conferir a medida do 3º ângulo.

  Prolongar os lados do triângulo e medir cada ângulo externo, assim obtido. Comparar essa medida com a dos ângulos internos que não são adjacentes a eles.

- Calcular a medida de todos os ângulos internos da figura seguinte:

GRUPO 7:

- Recorte uma tira de papel do tamanho que desejar. Dê um nó, na tira. Que polígono você obteve?

- Pegue um retângulo de papel do tamanho que desejar. Ache o ponto médio do lado menor e dobre a folha de modo a obter a perpendicular a esse lado, que passa pelo seu ponto médio.

Chame os extremos desse lado do retângulo de A e B, dobre o papel fazendo com que a dobra passe no ponto A e de modo que o ponto B fique sobre a perpendicular já obtida. Esse ponto, sobre a perpendicular será chamado de C. Desenhe o triângulo ABC. Que tipo de triângulo é ele? Por quê?

- Desenhe um quadrado qualquer e seus eixos de simetria. Faça o mesmo para as figuras nomeadas na tabela abaixo e complete com o número de eixos de simetria que você julga que elas tenham:

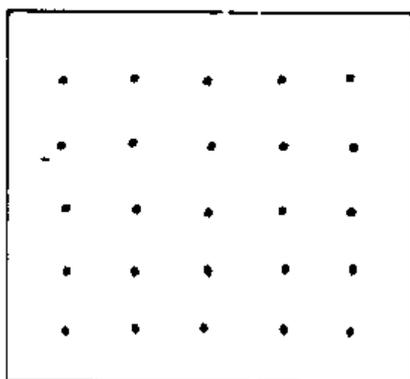
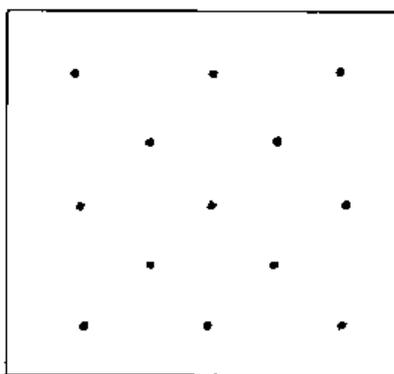
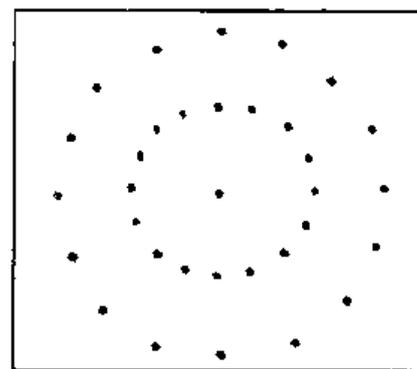
Triângulos Isósceles	Triângulos Eqüilátero	Paralelogramo
Pentágono regular	Retângulo (não quadrado)	Quadrado
Trapézio retângulo	Trapézio Isósceles	Hexágono

Faça um rodízio das questões de modo que cada conjunto de problemas seja resolvido por dois grupos. Depois, os grupos irão apresentar à classe, as situações que lhes foram propostas e debater suas soluções com os colegas.

PARTE 2: UMA TAREFA PARA SER FEITA EM CASA.

MATERIAL NECESSÁRIO: Pedaços de madeira, pregos, elásticos, papel com malhas pontilhadas impressas.

DESENVOLVIMENTO:

Divida a classe em grupos de 3 alunos e proponha a construção de três geoplanos. Explique que os geoplanos são feitos de pedaços de madeira, de forma quadrada, na qual serão pregados pregos de aproximadamente 2,5 cm de comprimento. Para pregá-los nos lugares adequados, um esquema deve ser feito anteriormente numa folha de papel, que vai ser posta sobre a tábua. Eis os modelos que serão fornecidos aos grupos para que fabriquem seus Geoplanos em casa;

G 1 – 25 pregos G 2 – 13 pregos G 3 – 33 pregos

Depois de feitos os Geoplanos, os alunos serão convidados a propor situações-problema envolvendo a construção de polígonos, utilizando as diferentes malhas dos Geoplanos.

ATIVIDADE 21: GENERALIZAÇÕES.

OBJETIVOS: Observar algumas generalizações próprias da álgebra em ditos populares e expressões usadas no cotidiano.
Interpretar “ regras “ dadas por variáveis expressas por letras.
Interpretar relações matemáticas expressa por uma sentença algébrica.

PARTE 1: A ÁLGEBRA EMPRESTA SUA LINGUAGEM.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Apresente aos alunos algumas expressões da fala nas quais as pessoas usam para quantificar alguma coisa ou indicar algo desconhecido. Por exemplo:

1. O “x” da questão é descobrir quem foi o culpado.
2. Já avisei “n” vezes para você não fazer mais isso.
3. Seja a pessoa “a” ou a pessoa “b”, eu falo com a mesma consideração.
4. No meu governo eu construí “n” casas particulares.
5. Eu lhe dou uma, duas, três, ..., ene explicações, quantas forem necessárias.

Perguntes aos alunos se eles já tiveram a oportunidade de ouvir pessoas se expressarem dessa maneira. Peça que reproduzam a fala que ouviram

A seguir comente cada uma das frases apresentadas por você e também as apresentadas pelos alunos salientando o significado que a letra tem em cada uma.

PARTE 2: DESAFIOS.

MARIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-21 e I-21a.

DESENVOLVIMENTO:

Divida a classe em pequenos grupos e diga a eles que irão participar de uma atividade que tem por objetivo descobrir um número que atenda a determinadas condições. Para tanto, deverão ler atentamente as condições dadas em cada um dos desafios da folha-tipo I-21.

Concluída a tarefa, os grupos apresentam para a classe as conclusões que chegaram. Durante essa apresentação, incentive-os a explicarem os métodos que usaram para chegar ao número em questão.

A seguir entregue a folha-tipo I-21a. Peça que analisem os problemas dessa folha e que tentem resolvê-los.

Ao tentarem resolver os problemas, os alunos poderão perceber que vários deles, são os mesmos apresentados na folha-tipo I-21. Explique então que todos os desafios da folha-tipo I-21 têm um problema correspondente na folha-tipo I-21a e que a diferença esta na linguagem, isto é, na folha-tipo I-21 foi usada a linguagem corrente e na folha-tipo I-21a foi usada a linguagem da álgebra.

Peça que recortem todos os quadrinhos, tanto os da folha-tipo I-21 como os da folha I-21a e a seguir que colem par a par, em uma folha de papel, fazendo uma associação entre os problemas equivalentes.

Feita a tarefa, peça aos grupos que comparem os resultados entre si, discutindo possíveis diferenças e corrigindo possíveis erros.

Os grupos deverão expor os resultados dessa última tarefa e, após a exposição, proponha questões do tipo:

- Você conseguiria resolver os problemas, com os quadrinhos das representações algébricas?
- O que significam as letras em cada um dos quadrinhos das representações algébricas?
- Quais os casos em que as informações dadas na linguagem corrente facilitam mais que as dada na linguagem algébrica?
- Inventem um problema (um desafio) e o represente na linguagem corrente e depois por uma representação algébrica.

PARTE 3: OUTROS DESAFIOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-21.

DESENVOLVIMENTO:

Entregue a cada aluno uma folha-tipo II-21 peça que respondam as questões individualmente e depois se reúnam em grupos para comparar e discutir as respostas dadas, as semelhanças e as diferenças, os possíveis erros, etc.

Durante esse trabalho, percorra os grupos levantando outras questões, como:

1. O que há de diferente entre esses desafios e os que foram apresentados na aula anterior?

- Que tipos de respostas eram dadas naqueles exercícios?

  E nesses?

- A letra **a** nesse primeiro exercício pode assumir quantos valores? E a letra **b**?
- E nos exercícios da aula anterior, cada letra assumia quantos valores?
- E no segundo exercício, quantos valores a letra **a** pode assumir? E a letra **b**?
- Que relação existe entre as frações apresentadas na 3ª coluna da tabela do segundo exercício?
- A fração 15/30 poderia figurar entre as frações dessa terceira coluna? E a fração 56/28? Por quê?

PARTE 4 : CONCLUINDO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Passe na lousa ou entregue uma lista para cada aluno com os exercícios a seguir.

Peça que respondam às questões, primeiro individualmente e, depois em grupos para comparar e justificar as respostas dadas.

1. x é um número inteiro localizado na reta numérica entre 3/2 e 5/2. Então dizemos que: a) $x = 1$ b) $x = 2$ c) $x = 3$	2. t é o maior número negativo de dois algarismo. Então temos que: a) $t = 99$ b) $t = - 99$ c) $t = - 10$ d) $t = 10$
3. m/n é um número racional localizado na reta numérica entre os números 1 e 2. Então podemos afirmar que: a) $m > n$ b) $m = n$ c) $m < n$	4. p/q é um número racional negativo. Então podemos afirmar que: a) p e q são positivos b) p e q são negativos c) os sinais de p e q são diferentes.

FOLHA-TIPO I-21
DESAFIO

1º DESAFIO:

Descobrir dois números naturais, primos entre si e que somam 10.

2º. DESAFIO:

Descobrir três números naturais consecutivos sendo o menor, o dobro da sua idade.

3º. DESAFIO:

Descobrir a medida do lado de um quadrado de perímetro igual a 12 cm.

4º. DESAFIO:

Descobrir o número que multiplicado por 28 resulta 784.

5º. DESAFIO:

Descobrir uma fração equivalente a 0,5 sendo que o numerador e o denominar somam 3

6º. DESAFIO:

Descobrir a medida do lado de um quadrado de área igual a 49 cm^2.

7º. DESAFIO:

Descobrir dois números cuja soma é 24 e o produto 140.

8º. DESAFIO:

Descobrir o número fracionário que multiplicado por 5/7 resulta 1.

FOLHA-TIPO I-21a.

Descobrir o valor da letra a sendo que:

$a \cdot 28 = 784$

Descobrir o valor da letra a sendo que:

$a^2 = 49$

Descobrir os valores de a e de b sendo que:

a/b é um número racional

$a/b = 0,5$

$a + b = 3$

Descobrir os valores de a, b e c sendo que:

a, b e c são naturais

a, b e c são consecutivos

a é o dobro de sua idade

Descobrir os valores de a e de b sendo que:

a e b são naturais

a e b são primos entre si

$a + b = 10$

Descobrir os valores de a, b e c, sendo que:

a, b e c são número naturais

a, b e c são consecutivos

a é o dobro de b

Descobrir o valor de a sendo que:

a é um número natural

$4.a = 12$

Descobrir os valores de a e b sendo que:

$a + b = 24$

$a.b = 140$

Descobrir os valores das letras a e b sendo que:

$$\frac{a}{b} \times \frac{5}{7} = 1$$

FOLHA-TIPO II-21

OUTROS DESAFIOS.

1. Descubra os valores das letras **a** e **b** sendo que:

a e b são números naturais pares.

a + b = 20

RESPONDA:

- Quantos valores você encontrou para a letra **a**? E para a letra **b**?
- Você poderia representar esses valores na tabela abaixo?

a	0	2	4	6									
b	20	18	.	.	.								

2.

Descubra os valores de a e b

sendo que

a/b é um, número racional

b = 2.a

Observe a tabela seguinte e responda as questões a seguir:

a	b	a/b
1	2	1/2
2	4	2/4
3	.	.
.	.	.

Os valores colocados até agora na tabela estão de acordo com a condição dadas?

- Que outros valores você colocaria na tabela respeitando as condições dadas?
- a = 35 e b = 72 poderiam aparecer em uma das linha dessa tabela? Por quê?
- E a = 36 e b = 71? Por quê?

ATIVIDADE 22: RELAÇÕES.

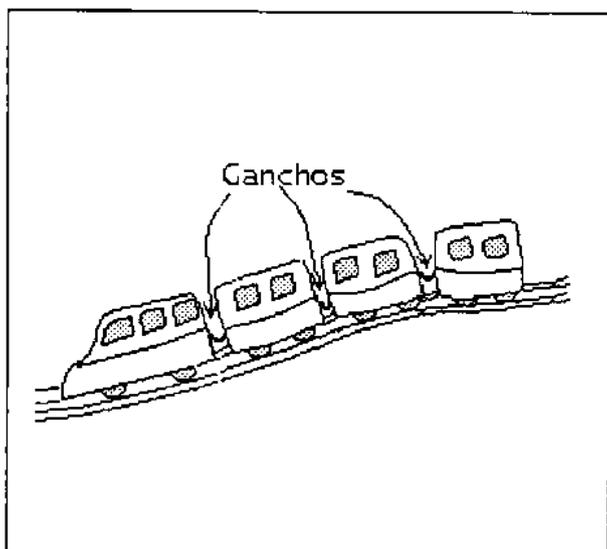
OBJETIVOS: Observar a variação entre grandezas e estabelecer uma relação entre elas.
Expressar genericamente as relações observadas em diferentes situações.

PARTE 1: JOGO DE GENERALIZAÇÕES.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Apresente aos alunos a seguinte situação:

Na fábrica de brinquedos, são montados trenzinhos com diferentes quantidades de vagões. Para juntar dois vagões, é utilizado um pequeno gancho. Observe os trenzinhos e complete a seqüencia abaixo:

1 vagão —— 0 gancho
2 vagões —— 1 gancho
3 vagões —— ... ganchos
4 vagões —— ....
5 vagões —— ....
6 vagões —— ....
.
.
.
n vagões ....

Verifique se todos os alunos perceberam a regularidade dessa seqüencia. Isto é, se perceberam que o número de ganchos é sempre uma unidade a menos que o número de vagões e que, dessa forma, é possível generalizar essa relação da seguinte maneira:

$$n \text{ vagões} \longrightarrow (n - 1) \text{ ganchos}$$

Diga então, que na mesma fábrica de brinquedos também se montam carrinhos e, a relação do número de rodas para o números de carrinhos pode ser representada genericamente por: $n = 4.r$

Peça que expliquem essa relação e digam o que significam a letras **n** e **r**.

PARTE 2: AS DIAGONAIS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-22.

DESENVOLVIMENTO:

Entregue a cada aluno uma folha-tipo I-22 e peça que traçam as diagonais dos polígonos nela desenhados. A seguir, deverão completar a tabela.

Discuta as respostas dadas pelos alunos e verifique se chegaram a generalizar a relação entre o número de lados de um polígono e o número de diagonais que se encontram em um vértice.

Conduza a discussão para que cheguem às igualdades:

$$\boxed{n = p + 3} \quad \text{Ou} \quad \boxed{p = n - 3}$$

Sendo **n** o número de lados do polígono e **p** o número de diagonais que se encontram em cada vértice.

PARTE 3: OS CINCO IRMÃOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-22.

DESENVOLVIMENTO:

Entregue a cada aluno uma folha-tipo II-22, peça que respondam as questões e que preencham a tabela.

Isto feito, comente as respostas dadas pelos alunos e certifique-se de que todos os alunos identificaram a situação como uma divisão euclidiana, chegando a completar a igualdade.

$$D = d \times q + r$$

PARTE 4: OS ÂNGULOS INTERNOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Coloque na lousa a tabela abaixo, deixando algumas linhas em branco:

POLÍGONOS	Nº DE LADOS	SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS
Triângulo	3	180º = 1 x 180º
Quadrilátero	4	360º = 2 x 180º
Hexágono	6	720º = 4 x 180º
Heptágono	7	900º = 5 x 180º
Eneágono	9	1260º = 7 x 180º

Diga então aos alunos que copiem a tabela e que completem também as linhas que estão em branco.

A seguir, verifique se conseguem interpretar a tabela fazendo perguntas do tipo:

- Quantos lados tem um polígono cuja soma dos ângulos internos é 1080º?
- Quanto é a soma dos ângulos internos do heptágono?
- Que relação existe entre o número de lados de um polígono e a soma dos seus ângulos internos?
- Para um polígono qualquer de n lados, qual das relações abaixo é correta?

a) Soma dos ângulos internos = (n – 1) . 180
b) Soma dos ângulos internos = (n + 2) . 180
c) Soma dos ângulos internos = (n – 2) . 180

- Se substituirmos a expressão " soma dos ângulos internos" por simplesmente **Sn**, como ficaria a igualdade acima que você apontou como a correta?

PARTE 5: FACES, VÉRTICES E ARESTAS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Considerando que o aluno já deve ter feito várias experiências com os sólidos geométricos e, certamente fá fez atividades de contar o número de faces, dos vértices e das arestas de poliedros, neste momento apresentamos a ele uma tabela

já preenchida para que observe propriedades e as generalize. Caso alunos não tenham participado de atividades com sólidos geométricos nas séries anteriores, é aconselhável que o façam agora. (Ver atividades matemáticas da 5ª série).

POLIEDRO	Nº DE FACES	Nº DE VÉRTICES	Nº DE ARESTAS
	F	V	A
Cubo	6	8	12
Paralelepípedo	6	8	12
Pirâmide de base quadrada	5	5	8
Pirâmide de base triangular	4	4	6
Pirâmide de base hexagonal	7	7	12
Dodecaedro	20	12	30

Peças aos alunos que verifiquem quais das relações abaixo representam as relações existentes entre os números de faces, vértices e arestas de um poliedro:

1) $A - 2 = V + F$
2) $A + F = V + 2$
3) $A = V + F + 2$
4) $A = V + F - 2$

Comente que essa relação que existe entre os números de faces, vértices e arestas de um poliedro é chamada de RELAÇÃO DE EULER. Comente também a equivalência entre as diferentes maneiras de se expressar essa relação.

FOLHA-TIPO I-22

AS DIAGONAIS.

QUANTAS DIAGONAIS SE ENCONTRAM EM CADA UM DOS VÉRTICES DE UM PENTÁGONO? E DE UM HEXAGONO? E DE UM OCTOGONO?

Trace as diagonais de cada uma das figuras abaixo e complete a tabela:

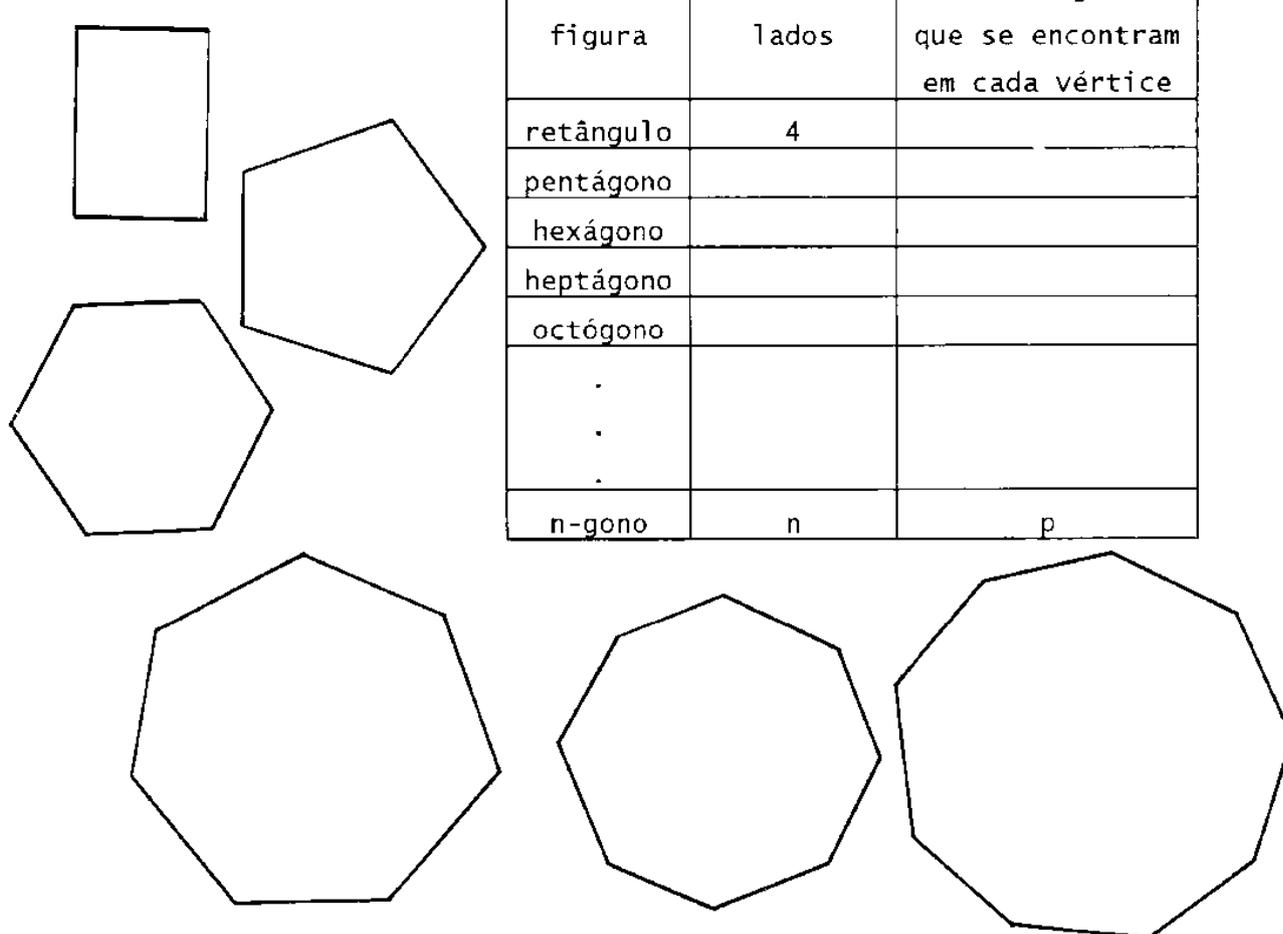



figura	nº de lados	nº de diagonais que se encontram em cada vértice
retângulo	4	
pentágono		
hexágono		
heptágono		
octógono		
. . .		
n-gono	n	p

Que relação você observa entre o número de lados de um polígono e o número de diagonais que se encontram em cada vértice?

Escreva essa relação genericamente usando as letras **n** e **p**, sendo que **n** é o número de lados do polígono e **p** o número de diagonais que se encontram em cada vértice.

FOLHA-TIPO II-22

OS CINCO IRMÃOS.

Os cinco irmãos costumam dividir tudo direitinho. Todos ficam sempre com as mesmas quantidades. São tão organizados que até fazem uma tabela para registrar as divisões, ...

OBJETOS	TOTAL DE OBJETOS	Nº DE PESSOAS	Nº DE OBJETOS PARA CADA UM	OBJETOS RESTANTES
Balas	17	5	3	2
Carrinhos	19	5	3	
Selos		5	7	3
Figurinhas		5	12	0
Lápis		5	3	1
Papel Sulfite		5	150	4

Como você pode perceber, eles não são tão organizadinhos assim, pois se esqueceram de fazer alguns registros.

Como você faria para descobrir os números que estão faltando na tabela dos cinco irmãos?

Qual é o maior numero que pode aparecer na última coluna? Por quê?

Essa divisão que os meninos fazem tem alguma coisa em comum com a divisão que você costuma fazer?

Como você dividiria 178 reais, igualmente, entre os cinco irmãos? Como ficaria o registro na tabela?

Vamos da outros nomes às colunas.

OBJETOS	DIVIDENDO D	DIVISOR d	QUOCIENTE q	RESTO R
Balas	17	5	3	2

Assim, podemos dizer que D = ...

ATIVIDADE 23: PROPRIEDADES.

OBJETIVOS: Expressar genericamente propriedades de operações.
Verificar experimentalmente algumas propriedades numéricas.
Interpretar e identificar uma propriedade expressa por uma representação algébrica.

PARTE 1: O DOBRO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Coloque na lousa a seguinte afirmação:

O DOBRO DE UM NÚMERO NATURAL É SEMPRE UM NUMERO PAR.

Os alunos deverão discutir e fazer investigações antes de responderem se a afirmação é falsa ou verdadeira.

Feita as discussões, peça que completem uma tabela do tipo:

número	dobro do número
0	2 x 0 = 0
1	2 x 1 = 2
2	
3	
4	
. . .	
12	
13	
14	
. . .	
n	2 x n = 2.n
. . .	

Faça uma discussão a respeito de cada uma das linhas da tabela. Pergunte, por exemplo se sabem quantas linhas ela tem. O que significam os pontinhos entre as linhas e no final. Chame a atenção para as regularidades que se pode observar.

Comente que sempre que descobrimos uma “lei” uma “regra”, uma “propriedade”, uma “regularidade”, é possível representá-la de maneira generalizada.

Assim, por exemplo, ao concluirmos que o dobro de um número natural é sempre um número PAR, podemos, com segurança, representar um número PAR qualquer, pela expressão**: 2.n** .

PARTE 2: NÚMERO ÍMPAR.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Peça aos alunos que façam uma investigação a respeito do tipo de número que obtemos quando somamos uma unidade a um número par. Ou seja, 2.n + 1.

Oriente-os para que construam uma tabela do tipo:

n	2.n	2.n + 1
0	0	0 – 1 = 1
1	2	2 + 1 = 3
2	4	4 + 1 = 5
. . .	. . .	. . .
23		
24		
25		
. . .	. . .	. . .

Discuta os resultados da tabela e dê oportunidade para que o próprio aluno diga que a expressão 2.n + 1 pode representar qualquer número impar.

PARTE 3: NÚMEROS CONSECUTIVOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Apresente aos alunos, as seguintes questões:

1. O que são números consecutivos?

- Como você representaria genericamente, ou algebricamente, três números consecutivos?
- Verifique quais das representações abaixo podem ser usadas para representar três números consecutivos:

a) $x - 1$, x, $x + 1$

b) x, $2.x$, $3.x$

c) x, $x + 1$, $x + 2$

d) $x - 2$, $x - 1$, x

e) a, b e c

f) $2.m + 1$, $2.m$, $2.m + 2$

2. Descubra uma boa representação algébrica para três números pares consecutivos.

3. E outra para três números impares consecutivos.

PARTE 4: O ZERO ... O UM ...

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Peça aos alunos que completem as tabelas abaixo e que tirem conclusões generalizadas a respeito:

DO FATOR ZERO		
Fator	Fator	Produto
1	0	$1 \times 0 = 0$
2	0	$2 \times 0 = 0$
3	0	
4	0	
5	0	
. . .	. . .	
n	0	$n \times 0 = 0$

DA PARCELA ZERO		
Parcela	Parcela	Soma
1	0	$1+0 = 1$
2	0	
3	0	
4	0	
5	0	
. . .	. . .	
n	0	

DO FATOR UM		
Fator	Fator	Produto
0	1	$0 \times 1 = 0$
1	1	$1 \times 1 = 1$
2	1	
3	1	
4	1	
5	1	
. . .	. . .	
n	1	

DA PARCELA UM		
Parcela	Parcela	soma
0	1	$0+1 = 1$
1	1	
2	1	
3	1	
4	1	
5	1	
. . .	. . .	
n	1	

Faça uma discussão a respeito dos resultados de cada tabela pedindo aos alunos que comentem a respeito das conclusões que tiraram. Para tanto, dirija-lhes perguntas do tipo:

- Em qual das tabelas vocês identificaram uma propriedade já conhecida?
- O que significa a última linha da primeira tabela? E da segunda? E da terceira tabela?
- Na segunda e na terceira tabelas você identificou a propriedade do elemento neutro da adição e da multiplicação e uma representação algébrica para elas:

ou $n + 0 = n$ $n \times 1 = n$

Então responda, para que valores de **n** essa propriedade é verdadeira?

A letra **n** poderia ser qualquer número racional? Faça experiências se houver necessidades.

PARTE 5: GENERALIZANDO PROPRIEDADES.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Proponha aos alunos as seguintes questões:

1. Para que valores de **a** e de **b** as igualdades abaixo são verdadeiras?

$$a + b = b + a$$

$$a . b = b . a$$

Ajude os alunos com perguntas do tipo:

Para a – 7 e b = - 15 a primeira igualdade é verdadeira? E a segunda?

E para os valores: a = 2/5 e b= 6/7?

Informe aos alunos que essas propriedades recebem os nomes de:

- propriedade comutativa da adição e
- propriedade comutativa da multiplicação.

2. Verifique para que valores de a, b, e c as igualdades abaixo são verdadeiras:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a . b) . c = a . (b . c)$$

Aqui também, antes de responderem que as igualdades são verdadeira para todo número racional é bom que façam investigações.

Informe-os a respeito do nome das propriedades:

– propriedade associativa da adição e

– propriedade associativa da multiplicação

3. Peça aos alunos que associem cada uma das expressões algébricas abaixo aos nomes das propriedades que representam:

(a . b) . c = a . (b . c)	comutativa da adição
h + 0 = h	elemento neutro da adição
a . b = b . c	associativa da multiplicação
(a + b) + c = a + (b + c)	comutativa da multiplicação
p/q . q/p = 1	associativa da adição
x + y = y + x	Elemento inverso multiplicativo
n . 1 = n	Elemento neutro multiplicativo

PARTE 6: PROPRIEDADES DA POTENCIAÇÃO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-23 e folha-tipo I-23a.

DESENVOLVIMENTO:

Entregue a cada aluno uma folha-tipo I-23. Peça que completem a tabela e respondam as questões.

Isto feito, os alunos se reúnem em grupos e comparam as respostas dadas.

Verifique se preencheram a relação de igualdade que existe entre as expressões:

$a^m . a^n = a^{m+n}$ ou $a^m : a^n = a^{m-n}$

Cerifique-se também, se associaram essa atividade às experiências que fizeram (em situações particulares) na atividade nº 3.

Entregue a folha-tipo I-23a e siga o mesmo procedimento.

A seguir, ajude os alunos a construírem uma tabela para a verificação da propriedade:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} .$$

FOLHA-TIPO I-23

TABELAS E PROPRIEDADES.

Complete a tabela:

a	m	n	a^m	a^n	$a^m . a^n$	a^{m+n}	$a^m : a^n$	a^{m-n}
-3	2	1	9	-3	-27	-27	-3	-3
-2	4	2						
-1	5	3						
2	4	2						
3	4	3						
5	3	1						
7	2	2						

Compare os resultados obtidos na sexta e na sétima colunas da tabelas. Que conclusões você pode tirar a respeito das expressões?

$a^m . a^n$ e a^{m+n} ?

Agora compare a oitava com a nona coluna da tabela.

Que relação existe entre as expressões:

$a^m : a^n$ e a^{m-n}

Que outras conclusões você pode tirar analisando essa tabela?

Compare suas respostas com a de seus colegas.

FOLHA-TIPO I-23a

Propriedades da potenciação.

Observe a tabela que vem logo abaixo para você preencher.

– O que você acha que vai poder concluir logo após o seu preenchimento?

– Confira suas ideias, preenchendo corretamente a tabela:

a	b	n	a^n	b^n	$(a \cdot b)^n$	$a^n \cdot b^n$	$(a : b)^n$	$a^n : b^n$
– 4	-2	3	-64	-8	512	512	8	8
-6	3	2						
8	4	2						
4	2	3						
-3	1	4						
8	-2	1						
9	3	2						

Complete as igualdades:

$(a \cdot b)^n =$ ___________

$(a : b)^n =$ ___________

Você observou uma propriedade da potenciação para a multiplicação e para a divisão. Você acha que essa propriedade também valeria para uma adição ou subtração:

$(a + b)^n = ?$

$(a - b)^n = ?$

FAÇA SUAS EXPERIÊNCIAS, CONSTRUA UMA TABELA E DEPOIS RESPONDA.

ATIVIDADE 24: POSIÇÕES DE CIRCUNFERÊNCIAS.

OBJETIVOS: Analisar a posição de duas circunferências.
Identificar as noções de circunferências concêntricas, secantes e tangentes.
Fazer construções geométricas utilizando essas noções.

PARTE 1: DOIS DISCOS.

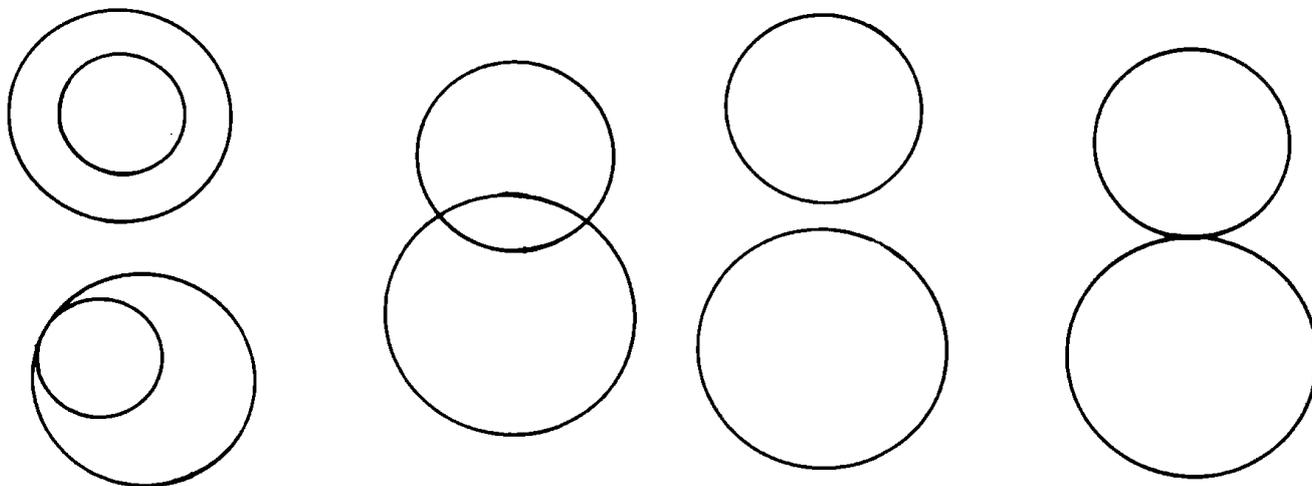
MATERIAL NECESSÁRIO: Cartolina ou papel cartão em duas cores diferentes, papel sulfite, régua e compasso.

DESENVOLVIMENTO:

Proponha a cada grupo de alunos que confeccione na cartolina ou papel cartão 6 discos de uma cor com raio 3 cm e 6 discos de outra cor de raio 4 cm. Tomando dois discos de raios e cores diferentes, por vez, solicite aos alunos que verifiquem diferentes maneiras que esses dois discos podem ser dispostos no plano da mesa ou numa folha de papel. Cada disposição escolhida pode ser colada em um pedaço de papel.

Após isso, proponha uma exposição dos trabalhos na sala, podendo sugerir que os alunos observem as diversas posições encontradas, suas propriedades, procurando agrupar aquelas que são semelhantes.

Feita essa classificação proponha que seja escolhida uma figura que represente cada um dos grupos, colando-as na lousa. Certifique-se se eles conseguiram

destacar situações do seguinte tipo, incentivando a discussão, caso isso não tenha ocorrido:

Além de discutir as características de cada figura pergunte aos alunos se conhecem alguma situação que possa ser relacionada a elas.

COMENTÁRIOS:

Ao analisar as sugestões dos alunos sugira que recortem, em calendários e revistas, figuras que representem as fase da lua, eclipse solar, lunar, etc. e relacionem com as figuras anteriormente confeccionadas. É interessante discutir com eles o que sabem a respeito desses fenômenos. Se já tiveram oportunidade de observá-los ou de estudá-los.

PARTE 2: DUAS CIRCUNFERÊNCIAS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Papel sulfite, régua, compasso.
Folha-tipo I-24.

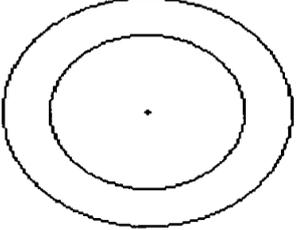
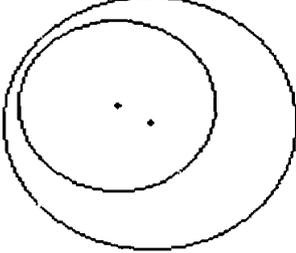
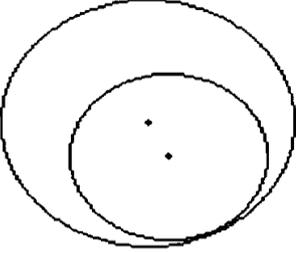
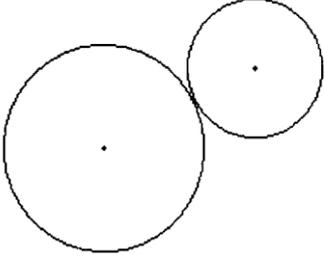
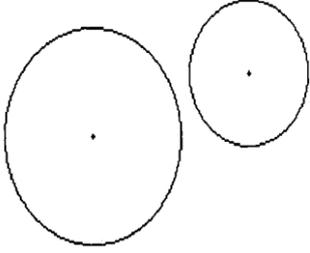
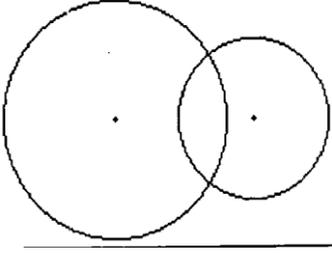
DESENVOLVIMENTO:

Entregue a cada aluno uma folha-tipo I-24 e peça para os alunos medirem as distâncias entre os centros das duas circunferências. Se preferir entregue uma folha de papel sulfite e peça para eles construírem pares de circunferências, com régua e compasso, representando cada uma das situações selecionadas anteriormente. É necessário um esforço dos alunos para sistematizar o processo que vão utilizando nas suas construções, registrando-o. Chame atenção particularmente para a distância entre os centros das circunferências em cada caso.

Para isso, formule a seguinte questão:

- O que ocorre com as distâncias comparadas com as medidas dos raios quando os pares de circunferências tem dois, um e nenhum ponto de intersecção.

COMENTÁRIOS:

Analise as figuras da folha tipo I-24 ou as construções feitas pelos alunos e nomeie as posições de uma circunferência em relação a outra e explicite suas propriedades, em função da distância entre os centros:

	Concêntricas: os centros das circunferências coincidem.
	Internas: os centros não coincidem e a distância entre eles é menor que a diferença entre as medidas dos raios.
	Tangente internas: há um ponto comum e a distância entre os centros é igual à diferença entre as medidas dos raios
	Tangentes externas: há um ponto em comum entre os centros é igual à soma das medidas dos raios.
	Externas: não há pontos comuns e a distância entre os centros é maior que a soma das medidas dos raios.
	Secantes: há dois pontos comuns e a distância entre os centros está entre a diferença e a soma das medidas dos raios.

Apresente na lousa os seguintes exercícios e dê um tempo para os alunos resolverem-nos individualmente:

1. Sendo O e P os centros de duas circunferências de raios respectivamente iguais a 3 cm e 5 cm:

a) Construir duas circunferências concêntricas.

b) Construir duas circunferências secantes.

c) Construir duas circunferências tangentes internas.

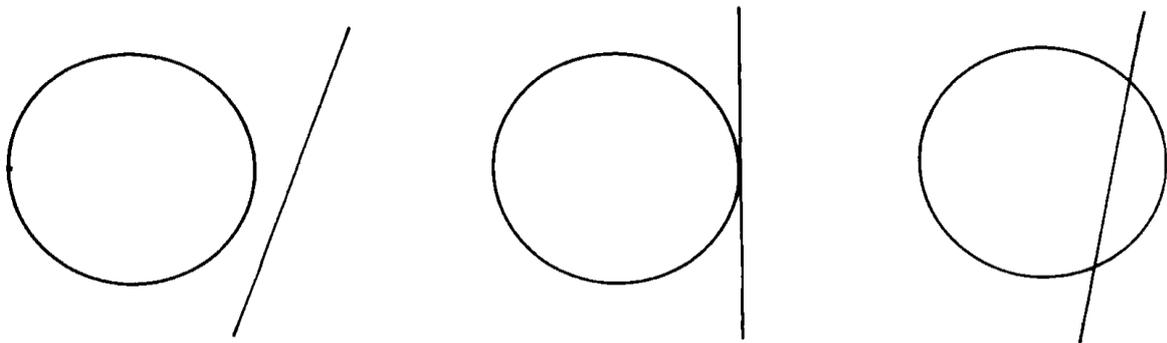
d) Construir duas circunferências tangentes externas.

PARTE 3: RETA E CIRCUNFERÊNCIA.

MATERIAL NECESSÁRIO: Régua e compasso.

DESENVOLVIMENTO:

Proponha aos alunos que desenhem circunferências nos seus cadernos e verifiquem de que modo podem traçar retas em relação a essa circunferência e que escrevam suas conclusões.

Discuta essas conclusões e certifique-se se os grupos concluíram que a reta e a circunferência podem ter dois, um e nenhum ponto de intersecção. Informe-os que assim, circunferência e reta são respectivamente: secante, tangentes e externas, conforme as figuras:

No caso da reta ser tangente solicite que desenhem o raio da circunferência ao ponto de tangência e verifiquem o que ocorre com as duas retas.

Proponha então os seguintes problemas:

1. Dado dois pontos de uma reta **r** verifique quantas circunferências secantes a essa reta podem ser traçadas. Experimente com régua e compasso.
2. Dados dois pontos sobre uma reta desenhar uma circunferência de raio igual a 3 cm que seja secante à reta, passando pelos dois pontos.
3. Dado um ponto **P** numa folha de papel, quantas circunferências podem ser traçadas passando pelo ponto **P**? Use régua e compasso.
4. Dada uma reta e um ponto sobre ela é possível determinar quantas circunferências são tangentes à reta no ponto **P**? Experimente com régua e compasso e discuta o processo utilizado por cada colega.
5. Dada uma reta e um ponto sobre a reta desenhe uma circunferência de raio igual a 4 cm tangente à reta no ponto **P**.

COMENTARIOS:

No caso de circunferência tangente a uma reta (problema 5), há um processo de construção de uma circunferência tangente a um ponto **P** de uma reta **r** que se elucidará melhor quando desenvolverem a atividade sobre mediatriz.

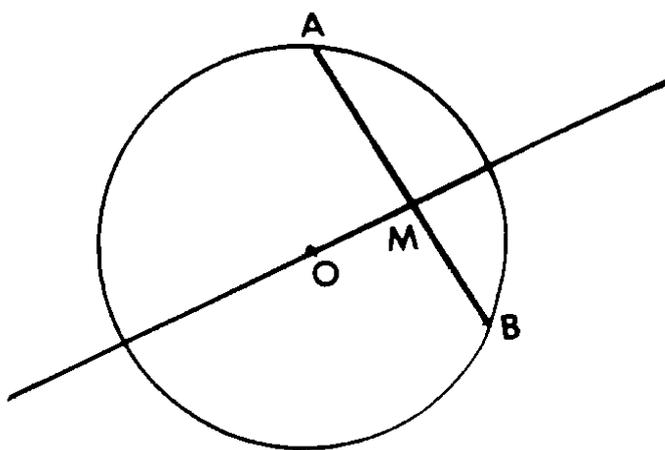
No entanto, a propriedade do perpendicularismo entre raio (ou diâmetro) e reta tangente, no ponto de tangência que fundamente esse processo, pode

ser observada experimentalmente como segue:

PARTE 4: A CORDA NOVAMENTE.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Lembre os alunos que na atividade “Elementos da circunferência e esfera, desta série, quando discutiam as cordas e suas propriedades puderem verificar que o diâmetro dividia a corda em dois segmentos de mesma medida, quando dobravam um disco de papel. Repita com eles o processo e solicite que verifiquem a igualdade das medidas dos segmentos AM e MB com régua graduada.

Além disso, peça para conferirem as medidas dos ângulos OMA e OMB ao dobrarem o disco ou com transferidor.

Discuta ainda o fato de que uma corda pode ser entendida como o segmento de uma reta secante à circunferência e limitada por esta. Desse modo, há

sempre uma reta que contém o diâmetro da circunferência e que é perpendicular à reta secante à circunferência.

COMENTÁRIOS:

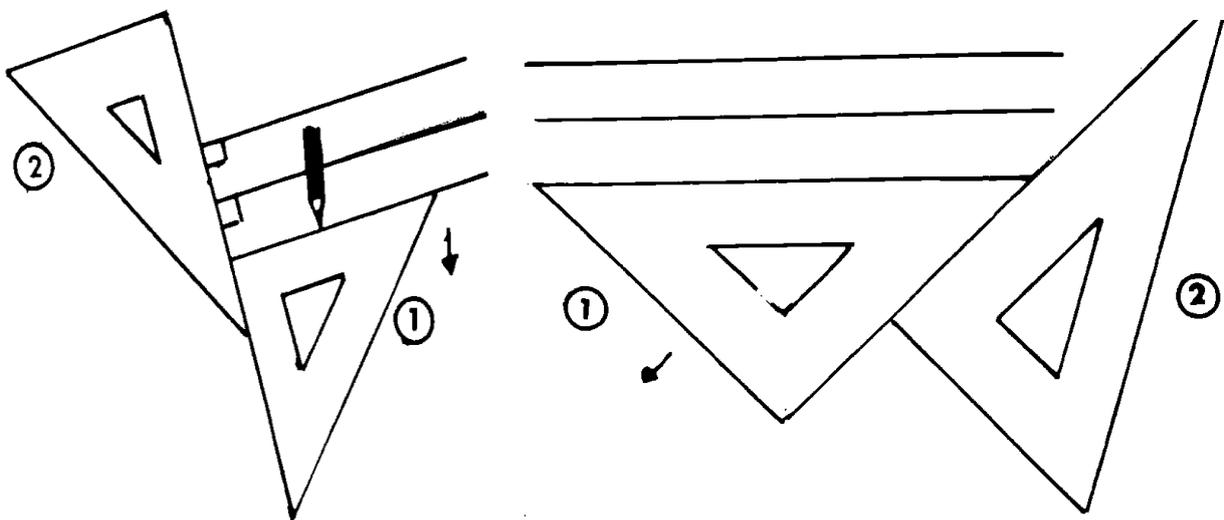
Como vimos, essa propriedade pode ser vista experimentalmente, recortando e dobrando papel, medindo com régua e transferidor ou com o auxílio de um jogo de esquadro a ser trabalhado a seguir, mas, poderá também ser demonstrada posteriormente com traçado da mediatriz de um segmento.

PARTE 5: PARALELAS E PERPENDICULARES.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II – 24, um jogo de esquadro.

DESENVOLVIMENTO:

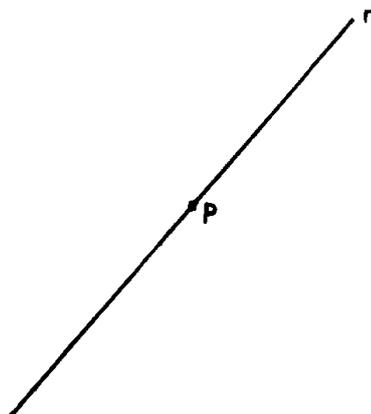
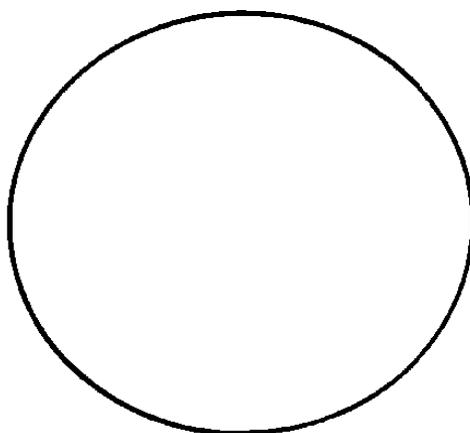
Entregue uma folha-tipo II-24 para cada aluno e dê um tempo para sua leitura, execução e discussão das questões propostas.

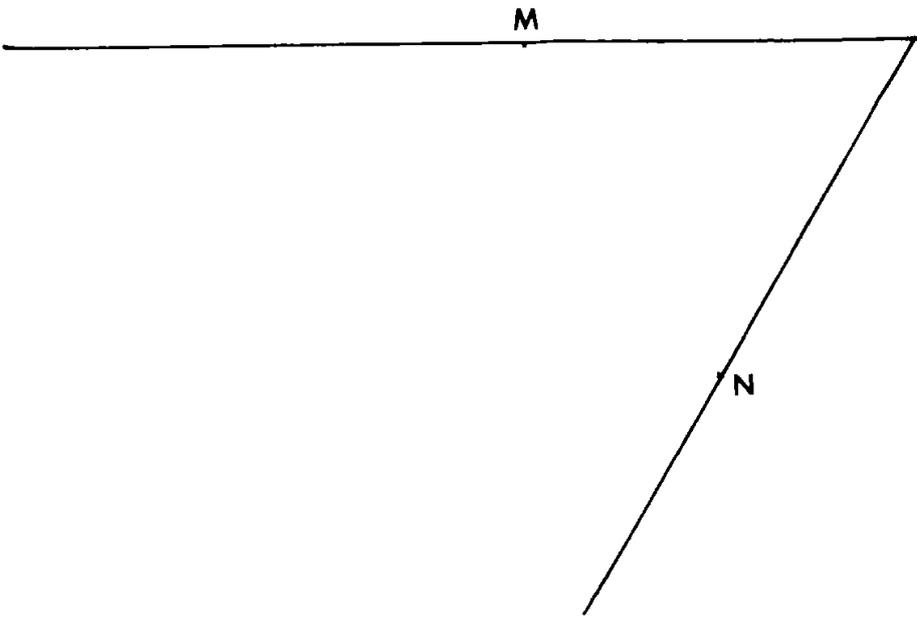
Verifique se eles estão convencidos do paralelismo e do perpendicularismo das retas obtidas quando deslizam um esquadro sobre o outro. Porque isso ocorre?

Discuta ainda o fato de que:

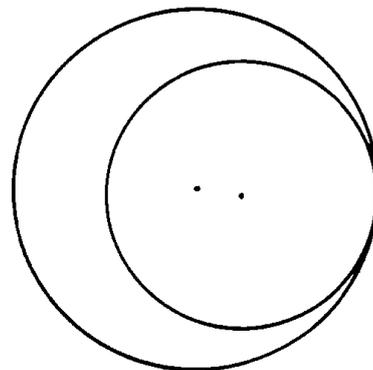
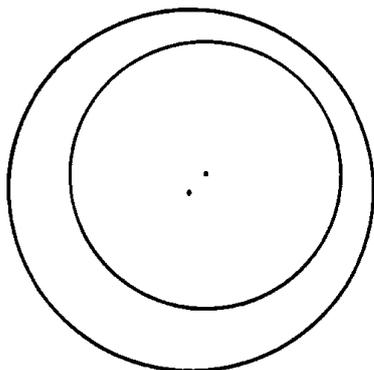
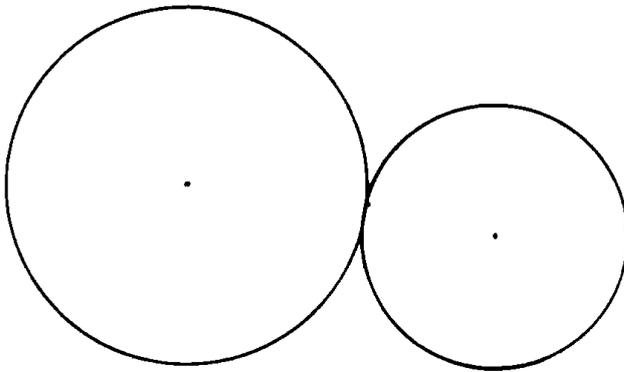
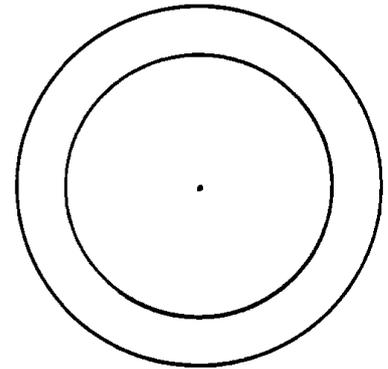
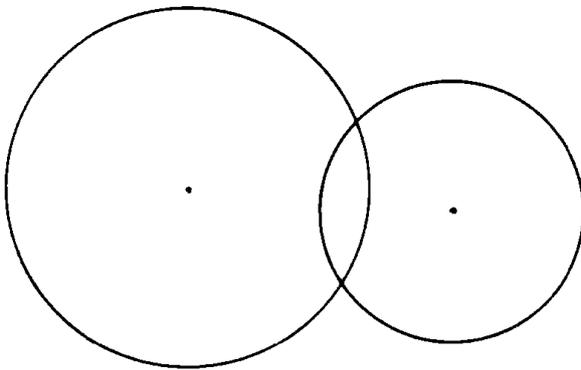
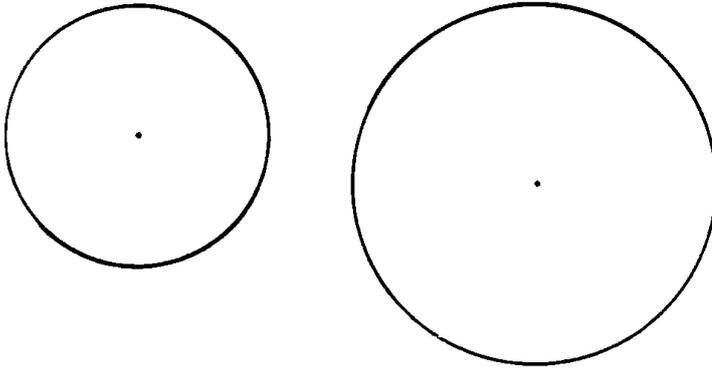
- Se uma reta **r** é perpendicular a qualquer reta **s**, também é perpendicular a qualquer reta **t** paralela a **s**.
- Uma reta tangente a uma circunferência em um ponto **P** é perpendicular ao raio (ou diâmetro) da circunferência que passa pelo ponto **P**.

Proponha aos alunos que utilizem o jogo de esquadro e compasso para resolver os seguintes problemas:

1. Traçar uma reta perpendicular à reta r no ponto P.

2. Traçar uma circunferência de raio igual a 3 cm tangente à reta r no ponto P.

3. Traçar uma reta tangente a uma circunferência.

4. Encontre o centro e a medida do raio da circunferência tangente às duas retas nos pontos M e N.

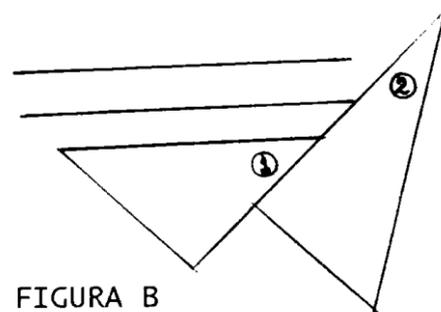
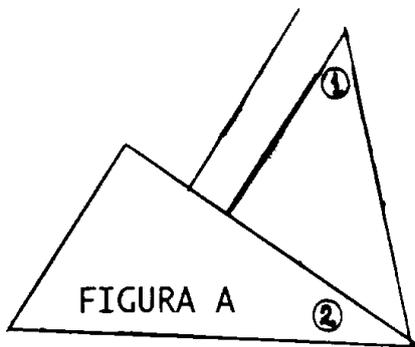
M
N

FOLHA-TIPO I-24

DUAS CIRCUNFERÊNCIAS.

FOLHA-TIPO II-24

PARALELAS E PERPENDICULARES.

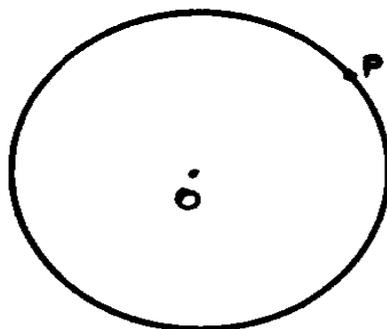
Entre as maneiras de se obter retas paralelas e perpendiculares está aquela em que podemos usar dois esquadros:

Perpendicularismo – Ajusta-se o esquadro 1 a uma reta e encaixa-se o esquadro 2 perpendicularmente ao esquadro 1, como na figura A, desliza-se o esquadro 2, e o esquadro 1 fica fixo.

Paralelismo - Ajusta-se o esquadro 1 a ser deslizado, a uma reta dada, encaixa-se o esquadro 2, que ficará fixo em um dos lados do esquadro 1,

conforme a figura B.

Usando esse recurso:

1.Exercite esse processo traçando retas paralelas e perpendiculares.

2.Desenhe uma reta s perpendicular à reta **r** no ponto **P**. Escolha diferentes pontos da reta s como centros de circunferências que passam pelo ponto **P**. O que você observa?

3. Dada a figura abaixo, ajuste o par de esquadros e verifique se é possível traçar uma reta perpendicular ao raio da circunferência passando pelo ponto P.

- Descreva o processo utilizado.
- Discuta com o grupo sobre a posição dessa reta em relação à circunferência

ATIVIDADE 25: MEDIATRIZ.

OBJETIVOS: Determinar o ponto médio e traçar a mediatriz de um segmento.
Fazer construções geométricas para determinar a mediatriz de um segmento, eixo de simetria e figuras simétricas.

PARTE 1: MEDIATRIZ DE UM SEGMENTO E RETAS PERPENDICULARES.

MATERIAL NECESSÁRIO: Papel sulfite, régua e compasso.

DESENVOLVIMENTO:

Proponha aos alunos as seguintes situações:

1. Marcar dois pontos com lápis numa folha de papel. Chame-os, de ponto A e B.

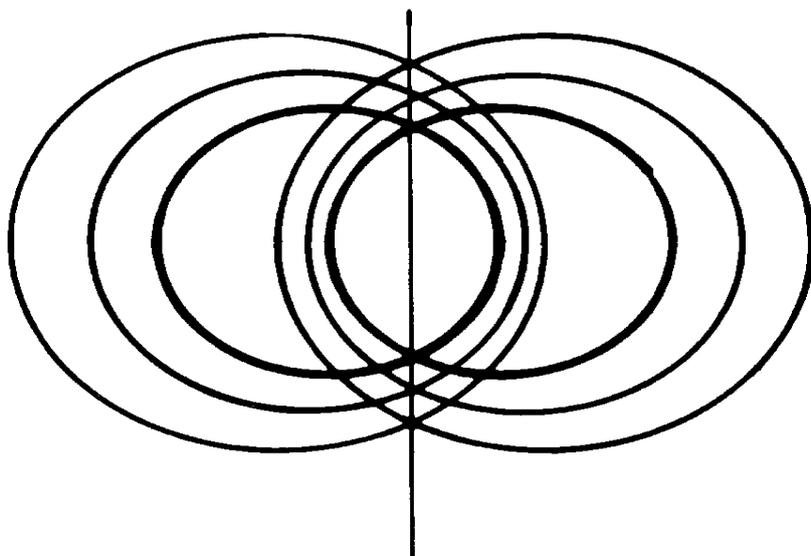
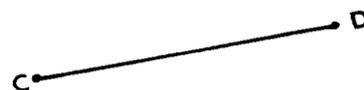
Em seguida, dobrar a folha de modo que os dois pontos coincidam, e passar uma reta sobre a dobra. O que você observa em relação a essa reta e os pontos A e B ?

Escolhendo um ponto qualquer dessa reta (o ponto C) verificar com a régua ou compasso a distância de A C e de B a C. O que acontece? Escolher outro ponto da reta e repetir o processo. Discutir com o grupo as conclusões.

Tais conclusões são válidas para outros pontos colocados sobre a reta?

Desenhar agora uma reta passando pelos pontos A e B, marcando o ponto O onde as retas se cruzam. O que se pode afirmar sobre as distâncias de A a O e de B a O? Conferir.

Observe a medida dos ângulos entre as retas. O que se pode concluir?

2. Desenhar agora um segmento de extremidade A e B vários pares de circunferências secantes, cada para com o mesmo raio (a medida do raio deve ser sempre maior que a metade do segmento AB) e centros A e B. Verificar o que acontece com os pontos em que cada para de circunferências se cortam. Porque isso acontece? Porque a medida do raio não pode ser inferior à metade daquele segmento?

3. Com régua e compasso desenhar os eixos de simetria (retas que passam perpendicularmente pelo ponto médio) dos segmentos AB e CD.

COMENTÁRIOS:

Após o tempo necessário para os grupos trabalharem as situações discuta cada uma delas observando que:

– A reta que divide um segmento ao meio e é perpendicular a ele é chamada MEDIATRIZ de um segmento.
– Essa reta é também eixo de simetria do segmento de reta.
– Um ponto qualquer de mediatriz é eqüidistante das extremidades do segmento.
– Os pontos de intersecção dos pares de circunferência secantes são simétricos em relação à reta que contém o segmento e estão sobre o eixo de simetria ou mediatriz do segmento.
– Os pontos de intersecção da circunferência ficam sobre a mediatriz do segmento de reta.

Esse processo permite compreender que o eixo de simetria da mediatriz de um segmento o divide em dois segmentos de mesma medida e qualquer ponto desse eixo está à mesma distância das extremidades do segmento.

É importante explorar essa idéia dobrando a folha de papel, fazendo as verificações recomendadas para depois generalizar o processo através da construção de circunferências secantes, de mesmo raio e centros nas extremidades do segmento. A necessidade de o raio ser maior que a metade do segmento é para assegurar que as circunferências sejam secantes.

PARTE 2: CONSTRUINDO RETAS PERPENDICULARES.

MATERIAL NECESSÁRIO: Esquadros e Folha-tipo I-25.

DESENVOLVIMENTO:

Verifique como os alunos estendem o processo de construção de retas perpendiculares com esquadros, visto na atividade anterior para os seguintes problemas:

Problema: Traçar uma reta perpendicular a um outra, passando por um ponto dado.

Após as tentativas dos alunos, havendo alguma dificuldade descreva um procedimento como o que segue:

Colocar um dos lados do ângulo reto do esquadro sobre a reta.

O ponto esta sobre a reta

A

O ponto não esta sobre a reta.

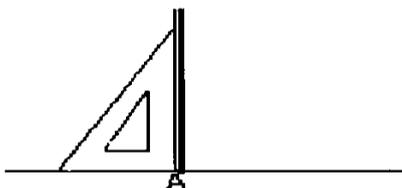
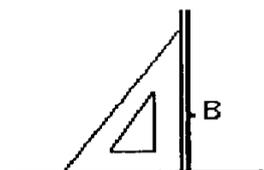
B

Deslizar o esquadro sobre a reta até o ponto. Trace a perpendicular à reta, passando pelo ponto e, em seguida, prolongue a reta perpendicular.

O ponto esta sobre a reta

A

O ponto não esta sobre a reta.

B

Distribua uma folha-tipo I-25 para cada aluno.

Após a realização desta tarefa, dê uma folha-tipo II-25, na qual os alunos poderão ter a oportunidade de construir segmentos perpendiculares em uma figura plana conhecida como Rosa-dos-ventos.

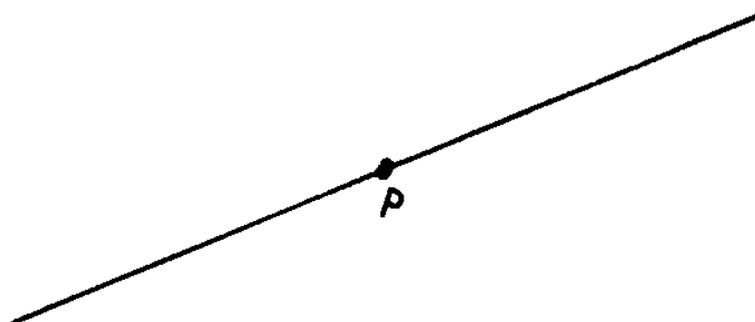
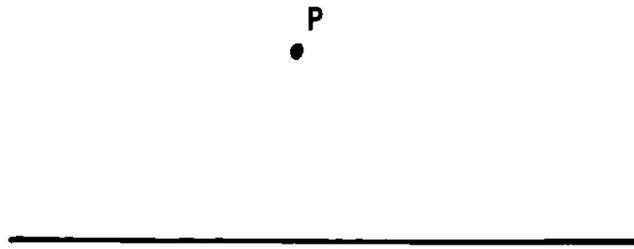
PARTE 3: SITUAÇÕES-PROBLEMAS.

MATERIA NECESSÁRIO: Régua e compasso.

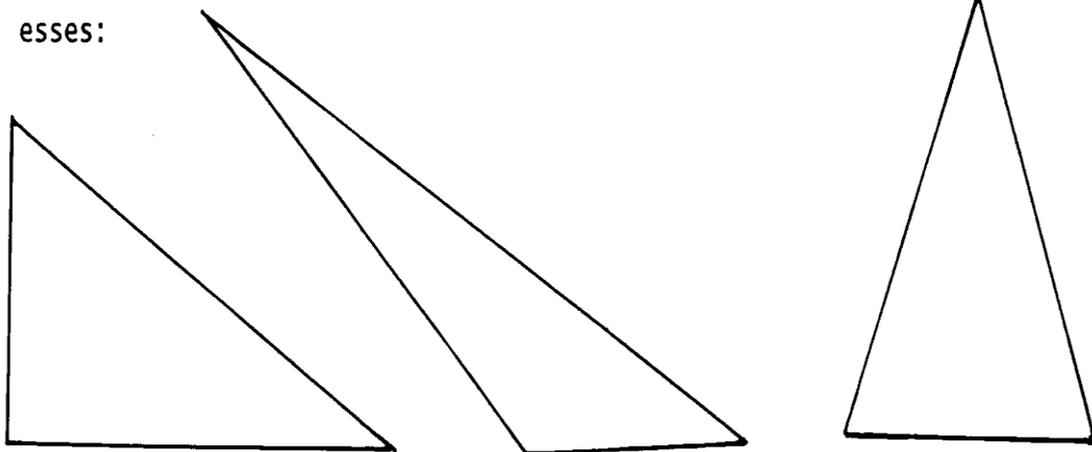
DESENVOLVIMENTO:

Sugira exercícios de construções geométricas como os que seguem. Os alunos, usando régua e compasso e lembrando as noções de simetria e mediatriz de um segmento, deverão tentar solucionar as situações-problemas.

1. Traçar uma reta perpendicular a outra.

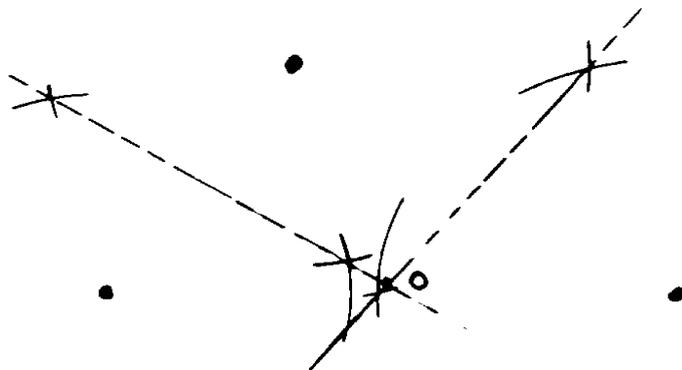
2. Traçar uma reta perpendicular a outra, passando por um ponto P dado sobre esta.

3. Traçar uma reta perpendicular a outra, passando por um ponto dado fora desta.

4. Desenhe uma circunferência e um dos seus diâmetros e usando o processo acima dividi-la em 4 e 8 partes.

5. Um terreno é reservado para a construção de uma praça circular. Três palmeiras não poderão ser derrubadas. Para serem aproveitadas ficarão exatamente no contorno da praça. Desenhe a praça.

6. Através de um processo análogo você poderá traçar circunferências que contenham os vértices de triângulos como esses:

7. Dados três pontos não alinhados, traçar uma circunferência que passa pelos mesmos

Após as tentativas dos alunos analise as alternativas e soluções encontradas por eles. No caso de haver dificuldade na compreensão dessas situações-problemas reconsidere as idéias de perpendicular e mediatriz. Por exemplo:

– No problema 1: Escolhe-se dois pontos sobre uma reta e desenha-se duas circunferências secantes de mesmo raio ou não, uma vez que não esta definido o ponto de intersecção das retas.
– No problema 2: Considera-se o ponto dado na reta como o ponto médio de um segmento qualquer sobre a mesma. Para isso, basta usar o compasso com uma abertura qualquer, utilizar o ponto como centro de uma circunferência e marcar dois pontos sobre a reta e em seguida, através de circunferências secantes de mesmo raio, traçar a mediatriz do segmento.
– No problema 3: Considera-se o ponto fora da reta como centro de uma circunferência qualquer, secante à reta, a mediatriz do segmento determinado pela circunferência sobre a reta vai passar pelo ponto fora da reta.
– No problema 4: Encontra-se a mediatriz do diâmetro e traça-se outro diâmetro, dividindo a circunferência em 4 partes. Para dividi-la em 8, 16, … partes, encontra-se sucessivamente as mediatrizes das cordas compreendidas entre dois pontos consecutivos.
– Nos problemas 5, 6 e 7: O centro da circunferência é um ponto que tem a mesma distância em relação aos três pontos dados. Para encontrá-lo determina-se a

mediatriz de cada dois pontos. O ponto de intersecção e duas mediatrizes é o centro da circunferência.

COMENTÁRIOS.

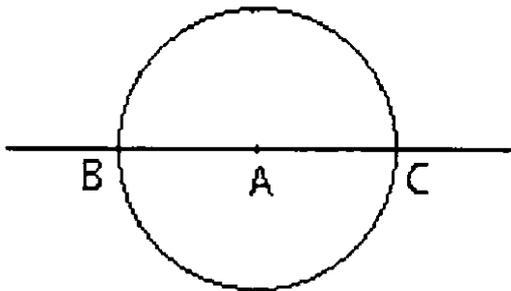
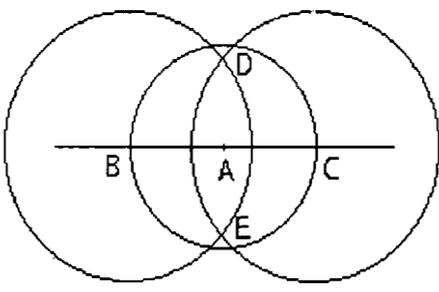
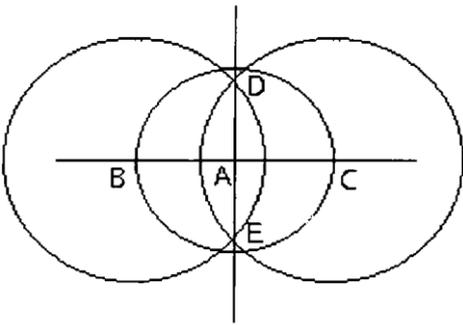
Comente com os alunos, que quando traçaram as retas perpendiculares com os esquadros, nem sempre as retas formaram ângulos retos, por várias razões, como por exemplo a ponta grossa do lápis, a colocação não muito precisa do esquadro sobre a reta. Para minimizar os erros e as dificuldades, em Matemática fazemos construções geométricas, onde as ferramentas essenciais são: um compasso em boas condições, um lápis apontado e uma régua adequada.

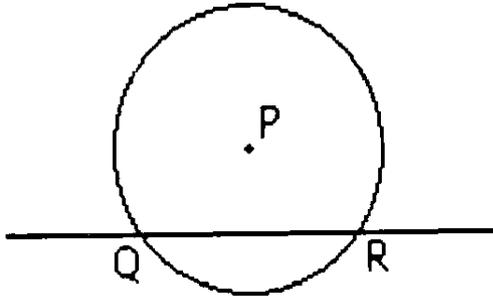
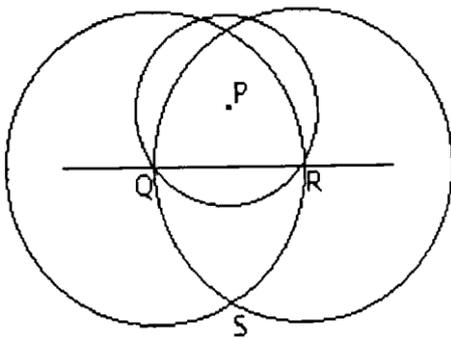
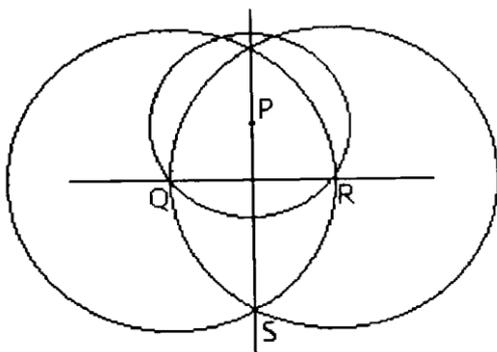
Uma régua pode ser usada para construir segmentos de reta, o compasso para construir circunferências e arcos. Nas construções geométricas estão envolvidas intersecções de retas, de circunferências ou de retas e circunferências.

Para organizar as idéias sobre o traçado de retas perpendiculares com compasso, sistematize um procedimento, como por exemplo:

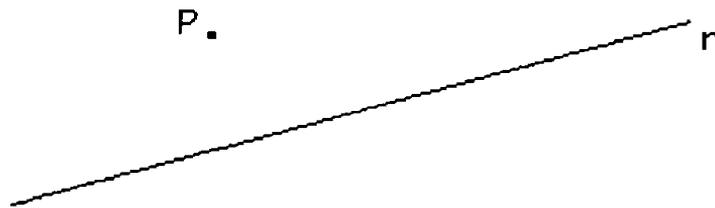
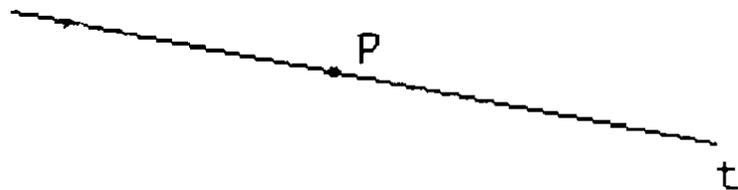
Coloque na lousa as instruções, etapa por etapa, e efetue cada etapa simultaneamente com os alunos.

O ponto esta sobre a reta .

1. Traçar um círculo de centro A que corta a reta em dois pontos: B e C	
2. Escolher um raio maior que o anterior e desenhar dois círculos iguais de centro B e C. Eles se interceptam em dois pontos que chamaremos D e E.	
3. Ligando os pontos D e E tem-se a reta perpendicular pedida.	

O ponto não esta na reta .

Coloque na lousa a seqüência de figuras dadas e peça aos alunos que escrevam ao lado de cada uma, as instruções que permitam traçar uma perpendicular, como no exercício anterior.

Proponha à classe, que realize em folhas sulfite, as seguintes construções geométricas, usando como instrumento apenas, régua e compasso.

1) Desenhe um segmento de reta de 5 cm. Marque o ponto médio (o ponto que divide o segmento em duas partes iguais) do segmento. Construa uma perpendicular ao segmento que passa pelo ponto médio.

2) a) trace uma reta perpendicular à reta r, passando pelo ponto P.

b) Trace uma reta perpendicular à reta t, passando pelo ponto P.

3) Desenhe um segmento de 10 cm e em seguida construa retas perpendiculares ao segmento, uma em cada extremidade. (Sugestão: Estenda o segmento de reta quando necessário).

4) Desenhe num círculo, um diâmetro. Construa um diâmetro perpendicular ao primeiro. Una as extremidades do dois diâmetros. Que figura foi obtida?

PARTE 4: MEDIATRIZ E SIMETRIAL AXIAL.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo III-25, régua e compasso.

DESENVOLVIMENTO:

Entregue a cada aluno uma folha-tipo III-25 em que há uma simetria relativa a uma reta **r** na figura 1. Solicite que analisem a figura, escolham dois pontos correspondentes, nos dois triângulos e discutam as propriedades desses dois pontos.

Se essas propriedades não forem indicadas de imediato, sugira que tracem um segmento unindo dois pontos correspondentes (dois vértices dos triângulos, por exemplo) e com régua e transferidor façam medições das distâncias entre cada ponto e o eixo de simetria, dos ângulos formados pelo segmento e o eixo de simetria.

Lembre-os que de acordo com a noção trabalhada nas partes 1 e 2 desta atividade, o eixo de simetria é a mediatriz do segmento compreendido entre dois pontos, ou seja, esses dois pontos são simétricos em relação à reta. Assim, qualquer ponto da mediatriz é eqüidistantes dos dois pontos considerados.

Proponha agora aos alunos que desenvolvam um processo de construção de figuras simétricas, em relação a um eixo, usando régua e compasso.

Na figura 2 da folha-tipo I-25 há três situações em que os grupos tentarão achar uma solução.

Dê um tempo para que os grupos discutam, reúnam suas idéias e elementos necessários para realizarem suas construções. Após isso, analise junto com os grupos, as soluções encontradas.

COMENTÁRIOS:

As noções de reflexão, circunferências secantes, mediatriz são indispensáveis para a sistematização de um método de construção de figuras simétricas em relação a um eixo.

O processo, como já vinha sendo experimentado anteriormente consiste em se tomar dois pontos sobre o eixo e traçar duas circunferências com centros com cada um dos pontos do eixo passando por um ponto P a ser refletido. Encontra-se outro ponto (P') de intersecção das circunferências, portanto, o simétrico de P. Repetindo-se esse processo encontra-se uma figura simétrica de outra.

Proponha como trabalho individual, para casa, as construções da folha-tipo IV-25.

FOLHA-TIPO I-25

CONSTRUINDO RETAS PERPENDICULARES COM ESQUADROS.

Para fazer os exercícios desta folha, você precisará de régua e esquadro.

1) Marque sobre a reta **r** dois pontos A e B.

r

Construa:

a) Uma reta perpendicular a **r** passando pelo ponto A.

b) Uma reta perpendicular a **r** passando pelo ponto B.

c) Marque outros pontos na reta e trace perpendiculares à reta **r** passando por estes pontos.

O que você observou sobre as retas que traçou?

2) Trace uma reta e marque sobre ela um ponto A. Desenhe:

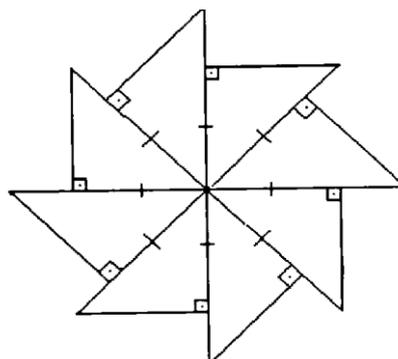
– um segmento AB de 5 cm, perpendicular à reta.

– Um segmento BC de 6 cm, perpendicular ao segmento AB.

– Um segmento CD, perpendicular a BC, em que o ponto D esta sobre a reta.

O que você pode dizer da figura obtida?

3) Reproduza a figura sobre uma folha, respeitando as informações dadas.

O símbolo ⊡ significa que as duas retas são perpendiculares e os segmentos marcados com o sinal / significa que têm medidas iguais

FOLHA-TIPO II-25

CONSTRUINDO ROSA-DOS-VENTOS.

Quando alguém se desloca de um lugar para outro, para não se perder, costuma-se considerar algo como um ponto de referência. Por exemplo, numa cidade, tomamos como pontos de referência a igreja, uma loja famosa, um monumento. Numa estrada, as paradas de ônibus, de trens, os cruzamentos.

Escreva, por escrito, como ir da escola para sua casa, destacando alguns pontos de referência.

____

____

____

____

____

Nos mares, nas florestas, nos desertos, hoje os pilotos de avião, os comandantes de navio, dispõem de instrumentos sofisticados que facilitam a orientação, dando maior segurança e precisão à navegação aérea e marítima. No entanto nem sempre foi assim, desde tempos remotos, para não perder o rumo, as primeiras observações dos homens foram os astros.

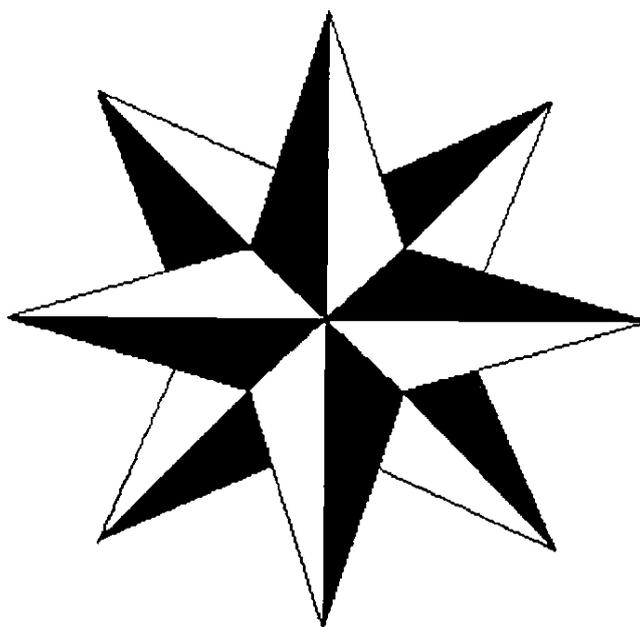
Para superar as dificuldades provocadas pela variedade de pontos de referência e para que possamos ter pontos de referência que indiquem direções seguras e exatas em qualquer lugar da superfície da Terra foram criados os pontos universais de referência, chamados pontos cardeais. (A palavra cardeal vem do latim e quer dizer principal).

Você saberia dizer quais são os pontos cardeais?

Lembrando um pouco de Geografia, sabemos que entre os pontos cardeais estão os pontos colaterais. São quatro os pontos colaterais, tente lembrar onde se posicionam alguns:

Nordeste (NE) - entre o norte e o leste.
Noroeste (NO) - entre o norte e o oeste.
Sudeste (SE) - entre …......................
Sudoeste (SO) - entre…........................

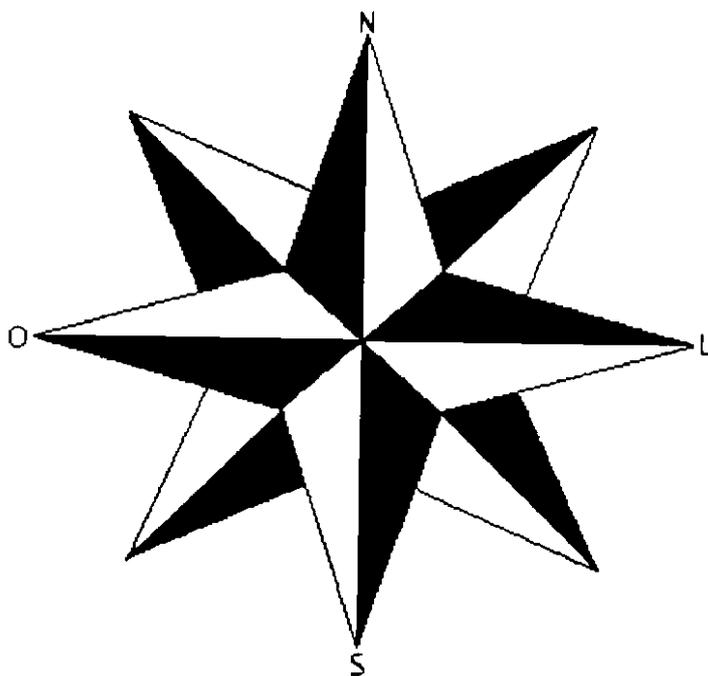
Entre os pontos cardeais e colaterais estão os pontos sub-colaterais.

Reunindo os pontos cardeais, colaterais e sub-colaterais temos 16 direções que estão representados na Rosa – dos - ventos ou Rosa – dos - rumos.

Numa folha sulfite, desenhe, com compasso, dois círculos concêntricos, isto é, círculos de mesmo centro, e de raios com 1,5 cm e 5 cm, respectivamente.

Trace um segmento de reta que contenha o diâmetro do círculo menor e o diâmetro do círculo maior.

Construa, usando esquadro, outro segmento de reta que seja perpendicular ao primeiro e que passa pelo centro dos dois círculos.

Agora desenhe mais dois segmentos de reta, o primeiro formando um ângulo de 45 com os segmentos já desenhados e o segundo perpendicular ao primeiro, passando pelo centro comum.

Marque as extremidades dos diâmetros dos dois círculos e ligue estas extremidades como na figura seguinte:

Apague as linhas desnecessárias, pinte sua Rosa – dos - ventos e marque os pontos cardeais e colaterais.

Com a Rosa – dos - ventos você poderá indicar as direções de seus deslocamentos; para isso você se imagina no centro da rosa-dos-ventos e faz coincidir a direção que conhece (geralmente é o Leste, que é a direção onde o Sol nasce) com a direção correspondente na Rosa – dos - ventos e a partir daí, você terá as demais direções.

Agora, responda as questões:

a) Em que direção fica a lousa da sua classe? E a porta ?

b) Em que direção você se desloca para ir do seu lugar para a porta?

Colocando o centro da Rosa – dos - ventos sobre Brasília podemos dizer que:

– As Guianas e a Venezuela estão ao Norte (N)
– Colômbia e Equador estão ao Noroeste (NO).

Quais os países que estão ao Oeste? E ao Sudoeste ? E ao Sul?

O que fica a Leste?

Se possível, arrume o mapa de sua cidade, e em casa coloque sua Rosa – dos - ventos sobre o que se considera o centro da cidade, que varia de cidade para cidade. Em algumas é onde esta a Prefeitura, em outras a igreja matriz ou catedral. Em São Paulo o marco zero que esta na Praça da Sé.

Em seguida localize e destaque alguns bairros que ficam na:

Zona norte:

Zona nordeste:

Zona leste:

Zona sudeste:

Zona sul:

Zona sudoeste:

Zona oeste:

Zona noroeste:

FOLHA-TIPO III-25

FIGURA 1

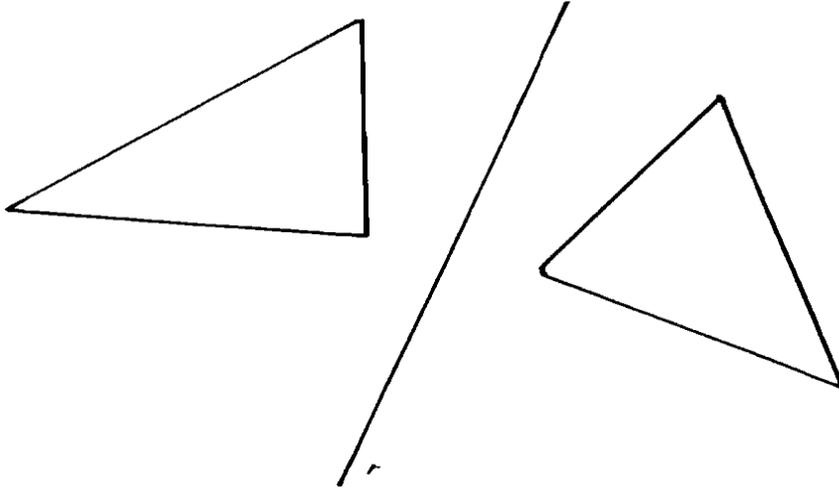
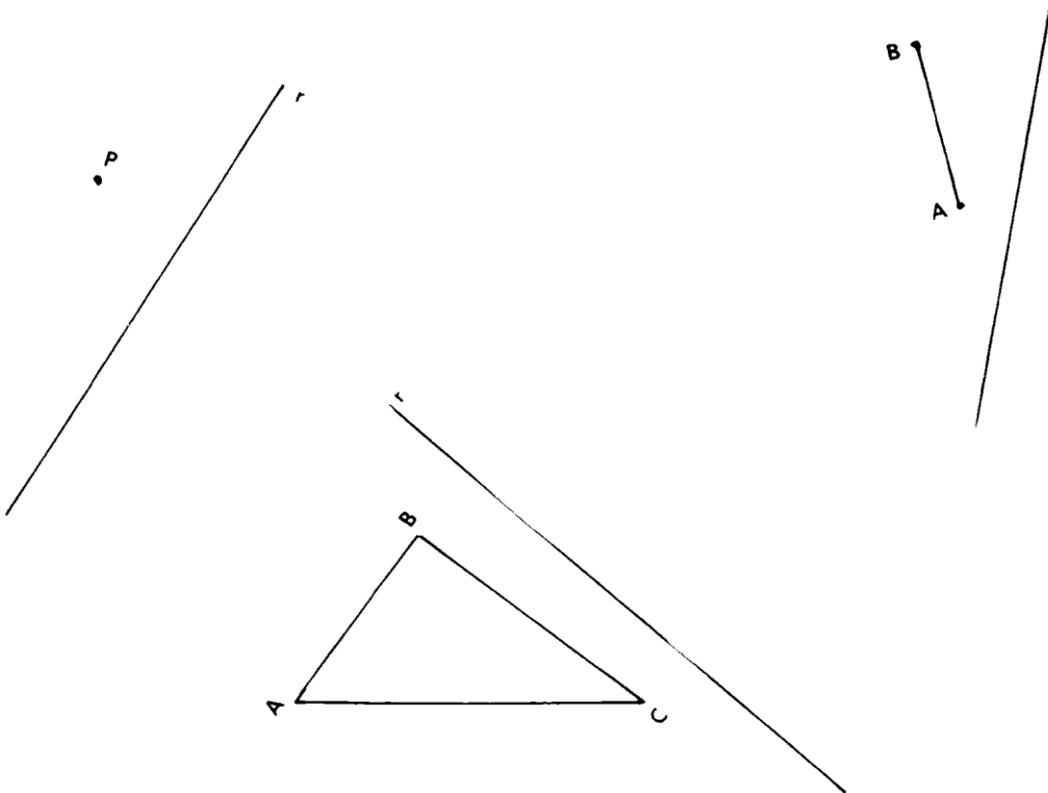
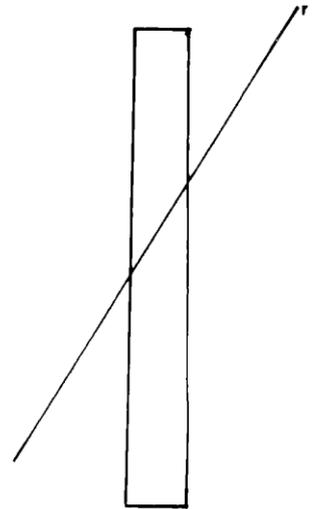
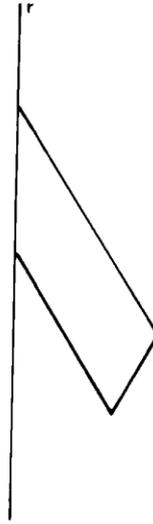
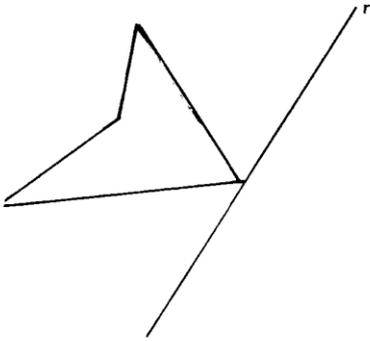
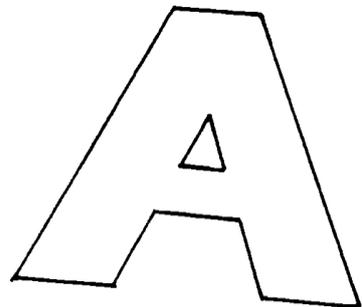



FIGURA 2

FOLHA-TIPO IV-25

1. Desenhe uma figura simétrica à figura dada, em relação à reta **r**, usando régua e compasso.

2. Inversamente, determine o eixo de simetria em cada caso, com auxílio de régua e compasso.

ATIVIDADE 26: REPRESENTAÇÕES ALGÉBRICAS.

OBJETIVOS: Representar genericamente operações com um número natural.
Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.

PARTE 1: JOGOS DE ADVINHAR.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Peça aos alunos que descubram a regra que você vai inventar para "transformar" os números falados, um a um, por eles (para facilitar, trabalhe inicialmente com os naturais). Suponhamos, por exemplo, que você registre os fatos em uma tabela:

Alunos dizem	6	5	8	50	35	17	69
Você responde	13	11	17	101	71	35	139

Após a descoberta da regra, solicite que escrevam simbolicamente. Proponha a letra "x" para responder o número dito por ele: e de "y" o número que você respondeu. Assim, eles podem chegar à sentença $y = 2 . x + 1$.

Depois, escolha um aluno e peça que ele invente uma regra, para o resto da classe descobrir e traduzi-la algebricamente. Para tanto, registre na lousa,

através de uma tabela, os números ditos pela classe e os números respondidos pelo aluno.

Após explorar várias situações desse tipo, você pode apresentar na lousa (ou em uma folha) outras tabelas incluindo também números racionais negativos, e pedir para que a classe preencha as lacunas, e descubra traduza algebricamente a relação existente em cada tabela.

É importante que verifiquem que a regra apresentada por eles satisfaçam todos os pares de números da tabela.

1.

x	15	8	20	13	0	1	1,5
y	7,5	4	10	6,5	0	…..	…..

2.

a	10	16	13	5	20	0	6,8
b	6	9	7,5	3,5	11	…..	…...

3.

u	- 5	- 8	0	13	0,5	- 6	2/5
v	- 10	- 16	0	26	1	…….	…….

4.

i	- 4	- 3	- 2	- 1	0	1	2
j	- 3	- 2	- 1	0	…..	…..	…...

5.

r	- 4	- 3	- 2	- 1	0	1	2
s	- 6	- 5	- 4	- 3	- 2	…..	…….

6.

m	- 4	- 3	- 2	- 1	0	1	2
n	4	3	2	…...	…….	…...	…...

7.

e	- 1 / 2	- 2	4	0	- 1	- 3 / 2	5 / 4
r	- 3 / 2	- 6	12	0	…...	….....	….....

8.

w	- 5	- 3 / 2	3 / 4	- 2 / 3	0	4 / 5	- 5 / 6
z	15	3 / 2	- 9 / 4	2	…...	…...	…...

As relações existentes entre os números de cada tabela podem ser, assim, expressas:

1) $y = x/2$ ou $x = 2y$

2) $b = \frac{a}{2} + 1$ ou $a = 2b - 2$

3) $v = 2u$ ou $u = v/2$

4) $j = i + 1$ ou $i = j - 1$

5) $s = r - 2$ ou $r = s + 2$

6) $n = -1 .m$ ou $m = -1 .n$

7) $f = 3. e$ ou $e = f/3$

8) $z = -3. w$ ou $w = -z/3$

PARTE 2: O ALUGUEL DA BICICLETA.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-26 e I-26a.

DESENVOLVIMENTO:

Distribua uma folha-tipo I-26 e uma I-26a para cada aluno e peça que discutam e resolvam, em grupo, as questões propostas. Discuta com a classe as soluções encontradas.

Assim, após completar a tabela, eles podem chegar à expressão que determina o aluguel na 1ª loja.

$$A = 500.T + 300$$

Para a 2ª loja, como não há taxas, o aluguel A é determinado por:

$$A = 600.T$$

Peça que completem a tabela da proposta de Dirceu, substituindo T pelos valores sugeridos.

Apesar do principal objetivo da atividade ser o trabalho com a tradução algébrica e situações de interdependência de grandezas, é interessante discutir que a opção mais econômica para Paulinho entre as três apresentadas para o aluguel, depende do número de dias que ele deseja ficar com a bicicleta.

PARTE 3: AS ESCADAS DE TEMPERATURA.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-26 e II-26a.

DESENVOLVIMENTO:

Distribua uma folha-tipo II-26 e uma II-26a para cada aluno e a seguir explique à classe que a escala de temperatura popularmente chamada de Centrígrada, cujo o nome correto é Celsius atribui ao ponto de fusão do gelo o valor de 0ª C e ao ponto de ebulição de água 100ª C. Já a escala Fahrenheit atribui os valores de 32º F e 212º F respectivamente para os pontos do gelo e do vapor d'água. Esta escala é utilizada pelos povos de língua inglesa, porém a tendência é adotarem a

escala Celsius pela sua praticidade.

Convém chamar a atenção dos alunos que, por exemplo os valores de 0ºC e 32ºF foram arbitrariamente dados por este dois cientista – Celsius e Fahrenheit – à temperatura de fusão do gelo sob pressão normal, e que apesar dos números serem diferentes indicam o mesmo estado térmico.

PARTE 4: DESCOBRINDO A MÁGICA.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo III-26.

DESENVOLVIMENTO:

Antes de começar o trabalho com a folha-tipo III-26, solicite a um aluno que pense em um número. A seguir ele deve somar 2 a esse número. Depois peça para ele dobrar o resultado e em seguida subtrair 4. Pergunte o resultado obtido e diga o número que ele pensou. Você pode ir repetindo esse jogo com outros alunos até perceberem que o resultado obtido é sempre o dobro do número pensado. Anote esses resultados em uma tabela como por exemplo:

	Ana	Bia	Caio	Dario	Gabi
Nº pensado:	7	1	17	11	0
Resultado:	14	2	34	22	0

Diga aos aluno que, em grupos, descubram o porquê dos resultados serem sempre o dobro do número pensado.

Discuta com toda a classe as hipóteses levantadas por eles. Para esse trabalho proponha um esquema do tipo:

SEQÜÊNCIA	ESQUEMA	REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA
Pense um nº	☐	x
Acrescente 2	☐ Û Û	x + 2
Multiplique por 2	☐ Û Û ☐ Û Û	2.(x + 2) = 2.x + 4
Subtraia 4	☐ ☐	2.x

Legenda: ☐ - representa o nº pensado
Û - uma unidade

Assim os alunos podem perceber que, para qualquer número pensado, o resultado dará o dobro desse número. Podem, também, justificar a igualdade 2 . (x + 2) = 2.x + 4 através da propriedade distributiva da multiplicação em relação a adição.

Peça a um aluno para escolher um número natural qualquer, acrescente 2 a este número, depois multiplicar o resultado por 3, e finalmente subtrair 6 unidades. Após a informação do resultado final das operações você diz o número pensado. Peça o mesmo a outros alunos e registre estes dados na lousa em uma tabela. Solicite, então, que justifiquem a razão pela qual os resultados sempre foram o triplo do número pensado. Para isto utilize o esquema abaixo como o do exemplo anterior:

Seqüência	Esquema	Representação Algébrica
Pense um nº	☐	x
Acrescente 2	☐ Û Û	x + 2
Multiplique por 3	☐ Û Û ☐ Û Û ☐ Û Û	3.(x + 2) = 3.x + 6

Subtraia 6	☐ ☐ ☐	3.x

Finalmente, distribua a folha-tipo III-26 para cada aluno e peça que resolvam as situações propostas, que são análogas às questões anteriormente discutidas.

Na primeira seqüência de operações da folha espera-se que eles concluam que o resultado não depende do número pensado.

PARTE 5: INVENTANDO UMA MÁGICA.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Solicite a cada aluno que invente uma seqüência de operações (pelo menos 4) com um número natural qualquer, de modo que se consiga uma expressão simples com esse número e assim sabendo o resultado dessas operações se possa adivinhar o número inicial, como foi feito na parte anterior. Peça, também, a elaboração de uma tabela de modo que conste a seqüência de operações, o esquema e a representação algébrica.

FOLHA-TIPO I-26

O ALUGUEL DA BICICLETA.

1. Paulinho deseja alugar uma bicicleta. Foi a uma loja chamada " Rent a Bike" e encontrou as seguintes condições: preço do aluguel R$ 50,00 a cada dia de aluguel mais uma taxa de R$ 30,00 para despesas. Para entender melhor o preço, Paulinho montou uma tabela:

Tempo	Aluguel a ser pago
1 dia	50 . 1 + 30 = 80
2 dias	50 . 2 + 30 = 130
3 dias	
4 dias	

Paulinho resolveu não escrever os centavos, assim na tabela onde esta escrito 50 significa R$ 50,00; onde esta escrito 30 significa R$ 30,00 etc.

a) Preencha a tabela acima.

b) Qual é o aluguel por 12 dias?

c) Qual é o aluguel para um número "T" de dias?

d) Qual é o aluguel por um mês?

2. Na loja " Só Bikes", Paulinho encontrou a seguinte tabela de preços:

Tempo	1 dia	2 dias	3 dias	4 dias
Aluguel (em R$)	60	120	180	240

a) Qual seria o aluguel da bicicleta por 45 dias?

b) E por "T" dias?

c) E por um mês?

FOLHA-TIPO I-26a

3. Dirceu um amigo de Paulinho e que gostava muito de matemática propôs alugar-lhe uma de suas duas bicicleta de modo que o aluguel “A” fosse pago em reais de acordo com a sentença: A = 40 . T + 60, na qual “T” significaria o número de dias que Paulo ficaria com a bicicleta.

a) Faça uma tabela onde consta a quantia a ser paga pelo aluguel de 1, 2, 3, 4 e 5 dias.

b) Você saberia dizer qual desses três planos é mais vantajoso para alugar bicicletas? Justifique.

c) Algum plano pode ser considerado como o pior? Por quê?

FOLHA-TIPO II-26

AS ESCALAS DE TEMPERATURA.

Catarina leu em um jornal as temperaturas de algumas cidades do mundo na escala de temperatura Celsius, mais popularmente conhecida de centígrada (apesar de não ser correto), e também na escala Fahrenheit, como mostra a tabela a seguir:

Cidade	Escala Celsius	Escala Fahrenheit
Nova Iorque	- 5°C	23°F
Moscou	0°C	32°F
Londres	10°C	50°F
Paris	15°C	59°F
São Paulo	30°C	86°F
Rio de Janeiro	40°C	104°F

Ela quis, através da tabela, descobrir a relação existente entre os números que as duas escalas utilizam para exprimir a mesma temperatura, porém achou difícil; consultou um livro e encontrou uma fórmula para fazer a conversão entre elas: $F = \frac{9}{5} . C + 32$. Esta fórmula permitia converter a temperatura expressa em graus Celsius em Fahrenheit.

1. Verifique se substituindo a Letra C pelos valores da coluna Celsius da tabela, você realmente encontra os correspondentes valores na escala Fahrenheit. Por exemplo:

FOLHA-TIPO II-26a

Se C = 10°, pela tabela deveremos encontrar F = 50°.

Substituindo C por 10 em:

$$F = \frac{9}{5} \cdot C + 32$$

teremos: $F = \frac{9}{5} \cdot 10 + 32 = 9 \times 2 + 32 = 18 + 32 = 50°F$.

Logo, uma temperatura de 10ºC corresponde a 50ºF

2. Determine as leituras correspondentes às temperaturas - 20ºC e – 10ºC em um termômetro graduado em Fahrenheit.

3. Outra fórmula que relaciona estas duas escalas é:

$$C = \frac{5}{9} \cdot (F - 32).$$

Quando você consideraria utilizar esta relação?

4. Substitua a letra F pelos valores da tabela e encontre os correspondentes valores na Celsius. Por exemplo, ao substituirmos F por 104, encontraremos C = 40º. Vejamos:

$$C = \frac{5}{9} \cdot (F - 32) \quad = \quad C = \frac{5}{9} \cdot (104 - 32) \quad = \quad C = \frac{5}{9} \cdot 72 \quad = \quad 40°C$$

5. Determine as leituras em um termômetro graduado em Celsius as temperaturas correspondentes a 0ºF e – 13ºF.

FOLHA-TIPO III-26

DESCOBRINDO A MÁGICA.

Utilizando o símbolo ☐ para representar um número qualquer e 0 para representar a unidade, complete o esquema e a representação algébrica da seqüência de operações abaixo:

Seqüência	Esquema	Representação algébrica
Pense um nº	☐	x
Acrescente 1	☐ Û	x + 1
Multiplique por 2		
Junte 4		
Retire o nº pensado		
Retire 6 unidades		

2. Cada elemento de seu grupo deverá pensar em um número e fazer a seguinte seqüência de operações: juntar 1 ao nº pensado, multiplicar o resultado por 4 e depois acrescentar 4; dividir a soma por 4 e finalmente retirar o número pensado. O grupo deverá fazer uma tabela com os resultados e dizer qual a conclusão que chegou após a análise da mesma. Utilizar um esquema como o da questão 1 para justificar a resposta.

3. Complete as colunas que estão em branco, na tabela abaixo:

Seqüência	Esquema	Representação Algébrica
	☐	
	☐ Û Û	
	☐ Û Û ☐ Û Û	
	☐ ☐	
	☐	

ATIVIDADE 27: EXPRESSÕES ALGÉBRICAS.

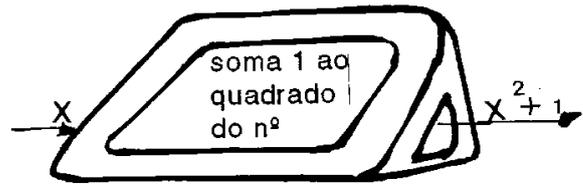
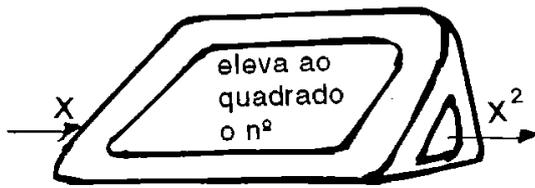
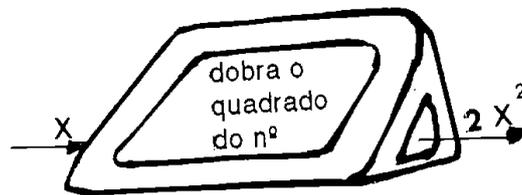
OBJETIVOS: Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica.
Aplicar propriedades já conhecidas nas operações com monômios.

PARTE 1: MAQUINANDO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-27, I-27a e II-27

DESENVOLVIMENTO:

Entregue as folhas-tipo I-27 e I-27a para cada aluno. Dê um tempo suficiente para os alunos discutirem e resolverem as questões.

Provavelmente eles não terão dificuldades para perceber que para a tabela 1 a "máquina" transforma o número em seu quadrado e colocar x^2 na " saída da máquina" (figura 1). Na tabela 2 os números da 2ª coluna têm uma unidade a mais que os quadrados dos números correspondentes da 1ª coluna e assim, os alunos completam o desenho com $x^2 + 1$ (figura 2). Peça, também, que escrevam com palavras as operações realizadas pela máquina onde está o ponto de interrogação, no desenho, como mostram as figuras a seguir.

A relação entre as duas colunas da tabela 3 é um pouco mais difícil de estabelecer: $2.x^2$.

Após este trabalho entregue a cada aluno a folha-tipo II-27 onde constam desenhos que representam uma “máquina programada” na lousa e peça aos alunos que “joguem alguns números” na “máquina”. Solicite que calculem o número de saída pra cada número que entrar na “máquina”, e indicar em uma tabela os resultados.

Esta atividade oferece oportunidade ao aluno o cálculo do valor numérico de expressões algébricas, substituindo “x” por alguns números. Incentive-os a trabalhar também com os racionais tanto na forma fracionárias como na decimal. Peça, então, que na tabela conste pelo menos um número natural, um inteiro negativo, um racional (não inteiro) escrito na forma fracionária e outro escrito na forma decimal e também o zero.

O exercício 3 da folha-tipo II-27 poderá proporcionar uma interessante discussão no momento de se substituir x por zero na expressão 1/x. Como

não é possível a divisão por zero, as calculadores, por exemplo, indicam esta

impossibilidade com a palavra ERROR escrita no visor.

PARTE 2: SIMPLIFICANDO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Proponha aos alunos a seguinte questão:

"Pense em um número. Some o dobro desse número com o triplo. Faça o mesmo com outros números e coloque os resultados em uma tabela. Analisando esta tabela o que você conclui? Você já esperava este resultado?"

Nº pensado	Dobro do nº	Triplo do nº	Soma do dobro com o triplo	Quíntuplo do nº
x	2 . x	3 . x	2 . x + 3 . x	5 . x
3	6	9	6 + 9 = 15	15
5	10	15	10 + 15 = 25	25

Assim, os alunos verificam que a soma do dobro do número pensado com o seu triplo é sempre o quíntuplo do número, o que provavelmente já sabiam.

Peça que justifiquem, utilizando as propriedades das operações já conhecidas o resultado de $2 . x + 3 .x = 5 . x = 5x$

Espera-se então, que saibam justificar tal resultado da seguinte forma:

$$2 . x \quad + \quad 3 . x$$

$$x + x + x + x + x = 5 . x = 5x$$

Em seguida proponha o mesmo procedimento para:

a) A diferença entre o triplo de um número e o número.

b) A soma entre a terça parte de um número com 5/3 desse número.

Peça, também, que os alunos completem as lacunas abaixo:

a) $6 . x - 2 . x =$ …..................

b) $3 . x - 8 . x =$ …...................

c) $x + 6 . x =$ …..................

d) $x - 5 . x =$ …..................

e) $x + x =$ …................

f) $x - 4 . x =$ …..............

g) $x + y =$ …...............

h) $2 . x + 3 . y =$ …...............

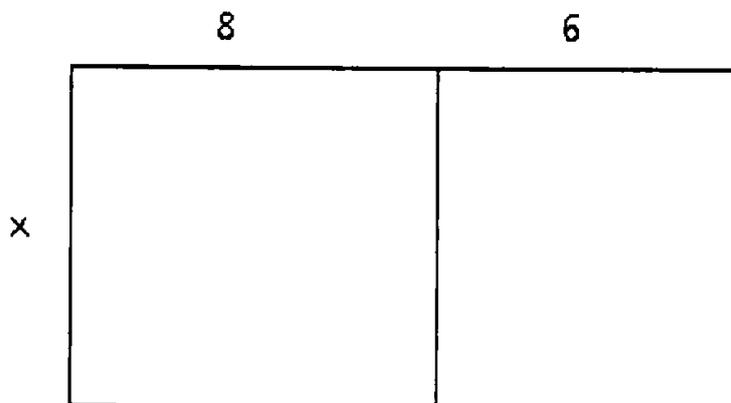
PARTE 3: CANTEIROS DA FÉ.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo III-27.

DESENVOLVIMENTO:

Distribua uma folha-tipo III-27 para cada aluno e peça que eles discutam em grupo as questões 1 e 2 na folha. Após a discussão dessas questões proponha aos alunos resolverem as demais.

Na análise das respostas dos alunos mostre que há duas maneiras para se determinar a área total dos 2 canteiros:

- Calculando a área de cada um e depois determinar a soma.
- Calculando diretamente a área do retângulo maior considerando sua largura como a soma das larguras dos dois menores.

1º modo:	2º modo:
Área do 1º canteiro:	largura do canteiro formado pelos dois outros:
$8 . x$	$8 + 6$
área do 2º canteiro:	comprimento do canteiro assim formado:
$6 . x$	x
área total:	área total:
$9 . x + 6 . x$	$(8 + 6) . x = 14 . x$

Podemos, então, escrever: $8 \cdot x = 6 \cdot x = (8 + 6) \cdot x = 14 \cdot x = 14x$ e lembrar aos alunos que esta igualdade é justificada pela propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Para resolver o problema 1b da folha-tipo III-27, o aluno poderá fazer algumas estimativas das medidas possíveis e substituí-las na expressão para verificar se os valores numéricos, assim encontrados, estão no intervalo pedido, uma vez que o aluno, neste momento, provavelmente ainda não sabe resolver equações e inequações.

PARTE 4: OUTROS CANTEIROS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Coloque na lousa ou entregue em uma folha o seguinte problema:

Fernanda deseja fazer um outro canteiro retangular composto por seis pequenos canteiros onde plantará um tipo de flor em cada um. Entretanto, ela ainda não decidiu quais as dimensões de cada canteiro.

	x	x
x		
x		

- *Represente a área de cada quadrado.*
- *Represente a área do canteiro maior formado pelos canteiros menores de duas formas:*

a) Multiplicando suas dimensões.

b) Somando a área dos 6 canteiros pequenos.

O que se deseja é que o aluno ao determinar a área do retângulo das duas maneiras propostas verifique que:

$$3 . x . x . x = 6 . x^2$$

pois:

– Ao calcular a área do retângulo pela soma das áreas dos quadrados conclui que ela é igual a

$$6 . x^2 = x^2 + x^2 + x^2 + x^2 + x^2 + x^2$$

– Ao calcular a área do retângulo, multiplicando suas dimensões chega-se à expressão $3 . x . 2 . x$.

Em seguida proponha à classe para justificar, utilizando as propriedades que $3 . x . 2 . x = 6 . x^2$. Para isto, pode-se retomar com os alunos as propriedades das operações com os números racionais.

$$3 . x . 2 . x = (3 . 2) . (x . x) = 6 . x^2$$

(propriedade associativa e comutativa)

Se for necessário o aluno poderá substituir "x" por alguns números (inclusive não inteiros) para verificar o resultado, registrando em uma tabela, como por exemplo:

x	$3 . x$	$2 . x$	$(3 . x) . (2 . x)$	x^2	$6 . x^2$
1	3	2	6	1	6
1/4	3/4	1/2	3/8	1/9	3/8
0,6	1,8	1,2	2,16	0,36	2,16

Se os lados dos canteiros quadrados medirem 1,8 m, qual será a área do canteiro inteiro?

PARTE 5: ESCREVENDO FÓRMULAS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo IV-27.

DESENVOLVIMENTO:

Distribua uma folha-tipo IV-27 para cada aluno e peça que determinem as expressões que representam as áreas dos retângulos de duas maneiras:

- Determinando as expressões que indicam as áreas de cada parte da figura (retângulos menores) e somando, depois estas expressões
- Multiplicando diretamente as dimensões do retângulos.

Esta atividade visa a proporcionar novas oportunidades para os alunos visualizarem algumas expressões algébricas através de áreas de retângulos e de outros polígonos e aumentar, assim, o grau de compreensão sobre este tema. Entretanto, a interpretação geométrica dos cálculos algébricos, por mais interessante que seja, tem limitações, pois nem sempre conseguimos um modelo geométrico para explicá-los.

P**ARTE 6: QUEM INVENTOU A ÁLGEBRA?**

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo V-27.

DESENVOLVIMENTO:

Antes de distribuir a folha-tipo V-27, peças aos seus alunos que efetuem os cálculos algébricos que seguem, justificando-os através das propriedades das operações com os números racionais. Para isto, retome, antes as propriedades das operações com os números racionais. Para isto, retome, antes as propriedades das operações.

Efetue as operações abaixo indicando as propriedades utilizadas:

1) $(+ 4. a^2) - (- 3 . a^2)$ *2)* $(- 4 . a^3) . (- 2 . a)$

3) $(- 8 . b^3) : (2 . b^2)$ *4)* $(- 3 . x^3)^2$

No exercício 1 para efetuar a subtração proposta, os alunos somam a 1ª expressão com o oposto da 2ª:

$$(+ 4 . a^2) - (- 3 . a^2) = (+ 4 . a^2) + (+ 3 . a^2) = (+ 4 + 3) . a^2 = 7 . a^2 = 7 a^2$$

O exercício 2 será justificado pela propriedade da multiplicação de potência de mesma base:

$$(- 4 . a^3) . (- 2 . a) = (- 4) . (- 2) . (a^3 .a) = + 8 . a^4 = 8 . a^4 = 8 a^4$$

Para a divisão:

$$(- 8 . b^3) : (2 . b^2) = (- 8 : 2) . (b^{3-2}) = - 4 b = - 4b$$

No exercício 4 eles deverão fazer o seguinte cálculo:

$$(- 3 . x^3) . (- 3 . x^3) = (- 3) . (- 3) . (x^3 . x^3) = 9 . x^{3+3} = 9 . x^6 = 9 x^6$$

Pergunte à classe como ficaria a soma (ou subtração) de expressões algébricas cujas partes literais não coincidem, isto é, como somar, por exemplo,

– $4a^3$ com – 2 a ?

Proponha novos exercícios sobre operações com monômios.

Durante o transcorrer de toda esta atividade introduza, aos poucos, algumas das terminologias usadas em álgebra e que são freqüentes, tais como monômios, polinômios, termos semelhantes, etc.

Após este trabalho, distribua a folha-tipo V-27 aos alunos e peça que leiam e discutam o texto em que se destaca a importância dos hindus e árabes no desenvolvimento da álgebra. O objetivo de abordar alguns aspectos históricos nas aulas de matemática, além de ser interessante do ponto de vista pedagógico, é procurar mostrar ao aluno o alto nível de abstração do homem do passado – neste caso de uma cultura não ocidental – e que todo o avanço tecnológico, hoje, não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas.

Entretanto, a História da Matemática não pode ser reduzida a uma série de fato, datas e nomes a ser memorizada pelos alunos !

FOLHA-TIPO I-27

MAQUINANDO.

Existem calculadoras que são programáveis, isto é, você digita alguns números e ela faz os cálculos necessários sem digitar as operações. É preciso, primeiro, que alguém as programe. Nas três tabelas abaixo, a 1ª coluna estão os números que você digitaria em uma calculadora que foi anteriormente programada e os números da 2ª coluna são os números que aparecem no visor. A figura representa a situação em que, por exemplo, se entrar o número 16 irá sair 256. Sua tarefa é descobrir o que significa o ponto de interrogação do desenho, ou seja, descobrir as operações que a "máquina fez" e expressá-las através de uma expressão algébrica e preencher as tabelas.

Tabela 1

Número digitado	Número que aparece no visor
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9
10	

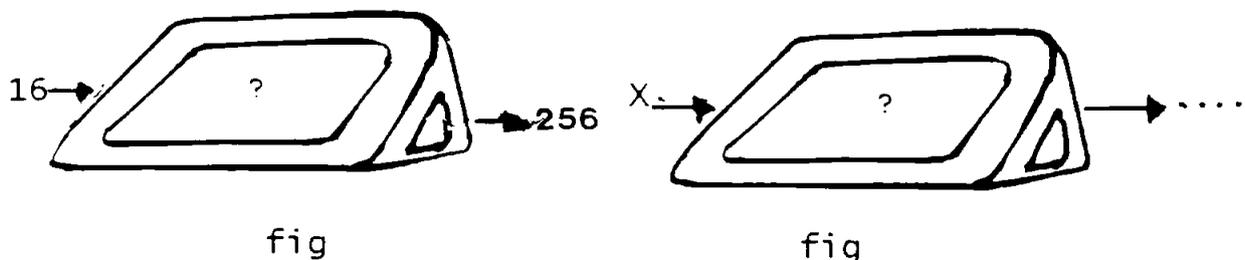
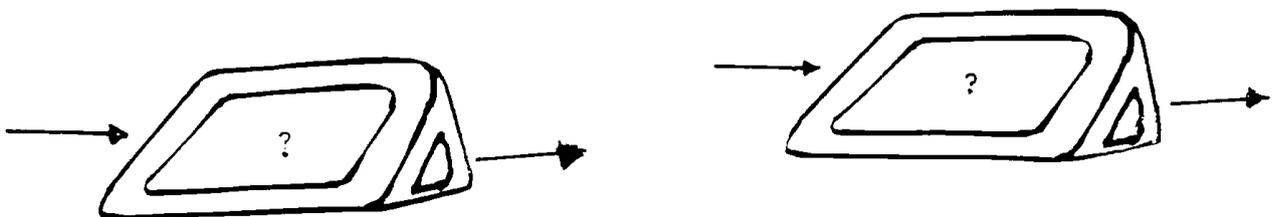
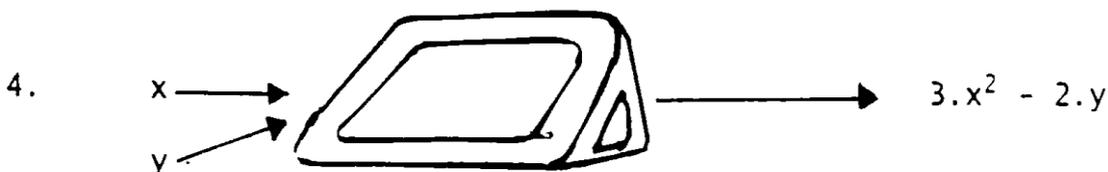
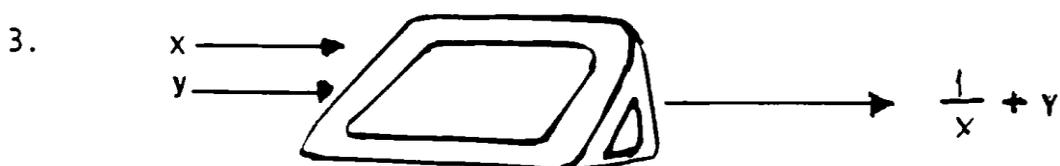
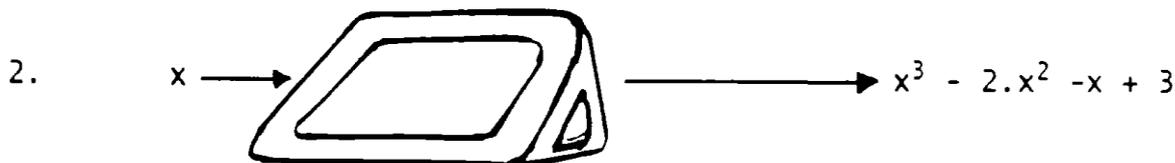
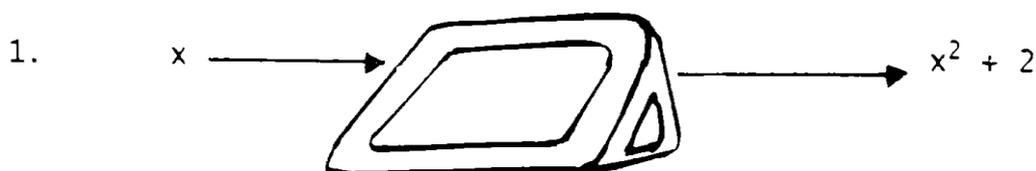
fig fig

FOLHA-TIPO I-27a

Tabela 2

Nº digitado	Nº do visor
-1	2
0	1
1	2
2	5
3	10
4	

Tabela 3

Nº digitado	Nº do visor
-1	2
0	1
1	2
2	5
3	10
4	

FOLHA-TIPO II-27
CALCULANDO O VALOR NUMÉRICO.

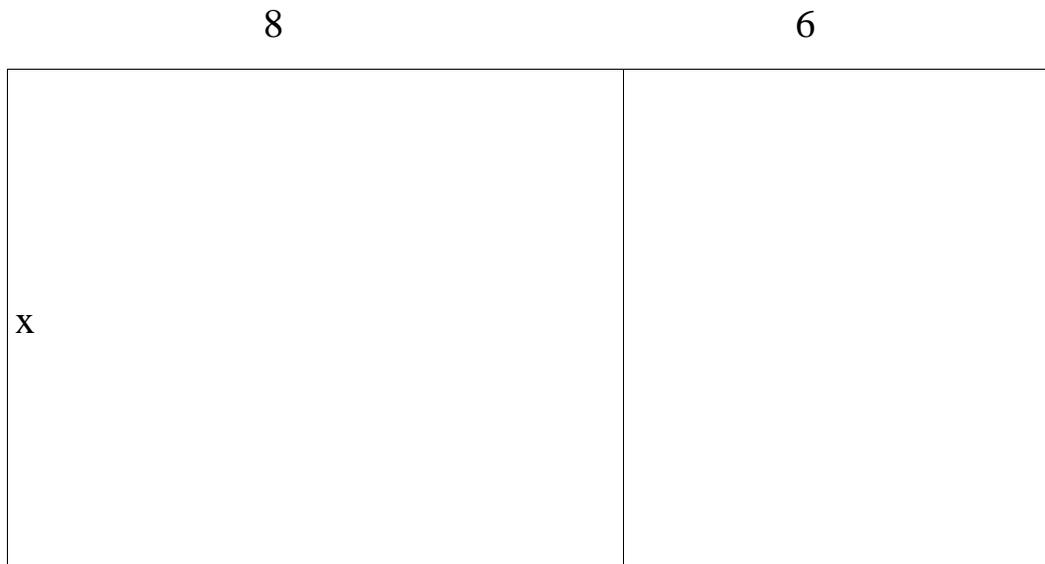
A. Os desenhos abaixo representam “ máquinas” programadas e a expressão algébrica indica as operações que cada uma deverá fazer com os números que você “jogar” nela. Construa uma tabela com esses números e os respectivos resultados para cada “máquina”. Jogue pelo menos um número natural, um inteiro negativo, uma racional negativo não inteiro, escrito na forma fracionária e outro na forma decimal, e também o zero. Nas duas últimas “máquinas” entram dois números de cada vez.

B. Determine o valor numérico da expressão:

$$a^2 . b - a^3 + b$$

para: $a = -\frac{1}{2}$ e $b = -3/4$

FOLHA-TIPO III-27

CANTEIROS DA FÉ.

1. Fernanda (Fê) quer construir alguns canteiros em sua horta: o primeiro deles ela decidiu que deverá medir 8m de largura, porém ela ainda esta pensando na medida do comprimento. O segundo desses canteiros deverá medir 6m de largura e o comprimento deverá ser igual ao do 1. Ela fez os seguintes desenhos para representá-los e chamou de x o comprimento desses canteiros:

a) Responda às seguintes questões que nos ajudará depois, calcular as medidas dos comprimentos desses canteiros:

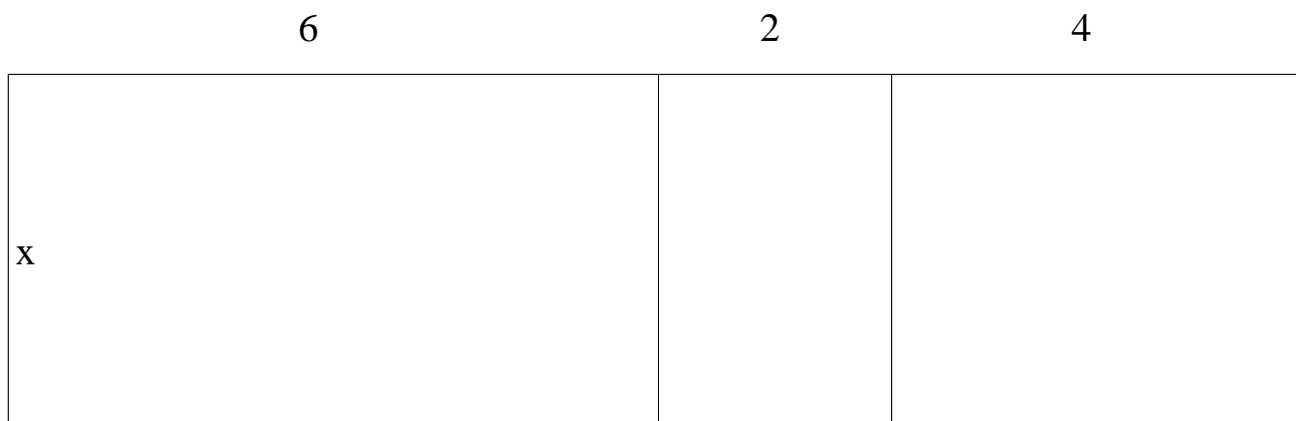
- Qual é a expressão que representa a área do canteiro 1? E a do canteiro 2?
- Qual é a expressão que representa a área total desses dois canteiros?

b) A área total desses canteiros não pode ultrapassar de 77 m^2 e deve ter no mínimo 63 m^2 . Diga alguns valores possíveis que se pode atribuir a “x”, o comprimento do canteiro.

2. Determine a área do retângulo formado pela justaposição de outros retângulos cujas dimensões são conhecidas para cada figura seguinte, de duas maneiras:

- Calculando a área de cada retângulo e determinando depois a soma dessas
- Calculando diretamente a área do retângulo composto pelo produto das medidas

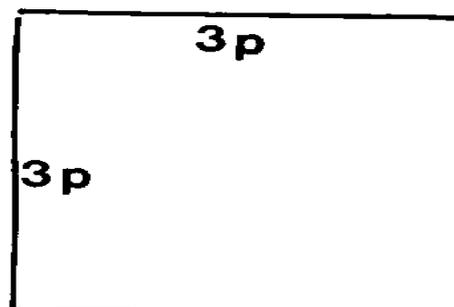
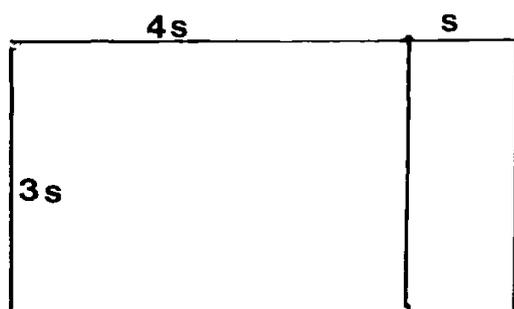
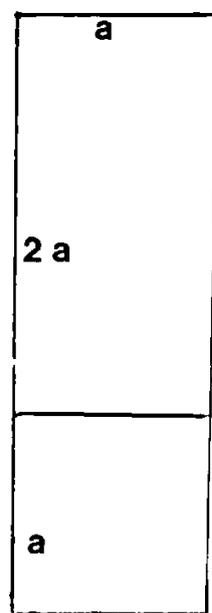
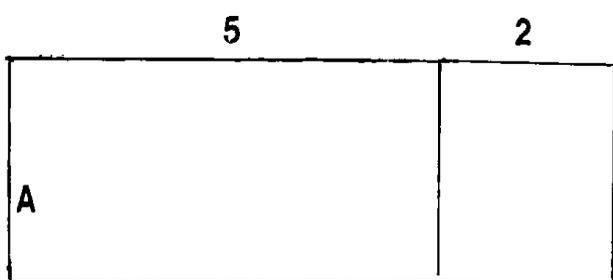
dos lados (um dos lados será determinado por uma soma).

6	2	4
x		

FOLHA-TIPO IV-27

ESCREVENDO FÓRMULAS

Determine as expressões que indicam as áreas dos retângulos abaixo de duas maneiras:

1) Determinado, inicialmente, as expressões que indicam as áreas de cada parte do retângulo e somando, depois, estas expressões.

2) Multiplicando diretamente as dimensões do retângulo maior.

FOLHA-TIPO V-27

QUEM INVENTOU A ÁLGEBRA?

Você viu que em muitas situações usamos letras para representar números que não conhecemos e que o uso delas é uma ferramenta importante para resolver problemas. Esta parte da matemática é chamada de Álgebra.

Os hindus e os árabes contribuíram muito para seu desenvolvimento. A própria origem da palavra Álgebra vem do árabe: Al Jabar, nome de um livro escrito por Al Khowarizmi – astronômo e matemático - que nasceu em Bagdá., hoje capital do Iraque, no final do século VIII. Neste livro ele explica os conhecimentos que os árabes tinham adquirido a respeito das sentenças matemáticas com termos desconhecidos e através dele os europeus puderam ampliar seu conhecimento sobre este assunto.

Em um outro livro ele detalhou o sistema de numeração dos hindus – hoje praticamente universal – e por esta razão o nome Al Khowarizmi ficou associado aos números, explicando-se dessa forma, a origem da palavra algarismo.

Você provavelmente já deve ter percebido que a Matemática não foi inventada apenas por uma pessoa ou apenas um povo. Evidentemente, houve grandes matemáticos que contribuíram muito para o desenvolvimento dessa ciência, porém o conhecimento matemático resultou, fundamentalmente, da necessidade de toda a humanidade em resolver problemas de seu cotidiano, de vencer e principalmente, propor novos desafios.

ATIVIDADE 28: CÁLCULO LITERAL

OBJETIVOS: Determinar a soma e a diferença de polinômios.
Determinar o produto de um monômio por um binômio e de um binômio por outro binômio.
Determinar o quociente entre um binômio e um monômio.

PARTE 1: REDUZINDO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-28.

DESENVOLVIMENTO:

Dê um tempo suficiente para os alunos resolverem as questões da folha-tipo I-28 que envolvem a redução de termos semelhantes. Se você julgar necessário, após a correção das mesmas, poderá propor mais alguns exercícios do mesmo tipo.

PARTE 2: SOMANDO BINÔMIOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-28.

DESENVOLVIMENTO:

A finalidade do exercício 1 da folha-tipo II-28 é calcular a soma de dois binômios através dos esquemas gráficos tratados na atividade 26. Entretanto, é possível que muitos alunos dispensem o uso deste recurso, pois as regras para este cálculo já foram estabelecidas pela observação de propriedades.

Ao resolver o exercício 2 da folha-tipo II-28 os alunos poderão

concluir que a soma de dois polinômios é o polinômio que se obtém adicionando os termos dos polinômios dados. Para determinar a soma dos seguintes polinômios:

$$3x^2 - 2x \quad \text{e} \quad - 4x^2 + 3x$$

somam-se os termos semelhantes. Assim:

$$(3x^2 - 2. x) + (- 4x^2 + 3x) = (3 - 4) . x^2 + (- 2 + 3) . x = - x^2 + x$$

Dê tempo suficiente para os alunos discutirem a solução da questão 3 da folha. Assim, os alunos poderão concluir que a diferença entre dois polinômios (no caso binômios) é o polinômio que se obtém, adicionando o primeiro polinômio com o oposto do segundo.

Para determinar a diferença entre $3a^2 + 6$ e $2a^2 - 4$, troca-se os sinais dos termos do segundo polinômio:

$$(- 3a^2 + 6) - (2a^2 - 4) = -3a^2 + 6 - 2a^2 + 4.$$

Em seguida, reduz-se os termos semelhantes:

$$(- 3 - 2) . a^2 + (+ 6 + 4) = - 5a^2 + 10.$$

Na resolução dos exercícios 6 e 7 da folha-tipo II-28a, deve-se aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação a adição.

PARTE 3: MULTIPLICANDO UM MONÔMIO POR UM BINÔMIO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo III-28.

DESENVOLVIMENTO:

Peça que determinem a expressão que indica a área de cada um dos retângulos do item 1 da folha-tipo III-28 de duas maneiras:

a) Indicando as expressões que determinam as áreas dos retângulos que compõem o retângulo maior e somando, depois estas expressões.

b) Indicando diretamente a expressão que representa a área do retângulo maior pelo produto de suas dimensões.

A expressão obtida em a) é igual à expressão obtida em b). Em seguida, aplicando a propriedade distributiva em b), verifica-se a igualdade obtida.

Por exemplo:

a) Área do retângulo 1 determinada pela soma das áreas dos retângulos que o compõe: $2x^2 + 6x$.

b) Área do retângulo 1 determinada diretamente pelo produto das medidas totais de seus lados: $2x \cdot (x + 3)$.

	x	3
$2x$	$2x^2$	$6x$

Como o obtido em a) é igual ao obtido em b), escrevemos:

$$2x^2 + 6x = 2x \cdot (x + 3)$$

De fato, pois aplicando a propriedade distributiva em $2x \cdot (x + 3)$ obtemos: $2x^2 + 6x$.

$$2x \cdot (x + 3) = 2x \cdot x + 2x \cdot 3 = 2x^2 + 6x.$$

Para o aluno efetuar a multiplicação, de expressões algébricas e relacioná-la com o algoritmo usual da multiplicação dos números naturais convém, antes, retomar esse algoritmo utilizando, inclusive folha de papel quadriculado para melhor "visualização" da propriedade distributiva.

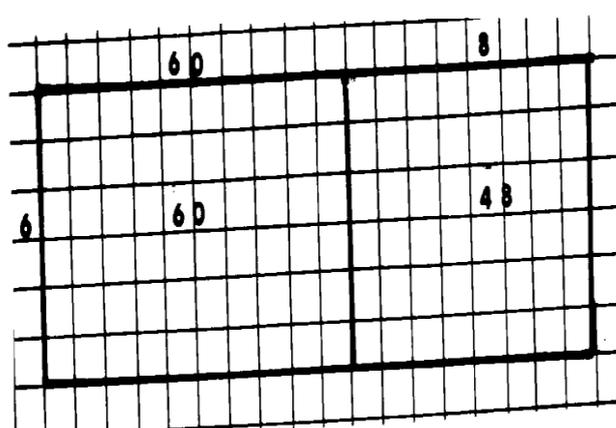
Assim, para determinar o produto de 6 e 18, utiliza-se na maioria das vezes o dispositivo prático:

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times\ 6 \\ \hline 108 \end{array}$$

Retome a justificativa do algoritmo:

$$6 \cdot 18 = 6 \cdot (8 + 10) = 6 \cdot 8 + 6 \cdot 10 = 48 + 60 = 108$$

Utilizando papel quadriculado temos:

$$\begin{array}{r} 10 + \ 8 \\ \times \qquad 6 \\ \hline 48 \\ +\ 60 \\ \hline 108 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18 \\ \times\ 6 \\ \hline 48 \\ +\ 60 \\ \hline 108 \end{array}$$

O objetivo do item 3 da folha-tipo III-28 é proporcionar mais exercícios para o cálculo do produto de um monômio por um polinômio.

As questões 4, 5 e 6 da folha-tipo III-28 serão tratadas na parte 4.

PARTE 4: MULTIPLICANDO BINÔMIO POR BINÔMIO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo III-28.

DESENVOLVIMENTO:

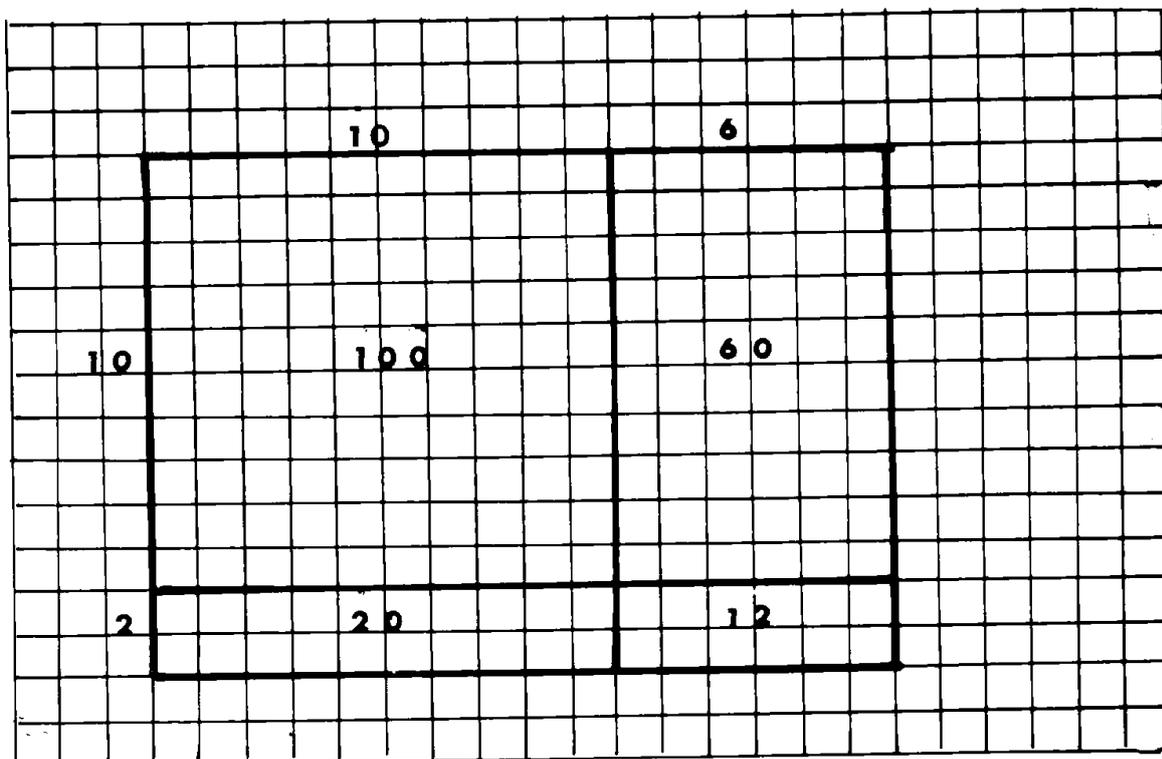
Dê um tempo suficiente para os alunos discutirem e resolverem, em grupo, a questão proposta no item 4 da folha-tipo III-28.

Ao discutir as soluções encontradas pelos grupos, é importante ressaltar que a multiplicação de polinômios fundamenta-se nas mesmas propriedades que são utilizadas quando se multiplicam naturais.

Convém aqui fazer o mesmo trabalho com o papel quadriculado feito na 3ª parte.

Pode-se propor aos alunos a justificativa, por exemplo do cálculo de 16 . 12 :

$$16 . 12 = (6 + 10) . (2 + 10) = 6 . 2 + 10 . 2 + 6 . 10 + 10 . 10 =$$
$$= 12 + 20 + 60 + 100 = 32 + 160 = 192$$

No papel quadriculado teríamos:

Assim, para o exercício proposto os alunos devem registrar:

$$(x + 2) . (x + 3) = x . x + x . 3 + 2 . x + 2 . 3 = x^2 + 3 . x + 2 . x + 6 =$$
$$= x^2 + (2 + 3) . x + 6 = x^2 + 5x + 6.$$

Depois de realizar todo o trabalho da folha-tipo III-28, se você julgar conveniente, pode propor aos alunos a multiplicação de binômios segundo o dispositivo.

$$\begin{array}{ccccccc} & x & + & 2 & & & \\ & \underline{x} & \underline{+} & \underline{3} & & & \\ & x^2 & + & 2 . x & & & \\ & & & 3 . x & + & 6 & \\ \hline & x^2 & + & 5 . x & + & 6 & \end{array}$$

PARTE 5: DIVISÃO DE UM BINÔMIO POR UM MONÔMIO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Proponha à classe a seguinte divisão:

$$(- 6x^3 + 12x) : (- 3x)$$

Dê tempo suficiente para os alunos resolverem e justificarem os procedimentos utilizados.

Ao discutir com a classe a justificativa do cálculo procure relacioná-la com a divisão de dois números naturais (se eles próprios já não o fizeram). Por exemplo, para dividir 68 por 2, pode-se usar o algoritmo:

D	U		
6	8	2	
-6		3	4
0	8	D	U
	-8		
	0		

Este algoritmo é baseado na propriedade distributiva da divisão m relação à adição.

$$68 : 2 = (6D + 8U) : 2 = 3D + 4U = 34$$

No caso de 58 : 2, distribuímos 2 dezenas para cada grupo e sobra, ainda, uma dezena:

D	U	
5	8	2
-4		2
1		

Esta dezena, trocamos por 10 unidades:

```
D    U
5    8   | 2
-4       | 2    9
1 → 10   | D    U
    +8
    18
   -18
     0
```

Para a divisão colocada inicialmente, aplicando a distributiva tem-se:

$$(-6x^3 + 12x) : (- 3x) = (- 6x^3) : (- 3x) + (12x) : (- 3x) =$$
$$= + 2x^2 - 4$$

Em seguida, proponha mais alguns exercícios que envolvam a divisão de polinômios por monômios.

PARTE 6: ESCREVENDO FÓRMULAS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo IV-28.

DESENVOLVIMENTO:

Solicite à classe que resolvam, em grupo, os exercícios propostos da folha-tipo IV-28. Para calcular as áreas da questão 1 eles poderão continuar fazendo das duas formas já anteriormente trabalhadas:

a) Somar as áreas de cada um dos retângulos que compõe o retângulo maior.

b) Multiplicar diretamente as medidas totais do retângulo maior, depois, aplicar a propriedade distributiva e comparar com o resultado obtido em a).

PARTE 7: PROBLEMAS.

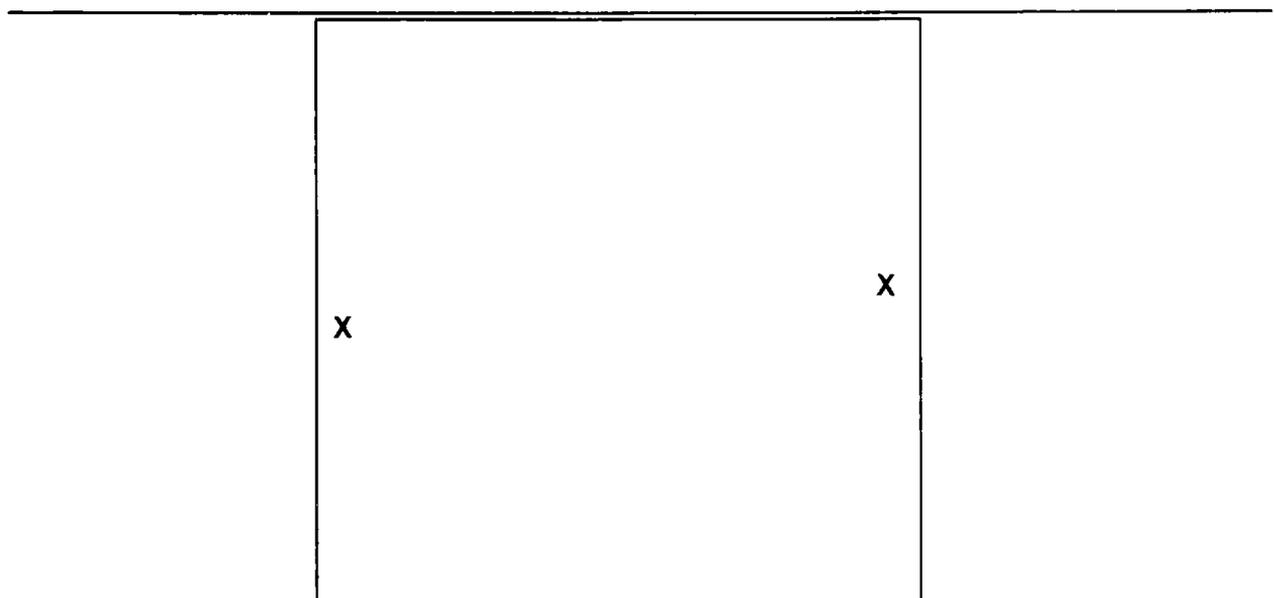
MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Proponha aos alunos o seguinte problema:

O tio de Fernanda, Sr. Ulysses também gosta de cultivar flores. Como no quintal de sua casa há um espaço disponível, junto ao muro do fundo, ele deseja construir um pequeno canteiro e para cercá-lo pretende utilizar os 60m de tela de arame que possui. Como ainda esta indeciso quantos às medidas ele fez o desenho:

x

x

a) Quanto deve medir o lado do canteiro oposto à parede?

b) Escreva um polinômio que representa a área deste canteiro.

c) O senhor Ulysses montou a tabela abaixo para algumas possíveis medidas para "x" e as respectivas áreas do canteiro. Preencha a tabela:

X (m)	Área (m^2)
13	
14	
15	
16	
17	

d) você poderia indicar qual o valor de "x" que deve escolher Ulysses entre os valores que ele colocou na tabela para obter um canteiro de maior área?

Espera-se que os alunos concluam que as medidas dos lados do canteiro possam ser representadas por "x" e "60 – 2x" (o quarto lado não precisará de tela). Assim, obtemos a expressão algébrica que indica a área do canteiro:

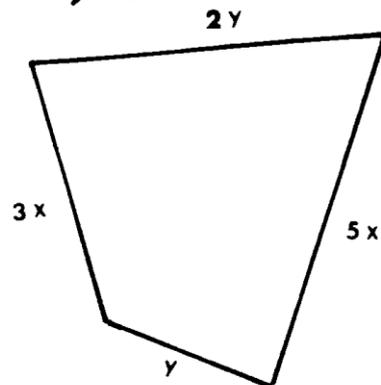
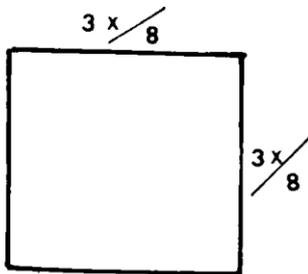
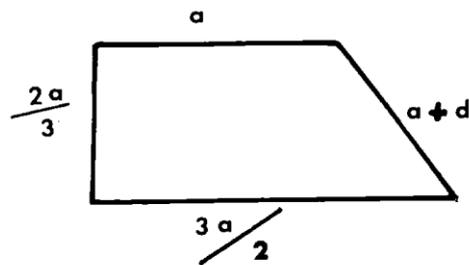
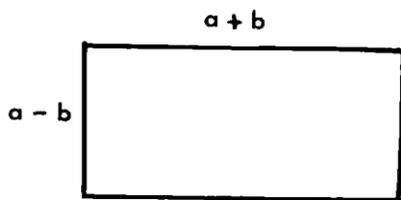
$$x \cdot (60 - 2 \cdot x) = 60x - 2x^2 .$$

Ao preencher a tabela os alunos provavelmente perceberão que a melhor medida para "x" é 15m, pois assim o canteiro terá a maior área para os mesmos 60m de tela de arame.

FOLHA-TIPO I-28

REDUZINDO.

1. Represente por meio de uma expressão o perímetro de cada quadrilátero abaixo. Se resultar em uma expressão que tenha termos semelhantes faça sua redução. Por exemplo:

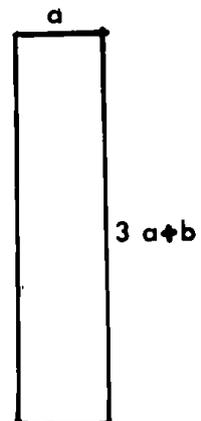
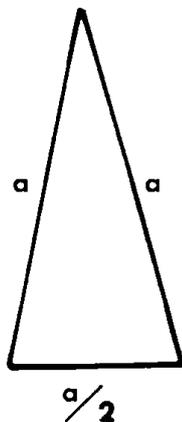
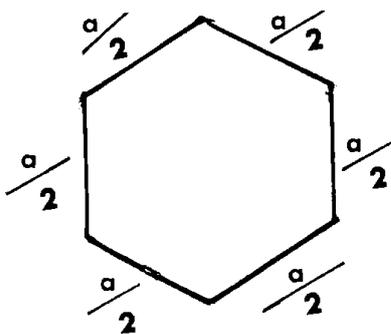
$$3 . x + 2 . y + 7 . x + y = 10 . x + 3 y = 10x + 3y.$$

2.Reduza os termos semelhantes:

a) $5x^2 - 3x + 1 - x^3 - x^2 + 5x - 2 - 4x^2$.

b) $a - 3a^2 + 4a^3 - 3a + 3a^2 - a^3 - 2a + 5$.

c) $a^2b - 3ab^2 + 3a^2b - ab^2 - a^2b^2$.

3. Determine o perímetro de cada uma das figuras

abaixo.

FOLHA-TIPO II-28

SOMANDO BINÔMIOS

1. Para calcular a soma dos binômios $2x + 3$ e $3x + 1$, podemos utilizar dos esquemas gráficos que você utilizou na Atividade 26, em que □ representava o número desconhecido e 0 a unidade. Assim:

□ □ Û Û Û + □ □ □ Û ____ □ □ □ □ □ Û Û Û Û

$$(2 . x + 3) + (3 . x + 1) = 2x + 3 + 3x + 1 = 5x + 4$$

Faça o mesmo para a soma $(x + 2) + (2x + 3)$.

2. Discuta com seus colegas e estabeleça uma regra para a adição de polinômios. Em seguida, efetue as somas indicadas:

a) $(x^2 - 4) + (-5x^2 + 1)$

b) $(-2x^3 + 3x) + (5x^3 - 7x)$

3. Sua tarefa agora é determinar a diferença entre os binômios $-3a^2 + 6$ e $2a^2 - 4$. Isto é, calcular:

$$(-3a^2 + 6) - (2a^2 - 4).$$

Para isto lembre da subtração dos números inteiros. Como você faria, por exemplo, para determinar $(+5) - (-3)$?

4. Efetue as adições e as subtrações dos polinômios:

a) $(x^2 + 2x - 1) + (-3x + 2)$

b) $(x^2 + 2x - 1) - (-3x + 2)$

c) $(-xy^2 + xy - 4) + (2xy^2 - xy - 7)$

d) $(-x^3 - 3x^2 - x) - (x^3 + 4x^2)$

FOLHA-TIPO II-28a

5. Dados os polinômios: $x^2 - 1$ e $-5x^2 + 3$ e chamando de A o primeiro e de B o segundo, determine:

A + B, B + A, A – B e B – A .

6. Ainda com referência aos dois binômios A e B do exercício 5, como calcular 3 . A ? E -5 . B ?

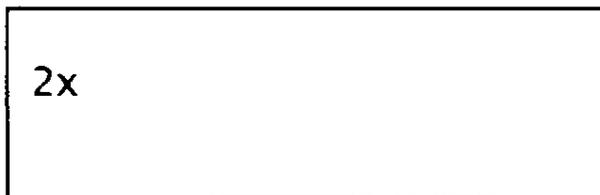
7. Dados os polinômios:

$$P = -5 \cdot a^3 + 2 \cdot b^3 \quad \text{e} \quad Q = a^3 - 2 \cdot b^3$$

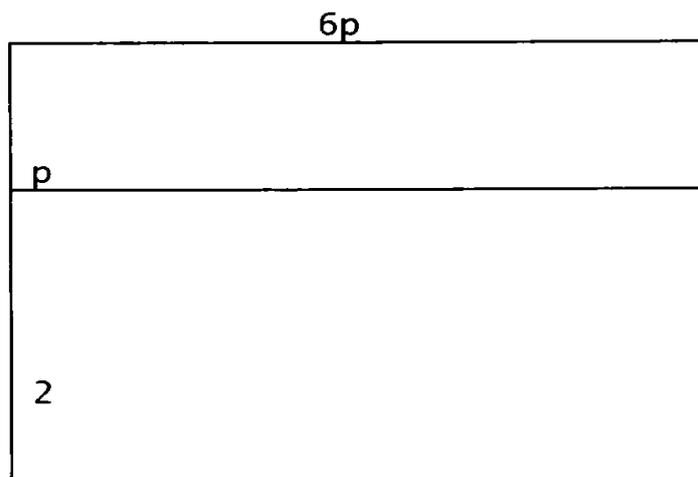
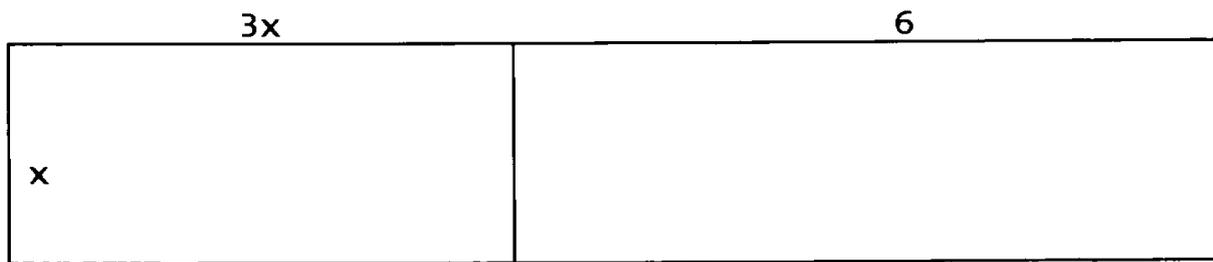
Calcular: 3 . P – Q.

8. Os dois retângulos abaixo representam dois galinheiros que serão construídos e a medida "x" ainda não foi decidida pelo dono. Determine uma expressão que indique a quantidade de tela que deverá ser comprada para cercar estes galinheiros.

3x + 1

x/2

FOLHA-TIPO III-28

MULTIPLICANDO UM MONÔMIO POR UM POLINÔMIO.

1. Determine a área de cada um dos três retângulos abaixo de duas maneiras: a) Calcule primeiro a área de cada um dos retângulos que compõe o retângulo maior; b) calcule diretamente a área do retângulo maior:

Você vai obter duas expressões equivalente para cada retângulo pois representam o mesmo número (área). Mas para verificar isto você deverá aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição para cada expressão obtida em b).

2. Efetue:

a) $-2a \cdot (a^3 + 5a^2 - a + 2)$

b) $-3x \cdot (-x^2 + 2x - 1)$

c) $(10y^3 + 3y - 2) \cdot (-5y^3)$

FOLHA-TIPO III-28a

4. Como você multiplicaria dois polinômios? Como determinar, por exemplo, o produto dos binômios $x + 2$ e $x + 3$?. Justifique seu cálculo.

5. Determine os produtos indicados abaixo e depois reduza os termos semelhantes:

a) $(x - 2) . (x + 3)$ b) $(x - 2) . (x - 3)$

c) $(a + b) . (a - b)$ d) $(x + y) . (x + y)$

e) $(- 3. x^2 + 5 . x) . (x - 2)$ f) $(x + 3)^2$

g) $(2x - 1)^2$ h) $(3a^3 - 2a)^2$

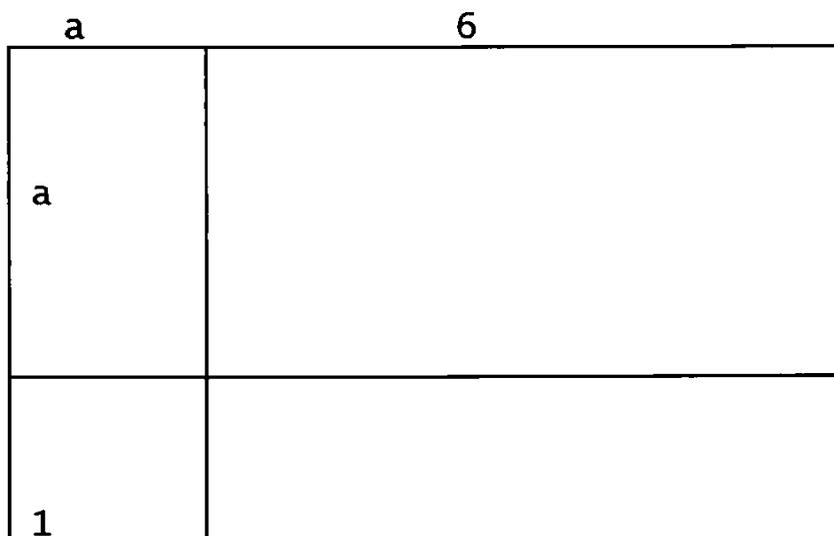
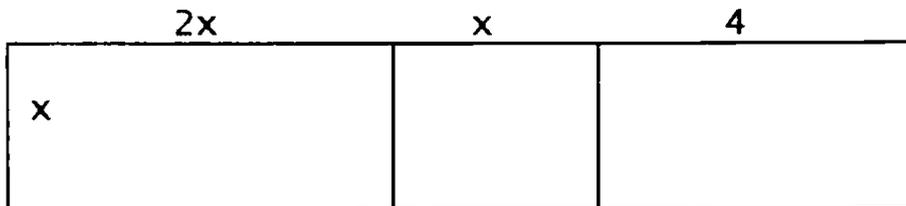
6.Determine os polinômios que representam a área de cada um dos retângulos através do produto das medidas totais de cada lado e depois compare os termos do polinômio assim obtido com as áreas das figuras que compõem o retângulo.

2x x 4

x

a 6

a

1

FOLHA-TIPO IV-28

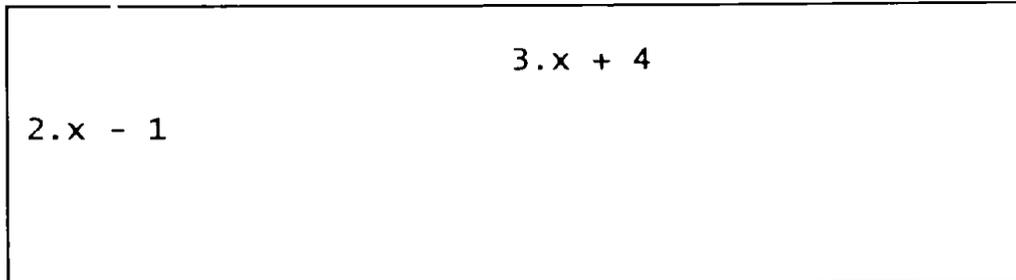
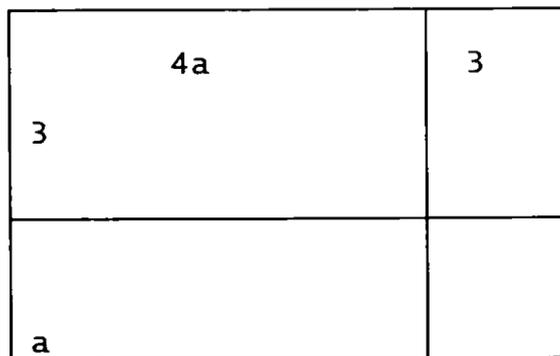
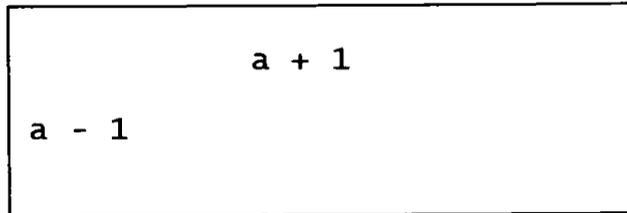
ESCREVENDO FÓRMULAS.

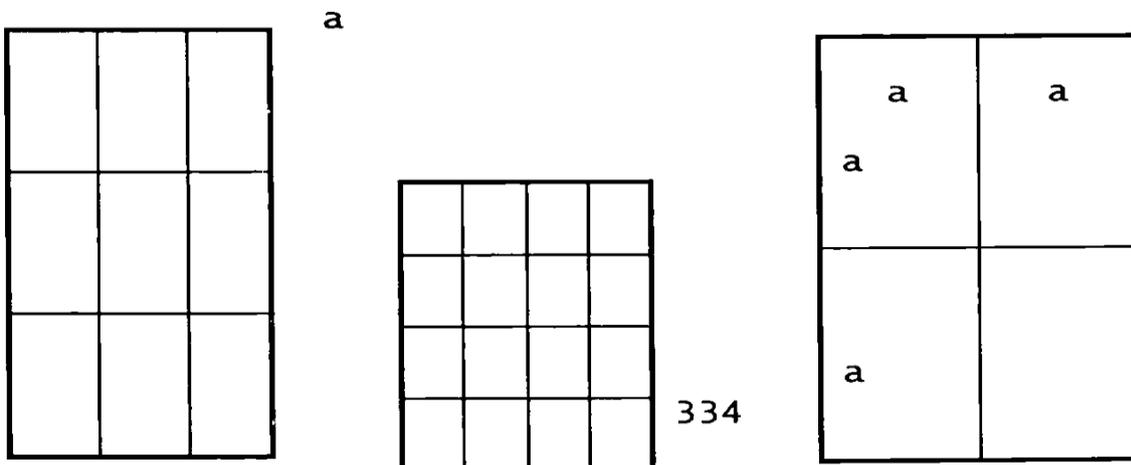
1. Represente por um meio de uma expressão algébrica (monômio ou polinômio) a área e o perímetro de cada uma das figuras

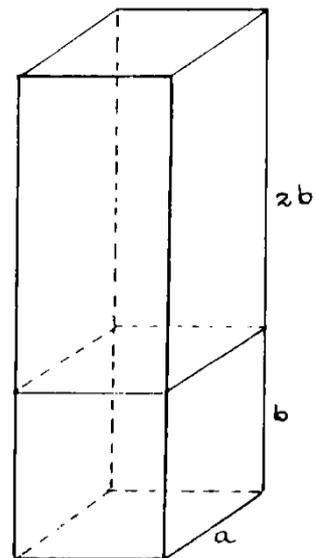
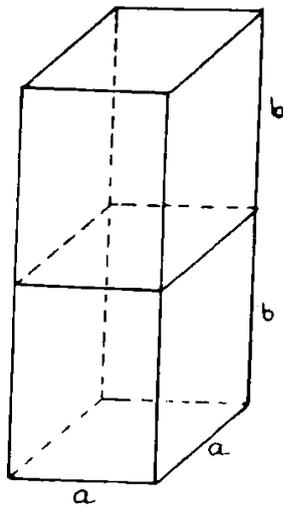
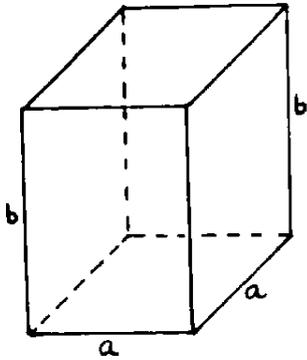
$a + 1$

$a - 1$

$3.x + 4$

$2.x - 1$

2. Represente por meio de uma expressão algébrica a área de cada uma das figuras hachuradas abaixo obtida através do quadrado ABCD.

a

FOLHA-TIPO IV-28a

3. Indique por meio de uma expressão algébrica o volume de cada sólido abaixo:

ATIVIDADE 20: BISSETRIZ.

OBJETIVOS: Desenvolver o conceito de bissetriz de um ângulo e construí-la.
Fazer construções geométricas para determinar a bissetriz de um ângulo.

PARTE 1: EIXO DE SIMETRIA DE UM ÂNGULO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Papel sulfite, régua, transferidor.

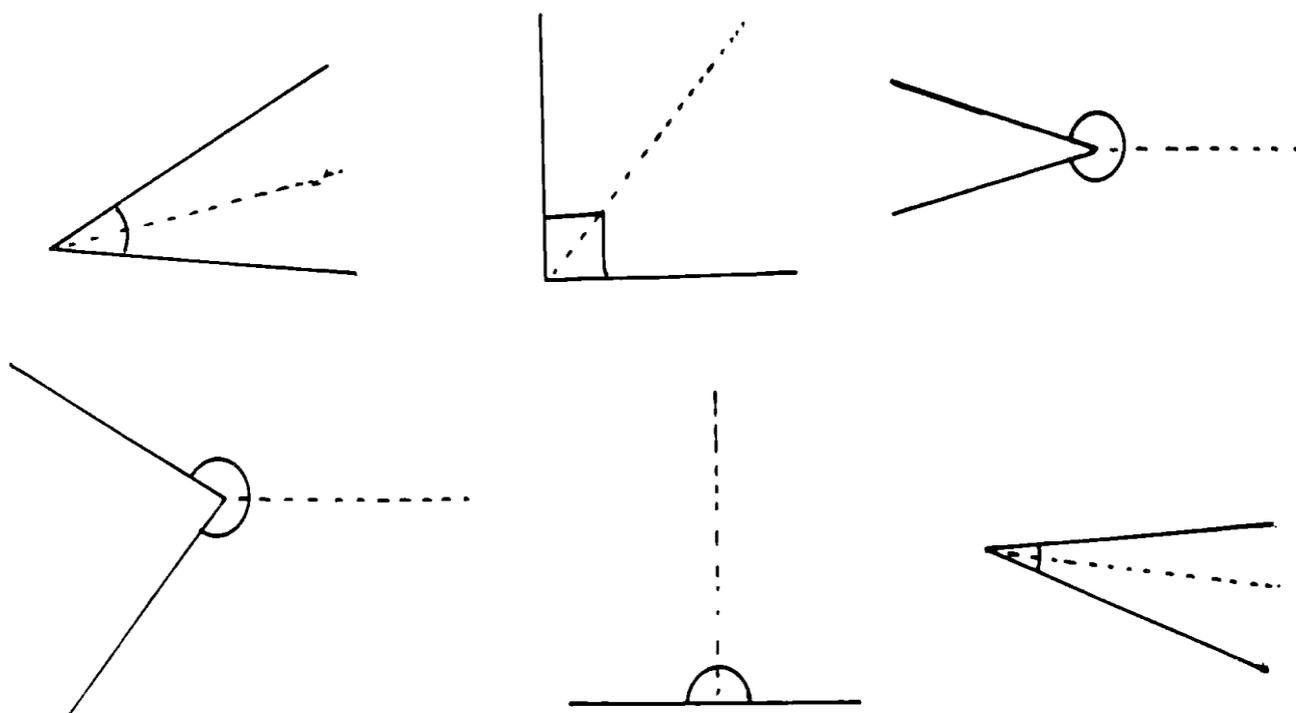
DESENVOLVIMENTO:

1. Solicite a cada aluno para desenhar um ângulo, de abertura qualquer numa folha de papel e dobrar esta de modo que os lados do ângulo coincidam. Pergunte a eles:

- Qual é a medida do ângulo desenhado?
- O que se pode dizer sobre a medida de cada um dos ângulos obtidos com a dobra e porquê?

Peça então para passar uma semi-reta sobre a dobra e para conferir com o transferidor a medida de cada um dos ângulos em que foi dividido o ângulo original.

Discuta com os alunos, se os resultados indicam que cada ângulo tem medida igual à metade do ângulo desenhado inicialmente. Aqui, além de conferirem com o transferidor é necessário fazer a divisão do ângulo por 2 para se certificarem do resultado.

Observe o que foi feito pelos alunos e reúna alguns dos trabalhos na lousa de modo a observarem o que ocorre em ângulos de diferentes medidas. Como por exemplo:

Ressalte que a dobra representa o eixo de simetria do ângulo, uma vez que um dos lados é imagem do outro em relação à simetria é também chamada de BISSETRIZ.

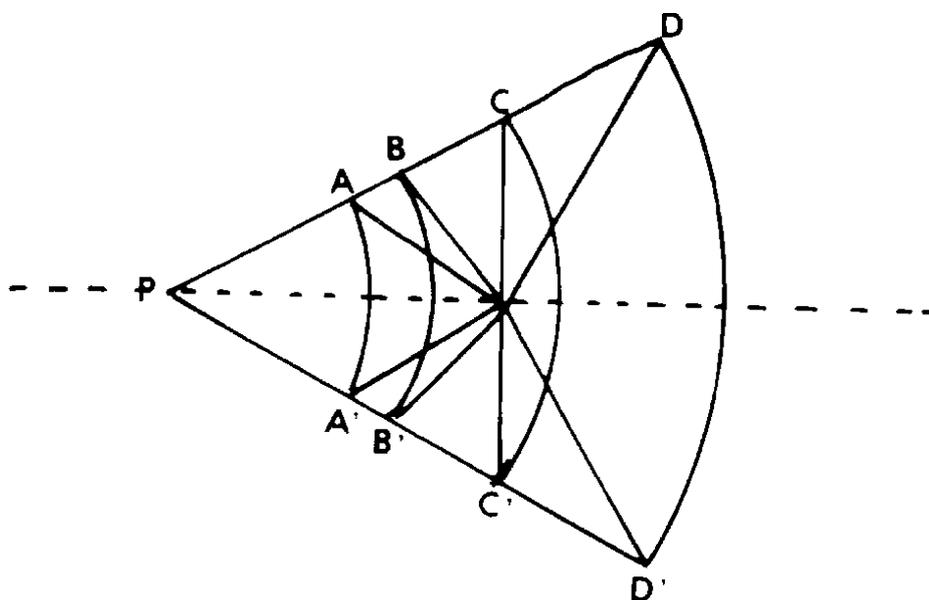
Proponha então que desenhem, com auxílio de transferidor, a bissetriz dos ângulos de 18º, 45º e 270º.

PARTE 2: SETOR CIRCULAR, QUADRILÁTEROS E BISSETRIZES.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-29, régua e compasso.

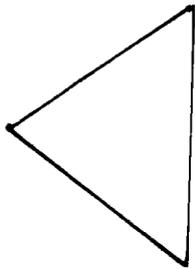
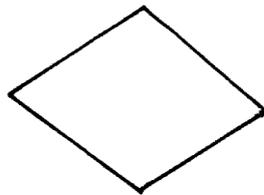
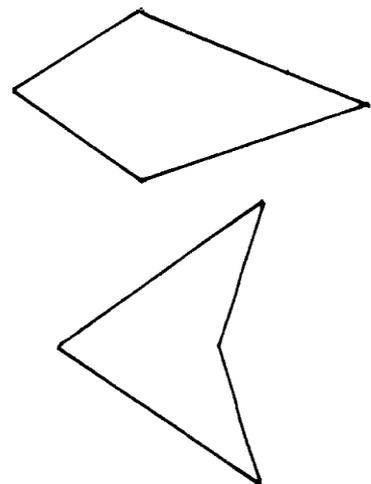
DESENVOLVIMENTO:

Entregue a cada grupo uma folha-tipo I-29, solicite que recortem os setores circulares do item 1, determinem a bissetriz dos seus ângulos e colem-nos um sobre o outro, coincidindo os vértices e as bissetrizes com a reta. Para facilitar, recomende o uso de lápis de cor para realçar a bissetriz e que ao colarem os setores, deixem suas extremidades visíveis.

Proponha que assinalem as extremidades de cada arco com letras AA', BB', CC', DD' e que escolham um ponto P qualquer sobre a bissetriz, e tracem segmentos ligando as extremidades dos arcos ao ponto P:

Peça para verificarem com régua graduada as distâncias das extremidades dos arcos ao ponto P da bissetriz:

AP =	A'P =
BP =	B'P =
CP =	C'P =
DP =	D'P =

Analise com eles o que ocorre com os pares de segmentos entre o ponto P e as extremidades do mesmo arco. Se for escolhido um outro ponto sobre a bissetriz essas conclusões são válidas? Porque isto ocorre?

Ainda na figura que se obteve ao traçar os pares de segmentos das extremidades dos arcos ao ponto P, observa-se que eles ajudam a formar alguns polígonos com os raios dos setores circulares. Solicite que cada grupo analise as figuras e destaque os polígonos possíveis de serem obtidos. Dê um tempo para esse trabalho e depois verifique se identificaram.

Discuta as características das figuras obtidas, por exemplo: todas admitem pelo menos um eixo de simetria, têm pelo menos um par de lados adjacentes com mesma medida, nos quadriláteros pelo menos uma das diagonais é BISSETRIZ e a possibilidade de construí-las com régua e compasso, a partir de um certo ângulo. É oportuno ressaltar que o trapezóide é um quadrilátero convexo onde não se observa paralelismo entre os pares de lados e que o trapezóide isósceles apresenta pares de

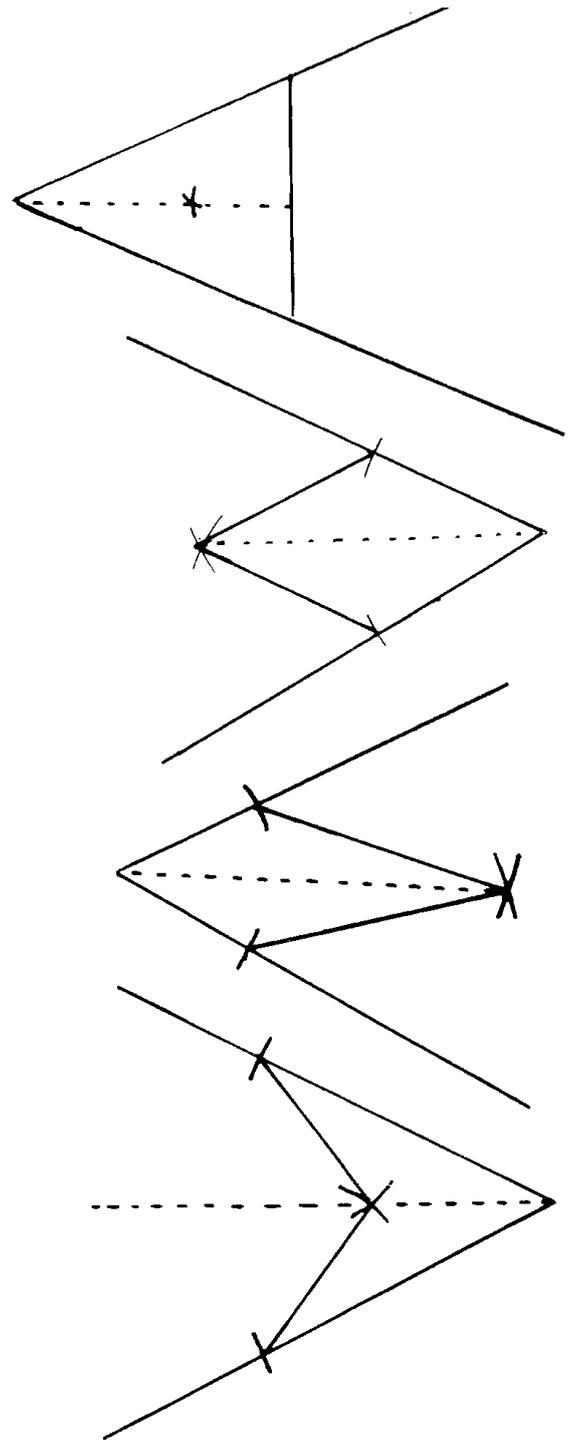
lados e pares de ângulos com a mesma medida.

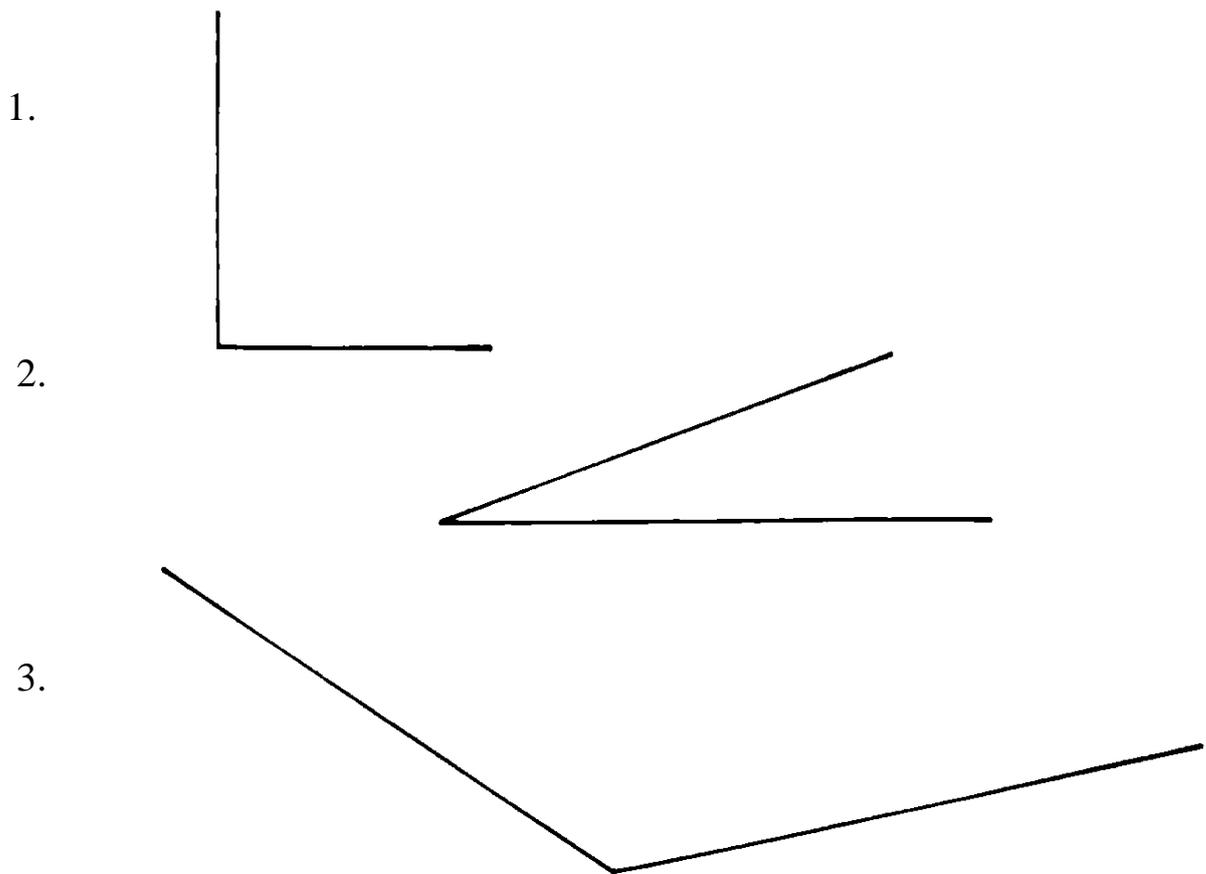
Discuta também com eles o item 2, no qual os ângulos têm medidas diferentes e as figuras obtidas são do mesmo tipo, independendo da medida do ângulo e da extensão dos seus lados.

Proponha então a construção dessas figuras com régua e compasso. Desse modo, fica facilitada a construção da bissetriz de um ângulo com régua e compasso, a partir da construção das figuras indicadas:

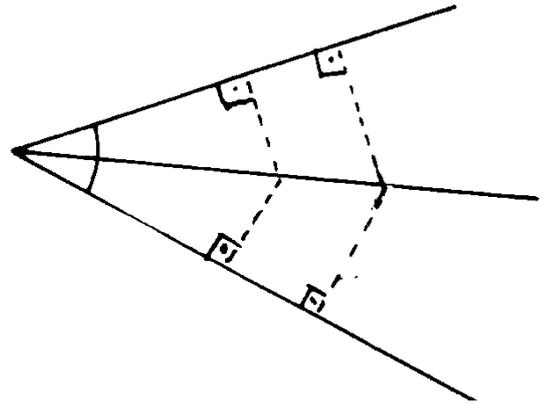
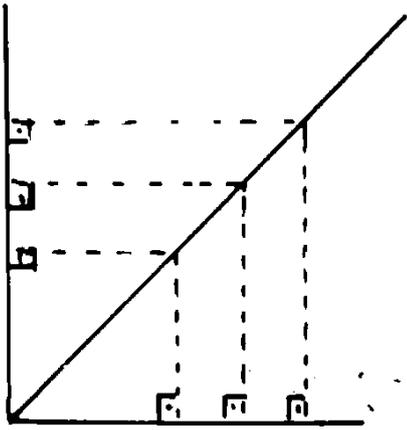
Pelo triângulo isósceles: Marca-se os lados do ângulo, dois segmentos de mesma medida e acha-se o ponto médio do terceiro lado do triângulo (através da mediatriz de um segmento). A semi-reta que passa pelo vértice e pelo ponto médio é a bissetriz do ângulo.

Pelo losango: Marca-se dois segmentos de mesma medida sobre os lados do ângulos e com essa mesma medida traça-se dois arcos secantes, com centro nas extremidades dos segmentos. A semi-reta que passa pelo vértice e pelo ponto de intersecção dos arcos é a bissetriz do ângulo.

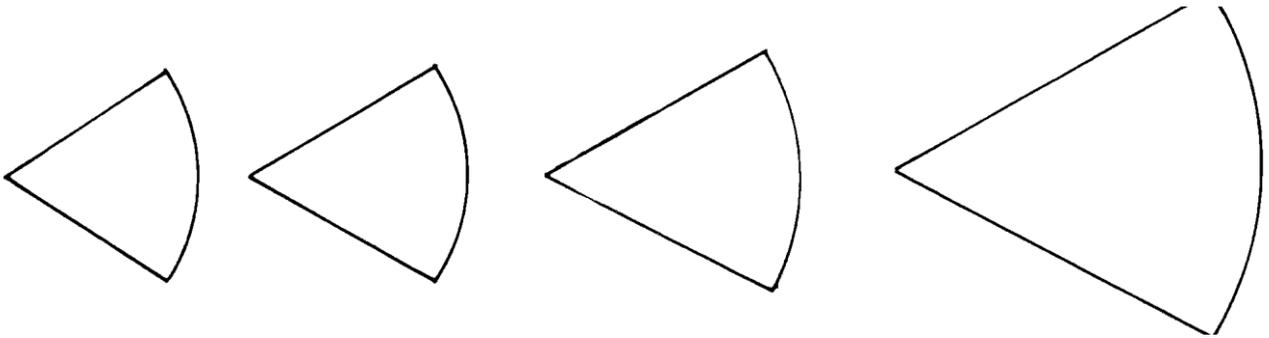
Pelo Trapezóide isósceles: Marca-se dois segmentos de mesma medida sobre os lados do ângulo e com uma medida diferente desta, traça-se dois arcos secantes com centro nas extremidades dos segmentos. A semi-reta que passa Pelo vértice e pelo ponto de intersecção é a bissetriz do ângulo.

Proponha agora o seguinte exercício:

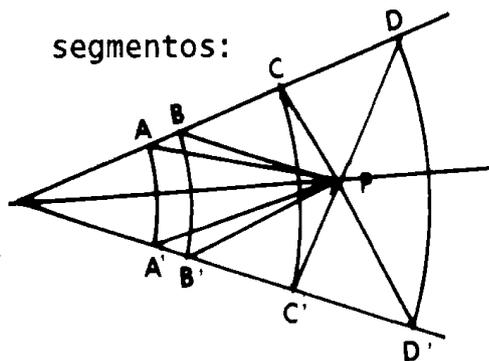
Construa com régua e compasso a bissetriz dos seguintes ângulos:

COMENTÁRIOS:

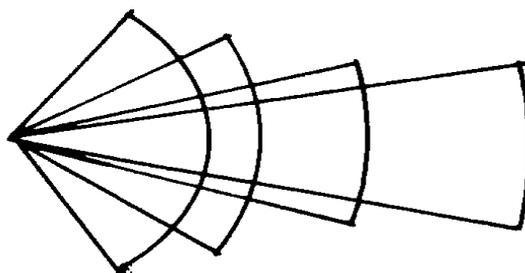
Observe se os alunos estão aplicando adequadamente um dos processos desenvolvidos acima com régua e compasso. Nesses casos a certeza de que a semi-reta traçada é a bissetriz decorre da noção de simetria. Entretanto há justificativas feitas através da congruência de triângulos que poderão ser discutidas no momento oportuno.

Destaque durante a discussão que sendo a bissetriz o eixo de simetria do ângulo além de permitir a visão dos polígonos anteriormente discutidos, há uma propriedade que pode ser entendida como decorrência desse fato: A bissetriz de um ângulo é o conjunto de todos os pontos que são eqüidistantes dos lados do ângulo, conforme a indicação das figuras.

PROJETO PARA UM TRABALHO EM GRUPO: O GNOMON.

A medição do tempo e a localização dos pontos cardeais podem ser feitas através das tábuas de sombra (o gnomon) como nos ensinou o homem antigo. Esse dispositivo que consiste numa haste cravada perpendicularmente numa superfície horizontal e lisa pode ser construído em um dia bem ensolarado, porque depende da posição e do comprimento da sombra da haste em vários momentos durante o dia. É uma atividade onde se aplica o conceito de bissetriz de um ângulo e pode ser realizada, por exemplo, o pátio da escola, integrando as áreas de Ciências e Geografia. Ver o encaminhamento na página 101 da proposta Curricular de Matemática para o 1º grau, CENP / SE.

FOLHA-TIPO I-29

1. Recorte os 4 setores circulares acima, determine a bissetriz de cada um através de dobras, destaque-a com lápis de cor. Cole os setores um sobre o outro, numa folha de papel ou no seu caderno, de modo que o seu vértice e as dobras coincidam.

Escolha um ponto P sobre a bissetriz, forme figuras, ligando o ponto P às extremidades dos arcos e ache as medidas dos

Sendo P um ponto qualquer sobre a bissetriz, destaque as figuras que podem ser formadas:

2. Discuta com o seu grupo o que ocorre se o processo for repetido

com ângulos de setores circulares do seguinte tipo:

ATIVIDADE 30: ROTAÇÃO E TRANSLAÇÃO.

OBJETIVOS: Identificar a rotação e translação como transformações que mantêm medidas de segmentos e de ângulos.

PARTE 1: GIRANDO UMA FIGURA.

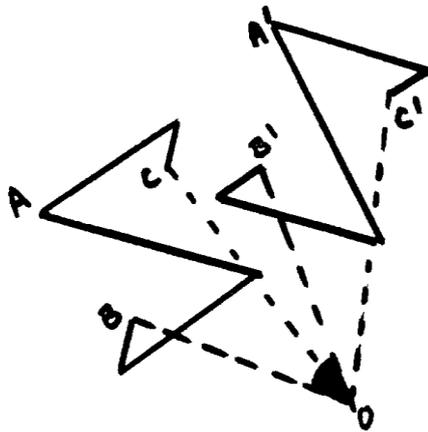
MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-30
Régua, transferidor, compasso, tesoura, papel de seda ou outro.

DESENVOLVIMENTO:

Com antecedência de uma aula, entregue a cada aluno uma folha-tipo I-30, para que eles decalquem a figura semelhante a um Z invertido, apoiando-a em cada um dos lados dos polígonos e como se tivesse sendo movimentada no sentido dos ponteiros do relógio.

Na aula seguinte, faça um levantamento das observações dos alunos, sobre as figuras obtidas. Peça também a eles que marquem em cada uma das figuras Z, os pontos correspondentes aos pontos A e B em cada decalque, nomeando-os A1, A2, … e B1, B2, etc. Depois, solicite que desenhem os segmentos A0, $A_1$0, $A_2$0 etc. (0 esta marcado no interior do polígono) da primeira figura e meçam os ângulos obtidos. Eles poderão observar que se tratam de ângulos retos. Isso quer dizer que o movimento da figura foi uma ROTAÇÃO DE CENTRO 0 E ÂNGULO DE 90 GRAUS.

Faça-os observar que isso aconteceria para qualquer outro ponto da figura e não apenas para A e B. Proponha que descubram então, o ângulo de rotação nos demais casos.

Lance então o seguinte desafio: aplicar à figura f da folha-tipo I-30, uma rotação de centro 0 e ângulo de 50 graus.

Resolvido o problema, questione:

- Se continuarmos aplicando rotações de 50º graus e centro 0, conseguimos retornar à figura original? Por quê?
- Nos casos anteriores, por que isso foi possível?
- Existe alguma relação entre a medida do ângulo de rotação e número de figuras obtidas, em cada caso? Qual ?
- Que outros ângulos, além dos que medem 90º, 120º, 72º, 60º, 45º poderíamos usar para obter rotações que possibilitassem voltar à posição original?

Comente com a classe que, na natureza, encontramos elementos cujas formas lembram o movimento de rotação. É o caso dos flocos de neve, que vistos sob lentes de um microscópio, revelam configurações as mais variadas. Mostre a eles figuras de alguns desses flocos e estimule-os a criar outros modelos de flocos, usando papel de seda ou outro papel colorido e tesoura. Depois discuta os procedimentos.

PARTE 2: DESLIZANDO FIGURAS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-30

DESENVOLVIMENTO:

Entregue a cada aluno uma folha-tipo II-30 e peça que observem o quadro A . Nele, podemos ver que a figura foi movimentada como se tivesse sido deslizada, na direção horizontal, no sentido da esquerda para a direita de quem a observa. Dizemos que ela sofreu uma translação. Medindo a distância do ponto A ao seu correspondente A' (que é a mesma de B a B' ou de quaisquer outros dois pontos correspondentes), podemos dizer que se trata de uma translação de tantas unidades, quantas forem as unidades obtidas. Peça que eles construam mais uma figura, dessa seqüencia de translações.

Depois, proponha:

- Fazer a translação da figura do quadro B, na direção horizontal, da esquerda para a direita, com 7 unidades das indicadas nesse quadro.
- Fazer a translação da figura do quadro C, na direção vertical, de cima para baixo, com 4 unidades indicadas nesse quadro.

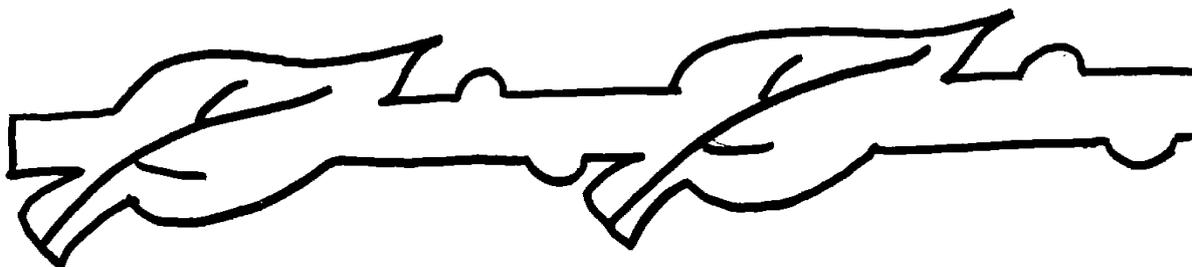
Comente que os desenhos feitos por eles nos quadros B e C nos lembram prismas de base triangular e hexagonal, respectivamente.

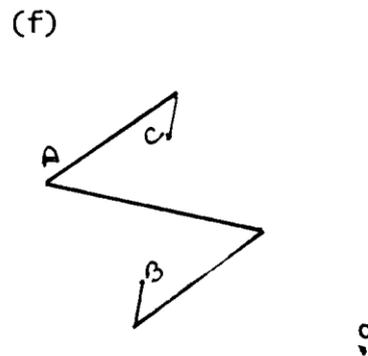
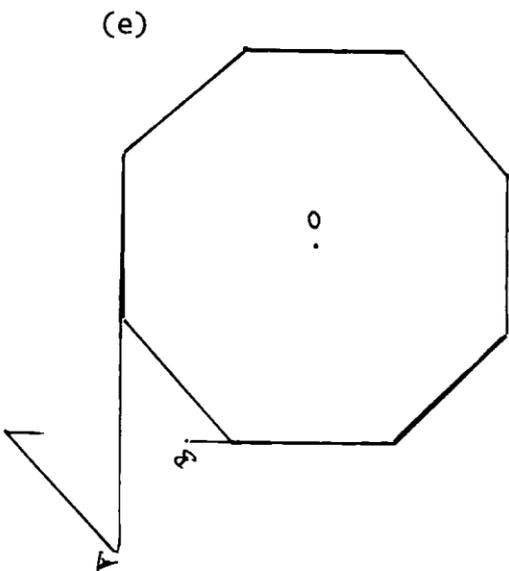
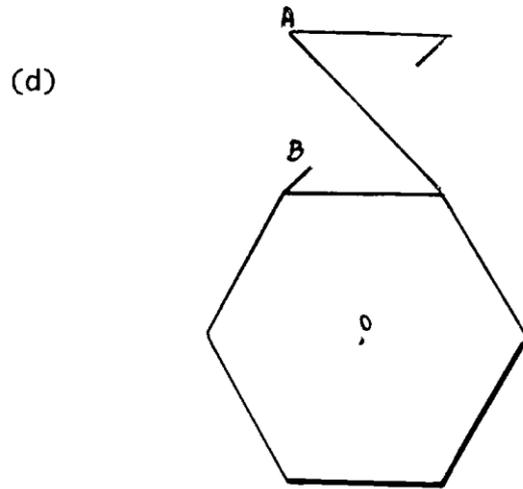
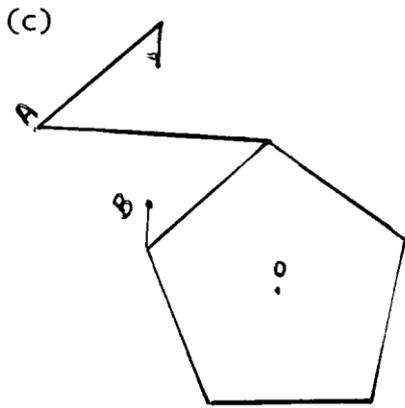
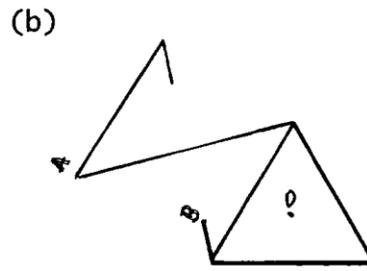
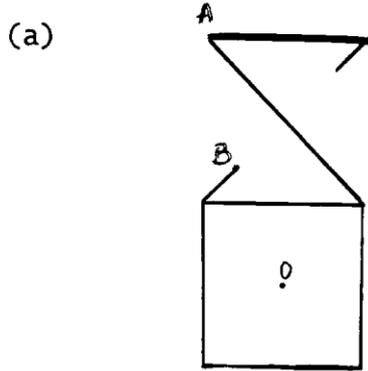
Com relação aos quadro D) e I) solicite que eles identifiquem o(s) movimento(s) qual(is) podemos levar uma bandeirinha na outra. Dê um tempo para a

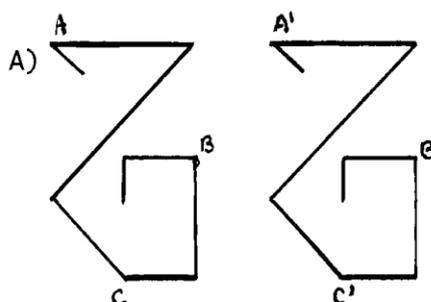
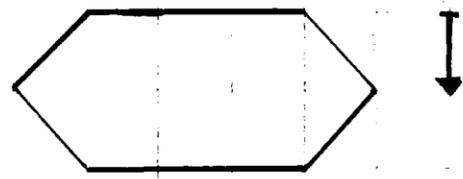
realização do trabalho.

Eles poderão observar uma translação no quadro D, uma rotação no quadro E, uma translação seguida de uma rotação no F, etc.

Finalmente, eles serão convidados a descobrir semelhanças e diferenças entre os ornamentos (quadro J e P) e a criar um desenho, que será reproduzido, formando ornamentos equivalentes a esses.

Proponha à classe que descubram (caso não conheçam o procedimento) o modo de recortar figuras que componham uma faixa em que se possa observar a translação, como por exemplo:

FOLHA-TIPO I-30

GIRANDO UMA FIGURA.

FOLHA-TIPO II-30

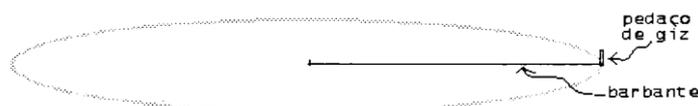
DESLIZANDO FIGURAS.

ATIVIDADE 31: MEDINDO REDONDOS.

OBJETIVOS: Relacionar a medida do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro.
Calcular o perímetro de uma circunferência.
Relacionar o comprimento de arcos de circunferência com ângulos centrais por eles determinados.

PARTE 1: BARBANTES E CIRCUNFERÊNCIAS.

MATEIA
L NECESSÁRIO: Rolo de barbante e fita métrica.

DESENVOLVIMENTO:

Convide a classe para ir ao pátio onde, em pequenos grupos, farão traçados de circunferências com compasso de barbante.

As circunferências terão raio à escolha de cada grupo (garanta medidas distintas).

Coloque em discussão com eles, como fariam para medir o comprimento da circunferência traçada. É possível, que algum grupo recubra a circunferência com barbante e depois meça-os. É possível, também, que utilizem diretamente a fita métrica, já que ela é maleável e se adaptar ao contorno da circunferência.

Em classe, coloque as medidas obtidas pelos vários grupos, numa tabela do tipo

GRUPO	MEDIDA DO DIÂMETRO	COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA
1		
2		
3		
4		
. . .		

Incentive os alunos para uma primeira análise dos dados da tabela.

COMENTÁRIOS:

Durante a atividade os alunos deverão perceber que o "comprimento do compasso de barbante" não é nada mais, nada menos, do que a medida do raio da circunferência que vão traçar.

A fixação do compasso de barbante num ponto (que será o centro da circunferência), pode ser feita com um dos alunos do grupo fixando a ponta do barbante num ponto do chão.

Poderão perceber também que quanto maior for o diâmetro de uma circunferência, maior será seu perímetro.

Nesse primeiro contato com a medida da circunferência, não podemos ter a pretensão de levar os alunos a estabelecer uma relação entre as medidas do raio e do perímetro da circunferência.

OBSERVAÇÃO:

Guardar a tabela preenchida para ser utilizada na atividade seguinte.

PARTE 2: O RAIO E A CIRCUNFERÊNCIA:
QUANTAS VEZES CABE?

MATERIAL NECESSÁRIO: Fios de linha colorida.
Alfinetes, placa de papelão (isopor).
Compasso e régua.

DESENVOLVIMENTO:

Divida a classe em pequenos grupos.

Peça a eles que tracem sobre o papelão circunferências de raios com medidas de 3 cm, 5 cm, 8 cm, 10 cm, 13 cm e, a seguir, que pintem um raio em cada uma delas.

Solicite a eles que observem as circunferências e seus raios e estimem quantas vezes o raio "cabe" na circunferência, sem medi-los.

Anote na lousa vários palpites dos alunos.

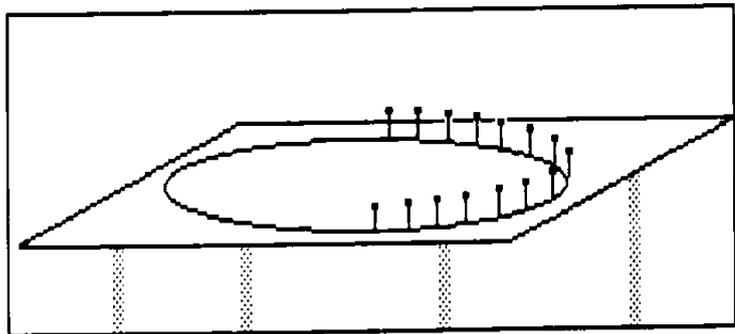
A seguir, proponha a questão:

Se quisermos medir o comprimento de cada circunferência utilizando seu raio como unidade de medida, como proceder?

Faça um levantamento das sugestões para que a classe possa tomar conhecimento delas e discutir sobre a mais adequada ou conveniente.

É possível que nos procedimentos sugeridos, os alunos utilizem os fios coloridos para representar os raios das várias circunferências (cada raio de uma cor e, é claro, de um tamanho) e superponham os mesmo sobre cada uma delas, tantas vezes quantas forem necessárias (isso pode ser feito com o auxilio de alfinetes para fixar a linha colorida sobre o traçado, no papelão).

Peça aos alunos que façam as medições.

Anote na lousa os resultados obtidos nesta fase.

A seguir, solicite aos alunos que comparem os "palpites" anteriores com os "resultados" da medição, para perceberem qual a melhor (ou pior) estimativa feita.

Com essa atividade os alunos poderão perceber que cada raio "cabe" entre 6 e 7 vezes no comprimento da circunferência correspondente.

A atividade pode determinar com as seguintes questões:

> ... e o diâmetro de cada circunferência, quantas vezes cabe no seu comprimento?

> O que se observou nessa atividade vale para as medidas obtidas na atividade anterior? Retome a tabela para fazer essa verificação.

PARTE 3: UMA RAZÃO ESPECIAL: π

MATERIAL NECESSÁRIO: Um conjunto de caixas e latas cilíndricas, disco de madeira ou papelão, de raios diversos.
Fita métrica, régua e calculadora simples.

DESENVOLVIMENTO:

Peça aos alunos, com antecedência, que tragam o material acima citado.

Divida a classe em grupos de quatro alunos.

Cada grupo deve ter uma coleção do material anteriormente citado.

Peça aos alunos que meçam o perímetro dos discos e a "volta toda" das caixas e latas, bem como o diâmetro de cada um deles.

Com as medidas encontradas, os alunos deverão preencher as duas primeiras colunas da tabela:

OBJETOS	MEDIDA DO DIÂMETRO (cm)	COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA (cm)	RELAÇÃO
Lata de Talco			
Caixa de Catupiry			
Lata de Óleo			
Disco Azul			
....			

Para medir o diâmetro eles precisarão do centro da circunferência; isso pode ser obtido decalcando cada disco ou lata, numa folha e obtendo o ponto

de intersecção nas mediatrizes de dois segmentos com extremidades na circunferência.

A seguir, peça aos alunos que observem as medidas e descubram uma relação entre elas, preenchendo a última coluna da tabela.

Uma vez encontrada a relação, solicite a eles que calculem o valor médio dos números da terceira coluna.

A terceira termina com a comparação entre as terceiras colunas de todas as tabelas da classe e de todos os valores médios encontrados.

COMENTÁRIOS:

Na procura da relação entre o diâmetro e comprimento da circunferência, é possível que, de início, os alunos subtraiam, some, multipliquem valores correspondentes da tabela. Incentive essa procura, sugerindo a eles o uso da calculadora, que certamente, facilitará o trabalho que terão na pesquisa da(s) operação(ões) mais adequada(s).

Os alunos deverão perceber que ao dividir as medidas do comprimento da circunferência pelo diâmetro, o quociente é sempre aproximadamente 3 e que ele não depende do “tamanho” da circunferência, isto é, não depende de seu raio.

Informe a eles que essa razão representa um número muito importante na Matemática, simbolizado pela legra grega π (pi), e cujo valor , escrito na forma decimal tem infinitas casas, que não se repetem periodicamente. Fazendo uso da informática, o homem já conseguiu determinar milhares de casas decimais da representação desse número na forma decimal.

A determinação do valor médio da razão deverá ser discutida com os alunos, quanto ao seu significado: valor mais representativo das razões da terceira coluna. Esse valor médio de π, deverá aproximar-se bastante do número 3,14. Daí em diante, combinar com a classe para adotar esse valor de π, quando necessário.

PARTE 4: CALCULANDO COMPRIMENTOS DE CIRCUNFERÊNCIAS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-31.
Régua e compasso.

DESENVOLVIMENTO:

Distribua a cada aluno uma folha-tipo I-31.

Peça aos alunos que recuperem os centros das circunferências e, a seguir, meçam seus raios.

Convide-os a calcular os comprimentos dessas circunferências. Combine com eles que o valor de π será aquele obtido em atividade anterior 3,14.

Os resultados obtidos poderão ser organizado numa tabela do tipo seguinte que você sugerirá na lousa.

CIRCUNFERÊNCIA	RAIO (cm)	DIÂMETRO (cm)	PERÍMETRO DA CIRCUNFERÊNCIA
(a)			
(b)			
(c)			
(d)			
(e)			

Observando a tabela os alunos observarão que:

- Quando o raio (ou diâmetro) aumenta, o perímetro da circunferência também aumenta.
- Se dobrarmos (triplicarmos ou reduzirmos à metade) o raio então o perímetro também dobra (triplica ou é reduzido à metade)

Proponha, a seguir o seguinte problema para que resolvam:

> Para fazer crochê na borda de uma toalha redonda de 2 m de diâmetro, uma senhora gastou 4 novelos de linha. Quantos novelos gastará para fazer o mesmo trabalho numa toalha redonda de 0.5 m de diâmetro?

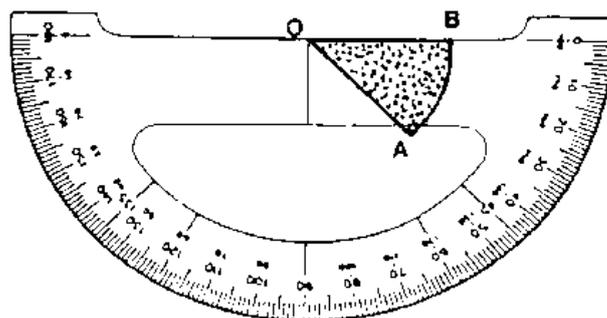
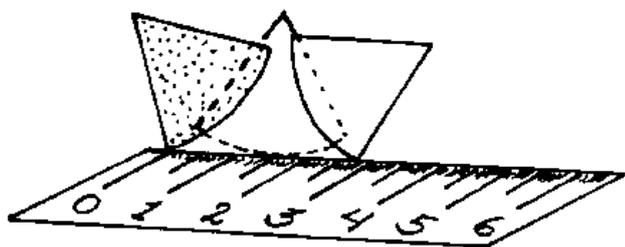
PARTE 5: ARCOS E ÂNGULOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-31.
Transferidor, régua e tesoura.

DESENVOLVIMENTO:

Divida a classe em grupos de 4 alunos e distribua a cada grupo uma folha-tipo II-31.

Informe aos alunos que todas as circunferências têm raio 2 cm e peça a eles que determinem seu diâmetro, adotando para π o valor de 3,14, como fizeram na atividade anterior.

A seguir, solicite a eles que recortem as regiões angulares AOB, sombreadas nas figuras, e meçam o arco AB e o ângulo AOB, em cada caso.

Feita a medição, os alunos poderão organizar as medidas obtidas numa tabela do tipo:

CIRCUNFERÊNCIA	MEDIDA DO ARCO AB (cm)	MEDIDA DO ÂNGULO CENTRAL AOB
a		
b		
c		
d		
e		
f		
g		
h		

para, em seguida, analisá-las.

Eles poderão perceber que:

- Em (h), o comprimento do arco AB medido é aproximadamente igual ao calculado no início desta atividade.
- Quando o ângulo central aumenta, o arco correspondente também aumenta e que esse aumento "é do mesmo tipo".
- O quociente entre as medidas do arco e do ângulo central correspondente é constante.

Discutidas essas questões, proponha o seguinte problema:

> Baseado nos resultados anteriores, encontre o comprimento de uma arco AB determinado por um ângulo central de 50º, numa circunferência de raio 2 cm.

COMENTÁRIOS:

O objetivo principal dessa atividade é colocar o aluno em contato com a proporcionalidade entre as medidas do arco e ângulo central correspondente, numa circunferência.

A procura do coeficiente de proporcionalidade (quociente entre aquelas medidas) deve ser incentivada junto aos alunos por meio da busca de uma relação entre as referidas medidas. Para tanto, o uso da calculadora minimiza esse trabalho, uma vez que os alunos canalizam sua energia e raciocínio para perceber o relacionamento entre essas grandezas ao invés de dirigi-los para as "contas".

O coeficiente encontrado servirá para resolver o último problema.

PARTE 6: ARCOS E RAIOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo III-31.
Transferidor, régua e tesoura.

DESENVOLVIMENTO:

Divida a classe em grupos de 4 alunos e distribua uma folha-tipo III-31 para cada grupo.

Informe aos alunos que todas as regiões angulares sombreadas foram obtidas a partir de um ângulo central de 30º (peça para eles conferirem com o transferidor).

Peça a eles para medirem o raio de cada circunferência.

Em seguida, convide-os a recortar as regiões angulares sombreadas para medir o arco AB.

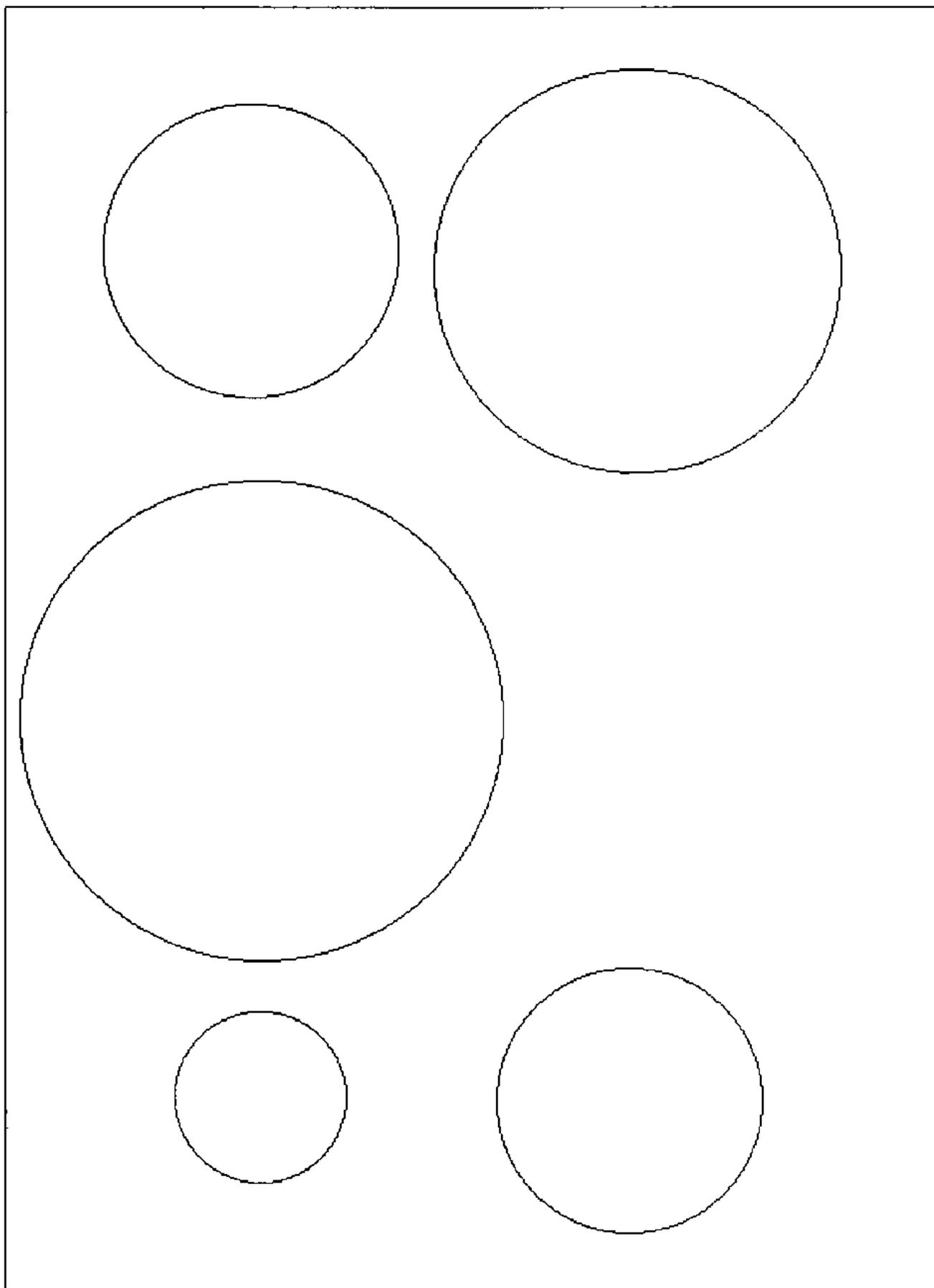
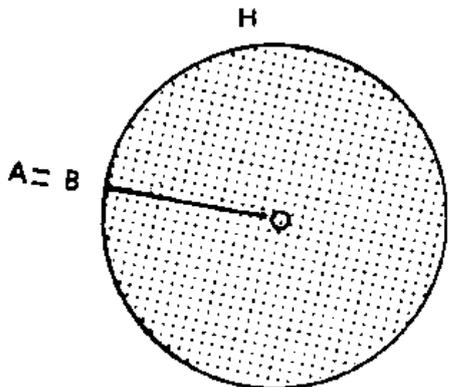
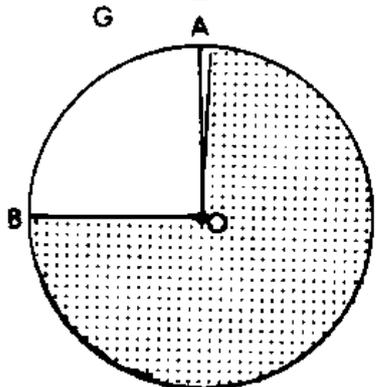
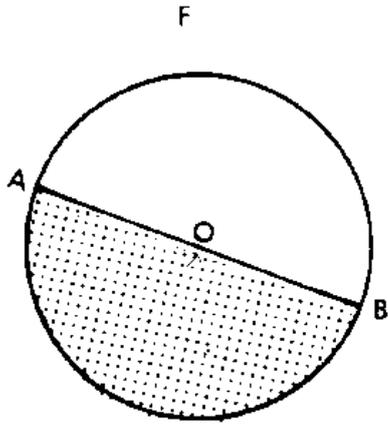
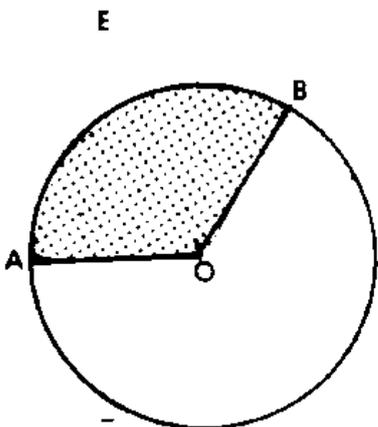
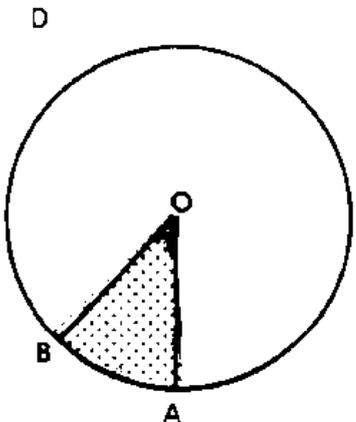
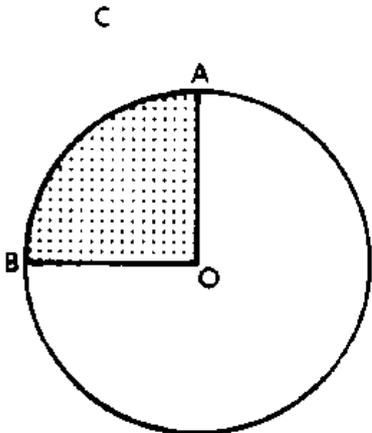
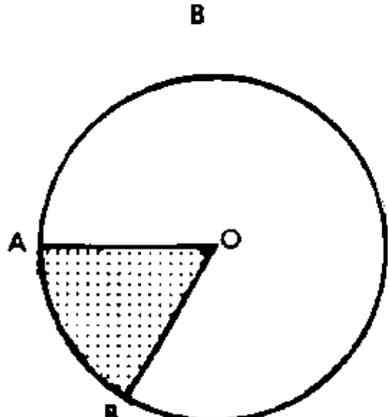
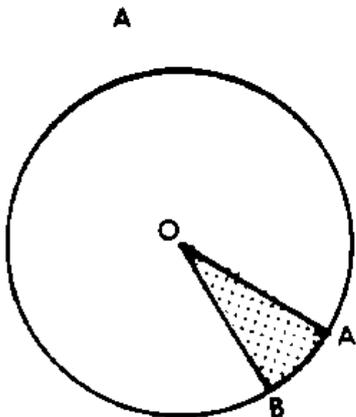
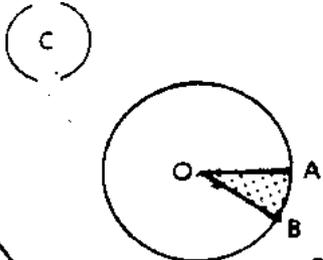
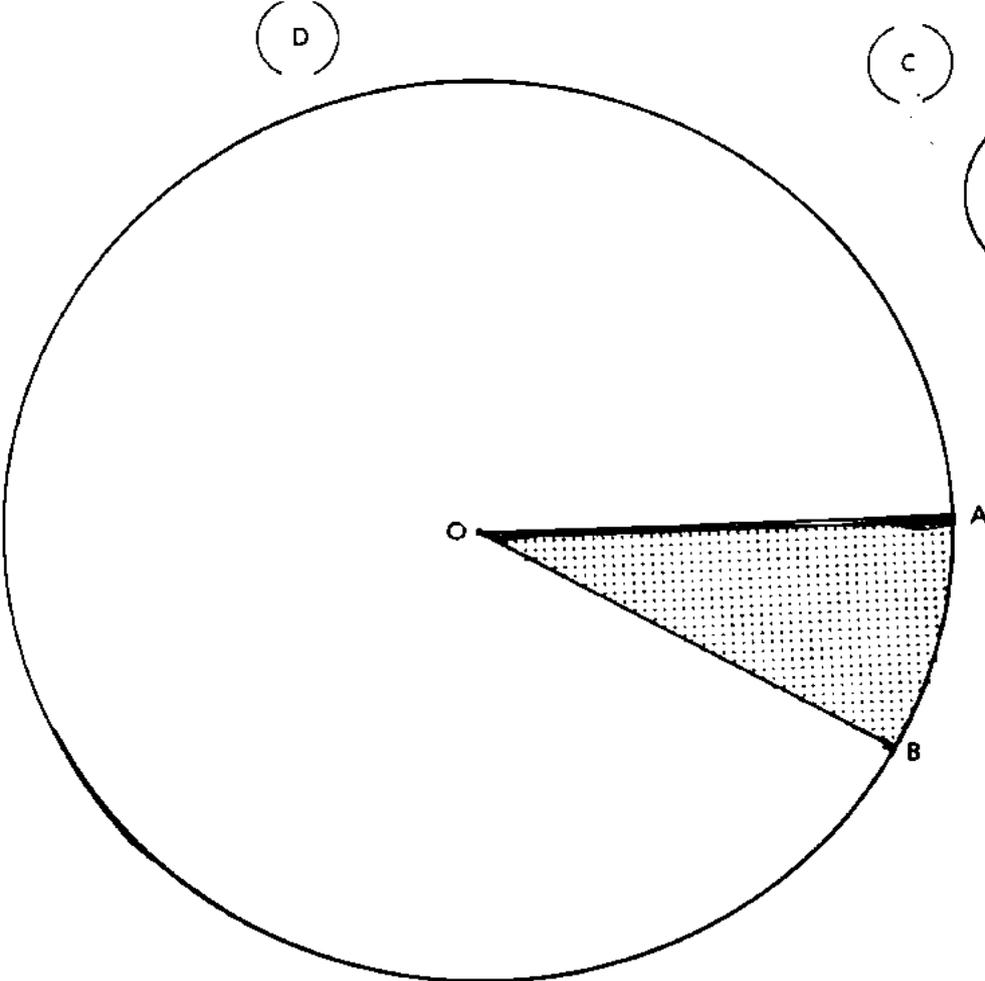
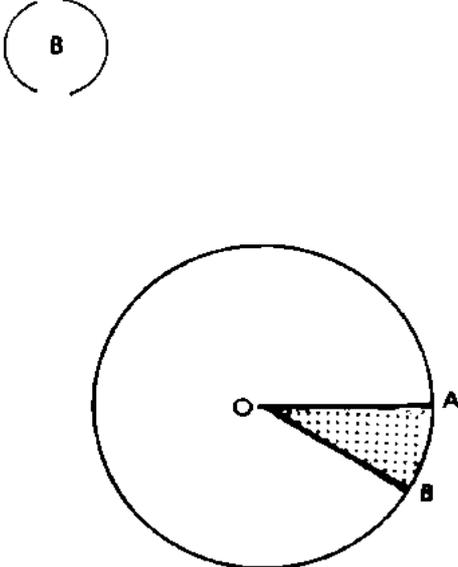
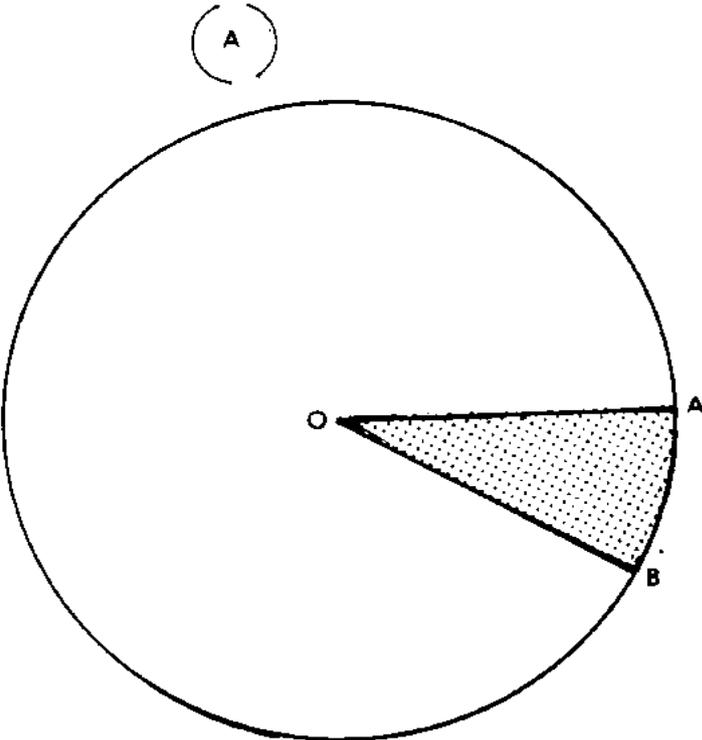
Eles poderão organizar as medidas obtidas, da mesma maneira que na atividade anterior:

CIRCUNFERÊNCIA	MEDIDA DO RAIO	MEDIDA DO ARCO AB
a		
b		
c		
d		

Uma análise e discussão sobre a tabela, poderão levá-los a conclusões do tipo:

- Mantendo o ângulo central, se o raio da circunferência aumenta então o arco aumenta.
- O quociente entre a medida do arco e a medida do raio é constante (para o mesmo ângulo central)

Qual é o comprimento de um arco Determinado sobre uma circunferência de Raio 3 cm por uma ângulo central de 30º?

FOLHA-TIPO I-31
CALCULANDO COMPRIMENTO DE CIRCUNFERÊNCIAS

FOLHA-TIPO II-31
ARCOS E ÂNGULOS.

FOLHA-TIPO III-31
ARCOS E RAIOS.

ATIVIDADE 32: PROBLEMAS DE CONTAGEM

OBJETIVOS: Desenvolver o raciocínio combinatório através de situações-problemas que envolvem contagens.
Aplicar o princípio multiplicativo em problemas de contagens.

PARTE 1: ORGANIZANDO PARA CONTAR.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Divida a classe em grupos e proponha um a um os problemas de contagens que se seguem. Os alunos podem perceber que para contar todas as possibilidades pedidas através de seus registros é preciso organizá-los para evitar o esquecimento de algumas delas.

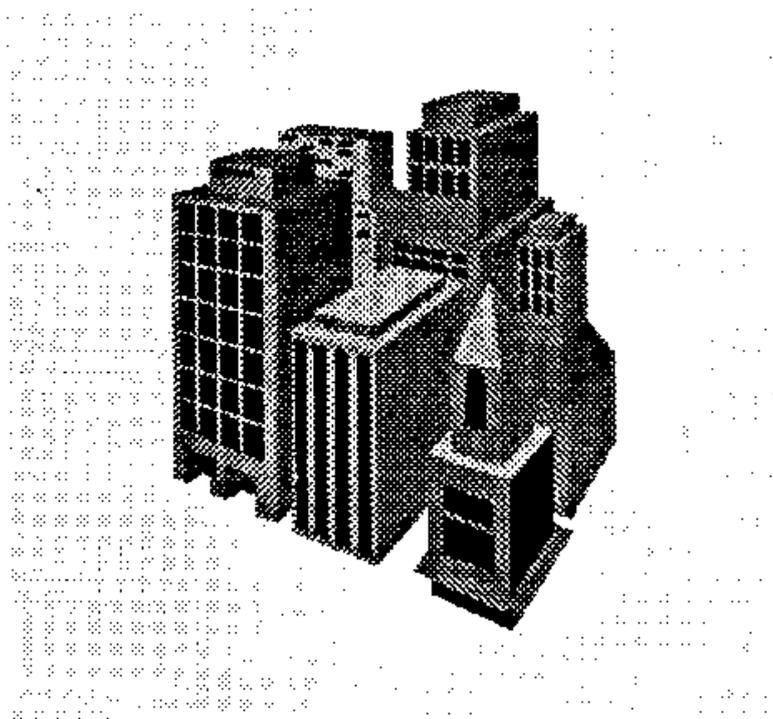
Analise com a classe as diversas soluções encontradas pelos grupos, verificando quais as mais adequadas para cada situação, como o "diagrama de árvore" tabelas, etc.

Alguns desses problemas são parecidos com o que foram propostos para a 5ª série, porém o objetivo, agora, é ir um pouco além da simples familiarização com os problemas de contagem. Pretendemos introduzir sistemáticas para a formação de agrupamentos, bem como para sua contagem, sem necessariamente descrever todos os casos.

Os problemas propostos têm uma quantidade pequena de objetos envolvidos para dar oportunidade aos alunos para formarem todos os agrupamentos possíveis e contá-los em seguida, diretamente. A medida que forem encontrando sistemáticas para a formação desses agrupamentos, eles não precisarão registrar todos eles para contá-los. Assim, o desenvolvimento de técnicas de contagem poderá ir sendo elaborado pelos alunos e o princípio multiplicativo será entendido e não apenas memorizado.

1. Hélio mora em São Paulo e namora uma garota no Rio de Janeiro. Para visitá-la ele pode viajar de ônibus, trem ou avião. De quantas maneiras na viagem São Paulo – Rio - São Paulo, ele pode escolher os transportes, se:

a) Ao voltar, ele necessariamente usar um meio de transporte diferente do utilizado na ida?

b) Ao voltar, ele usar ou não o mesmo tipo de transporte utilizado na ida?

2. Bia deseja pintar um trenzinho com 3 vagões utilizando pelo menos uma das cores: amarelo, vermelho e azul. De quantas maneiras ela pode fazê-lo se:

a) Cada vagão for pintado com uma cor diferente?

b) *Não houver restrição alguma? (isto é, os vagões podem ou não ter a mesma cor).*

3. Tem-se dois dados: um azul e outro vermelho. No lançamento desses dois dados quantos são os resultados possíveis?

4. Bia tem 3 blusas, 3 saias e 2 sapatos. Quantas possibilidades de se vestir existem?

5. No lançamento de uma moeda pode dar Cara (k) se a faze com o valor ficar voltada para cima e dar Coroa em caso contrário. Se lançarmos simultaneamente um dado e uma moeda quantos resultados distintos serão possíveis.

COMENTÁRIOS:

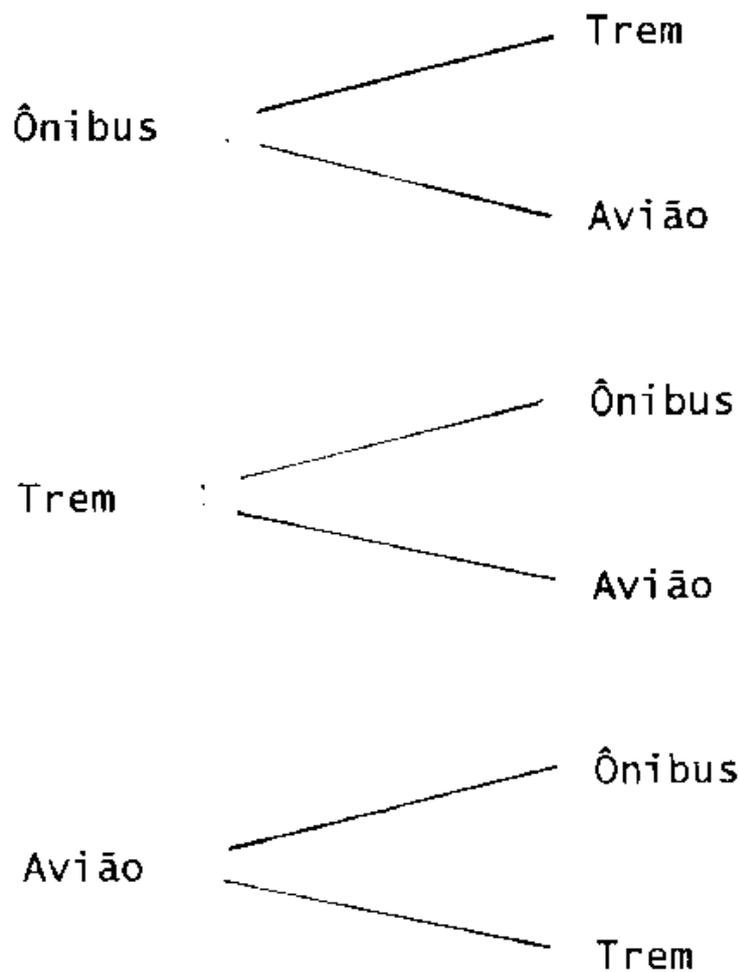
Na análise dos agrupamentos feitos pelos alunos você poderá discutir os seguintes registros para o problema 1.

Representação I:

Ida ao Rio	Volta a São Paulo
Ônibus	trem
Ônibus	avião
Trem	ônibus
Trem	avião
Avião	ônibus
Avião	trem

Representação II: OT, AO, TO, TA, AO e AT.

A primeira letra representa o meio de transporte da ida e segunda letra representa a volta, sendo) – ônibus, T – trem e A – avião.

Representação III:

Assim, os alunos concluem que há 6 maneiras distintas para se ir ao Rio e voltar a São Paulo com estes três meios de transporte, desde que a volta não seja pelo mesmo meio da ida.

Se a opção de ida for de ônibus só restam duas possibilidades para se voltar: avião ou trem. Repetindo o mesmo raciocínio para os outros dois meios de transporte, temos:

$$2 + 2 + 2 = 6$$

$$3 \quad \times \quad 2 = \quad 6$$

(ida: 3 modos) (volta: 2 modos)

Ainda poderia se discutir o registro das possibilidades em uma tabela:

Representação IV

Volta Ida	Ônibus	Trem	Avião
Ônibus	OO	OT	OA
Trem	TO	TT	TA
Avião	AO	AT	AA

A diagonal constituída pelos elementos OO, TT e AA não serão contabilizados pois o item a) do problema 1 impõe que a volta deve ser em meio de transporte necessariamente diferente do da ida

Para o item b) do problema 1 os alunos poderão fazer os mesmo tipos de registro feitos para o item a). Assim, como há 3 opções tanto para a ida como para a volta, teríamos 9 possibilidades, pois 3 x 3 = 9.

Os demais problemas também poderão ser feitos do mesmo modo, entretanto, a representação feita através do produto cartesiano na tabela da representação IV não é adequada ao 2º problema, pois envolve ternas ordenadas e não pares.

Para o 2º problema temos 6 possibilidades:

1º VAGÃO	2º VAGÃO	3º VAGÃO
amarelo	azul	vermelho
amarelo	vermelho	azul
azul	amarelo	vermelho
azul	vermelho	amarelo
vermelho	azul	amarelo
vermelho	amarelo	azul

ou

3 x 2 x 1 = 6

Nº de cores para o 1º vagão.

Nº de cores para o 2º vagão.

Nº de cores para o 3º vagão

Com repetição de cores, teríamos para cada um dos três vagões três cores para colorir. Assim, 3 x 3 x 3 = 27.

PARTE 2: MAIS PROBLEMAS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Peça aos alunos que, em grupos resolvam os problemas abaixo, que serão propostos um a um. Após a análise e discussão das resoluções encontradas de um problema você proporá o seguinte e assim sucessivamente.

1. *Quantos números de dois algarismos podemos formar com 4, 7 e 9 sem repetição de algarismos?*
2. *Quantos números de dois algarismos podemos formar com 4, 7 e 9 podendo repetir algarismos?*
3. *Quantos números de três algarismos podemos formar com 4, 7 e 9 sem repetição de algarismos?*
4. *Quantos números de três algarismos podemos formar com 4, 7 e 9 podendo repetir algarismos?*

Na discussão das soluções encontradas pelo grupo discutir o diagrama seguinte para o problema 1:

Escolha dos algarismos das dezenas	escolha dos algarismos das unidades	números possíveis
4	7	47
	9	49
7	4	74
	9	79
9	4	94
	7	97
3 possibilidades ×	2 possibilidades =	6 possibilidades

Como o problema 2 permite a repetição de algarismos temos 3 possibilidades de escolha do algarismo das dezenas e também 3 possibilidades para o algarismo das unidades, possibilitando formar 3 x 3 = 9 números com os algarismos

4, 7 e 9. Pode-se propor o esquema anterior também para este problema. Assim:

Escolha dos algarismos das dezenas entre 4, 7 e 9	Escolha dos algarismos das unidades entre 4, 7 e 9	números possíveis que podem ser formados
	4	44
4	7	47
	9	49
	4	74
7	7	77
	9	79
	4	94
9	7	97
	9	99

Utilizando o mesmo diagrama para o problema 3:

□ escolha do algarismo das centenas	escolha do algarismo das dezenas	escolha do algarismo das unidades	números possíveis
	7	9	479
4			
	9	7	497
	4	9	749
7			
	9	4	794
	7	4	974
9			
	4	7	947
3 possibilidades x	2 possibilidades x	1 possibilidade =	6 possibilidades

Repetindo o mesmo esquema para o problema 4 obtemos 27 números possíveis de serem formados com os três algarismos pois eles podem ser repetidos. Assim, temos $3 \times 3 \times 3 = 27$ (três possibilidades de escolha para a posição das centenas, três para a das dezenas e também três para as unidades)

Centenas	Dezenas	Unidades	números possíveis
		4	444
	4	7	447
		9	449
		4	474
4	7	7	477
		9	479
		4	494
	9	7	497
		9	499
		4	744
	4	7	747
		9	749
		4	774
7	7	7	777
		9	779
		4	794
	9	7	797
		9	799
		4	944
	4	7	947
		9	949
		4	974
9	7	7	977
		9	979
		4	994
	9	7	997
		9	999

PARTE 3: OUTROS PROBLEMAS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO:

Solicite que, em grupos , discutam os dois problemas seguintes que envolvem contagens. O primeiro deles é de mesma natureza que os outros desta atividade, isto é, para se saber o total de casos possíveis, podemos aplicar o princípio multiplicativo, enquanto que o princípio não determina o número de casos possíveis do 2º problema.

1. *Ariel, Bruno, Ciro e Davi são estudantes da 6ª série e vão treinar para a cobrança de pênaltis. Vão ser inicialmente sorteados dois deles: um para o gol e outro para a cobrança dos pênaltis. Quantas maneiras diferentes pode ter o resultado do sorteio da primeira dupla?*

2. *Depois do treino, esses quatros amigos vão ao parque de diversões andar de "montanha russa". Eles pretendem ir no mesmo carrinho, porém no banco da frente, que provoca maior emoção, só cabem 2 pessoas. De quantas maneiras diferentes eles podem escolher a dupla que irá no banco da frente?*

Para o 1º problema eles poderão fazer os agrupamentos por qualquer representação já trabalhada na parte 1 desta atividade , como por exemplo:

Sendo o primeiro nome o cobrador dos pênaltis e o segundo nome o goleiro, temos:

Ariel e Bruno	Bruno e Ariel	Ciro e Ariel	David e Ariel
Ariel e Ciro	Bruno e Ciro	Ciro e Bruno	David e Bruno
Ariel e David	Bruno e David	Ciro e David	David e Ciro

3 + 3 + 3 + 3 = 12

Para a posição do cobrador dos pênaltis podemos escolher qualquer um dos quatros garotos. Uma vez escolhido restam três possibilidades para o goleiro ou vice-versa. Então, aplicando o princípio multiplicativo verificamos que existem 12 maneiras diferentes para escolher a 1ª dupla do treino pois: 4 x 3 = 12

Na resolução do 2º problema utilizando a mesma representação do problema anterior os alunos concluem que não importa a ordem dos nomes porque se esta interessado somente quem vai sentar na frente do banco. Assim, nesta situação tanto faz, por exemplo, dizer Ariel e Ciro ou Ciro e Ariel (enquanto na situação anterior a ordem era importante pois o 1º nome seria o goleiro enquanto o 2º era o atacante.

Para se conhecer o total de duplas neste caso e bastante simples, pois é possível escrevemos todas as duplas possíveis porque temos um número pequeno de elementos.

Ariel e Bruno	Ariel e Ciro	Ariel de David	Bruno e Ciro	Bruno e David	Ciro e David

Você pode mostrar à classe a relação entre os totais obtidos nestes dois problemas, caso ela não tenha aparecido nas discussões dos alunos: O número de duplas possíveis no 2º problema é a metade do obtido no 1º problema, pois as duplas

no 1º problema foram contadas 2 vezes.

Logo para ocupar o banco da frente terá que se optar entre 6 duplas, pois 12 : 2 = 6.,

COMENTARIO:

O principal objetivo desta atividade é a compreensão do princípio multiplicativo, entretanto, é importante trabalhar algum contra-tempo para que não se instale no aluno que qualquer problema de contagem pode ser resolvido através deste processo.

Os dois problemas da parte 3 desta atividade traz duas questões fundamentais dos problemas de contagem: após encontrarmos uma possibilidade que satisfaça o problema, que operações temos que desencadear para encontrarmos as outras possibilidades? Trocando os elementos dos agrupamentos e as posições desses elementos nos mesmo (como no problema 1) ou apenas a troca dos elementos (como no problema 2) ?

Proponha aos alunos encontrarem algumas situações em que se deve formar agrupamentos em que a ordem dos elementos seja importante e outros a ordem não importa.

Este momento deve se constituir apenas em um contato dos alunos com essas situações – arranjos e combinações – e não o domínio delas. O aluno terá outras oportunidades para diferenciar as idéias aqui trabalhadas, pois, este tema continuará a ser retomado nas séries seguintes e sistematizado e formalizado somente no 2º grau.

ATIVIDADE 33: ESCALAS

OBJETIVOS: Introduzir o conceito de escala e utilizar esse conceito em algumas situações-problemas.

PARTE 1: A HORTA DO PAULINHO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-33.

DESENVOLVIMENTO:

Proponha à classe o problema da folha-tipo I-33 e peça que eles respondam inicialmente apenas 1ª questão (itens a e b). Discuta as respostas dadas por eles. Provavelmente não terão dificuldades em concluir que cada metro do terreno foi representado no desenho por um centímetro.

Introduza o termo escala, caso os alunos, ainda não o conheçam, colocando que o desenho do terreno de Paulinho foi feito na escala 1 cm para 1 m. Use as anotações para indicá-la:

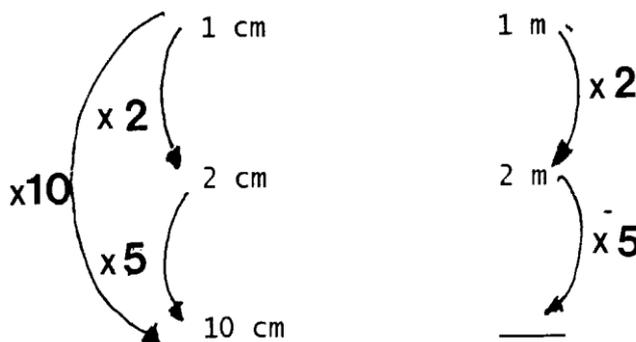
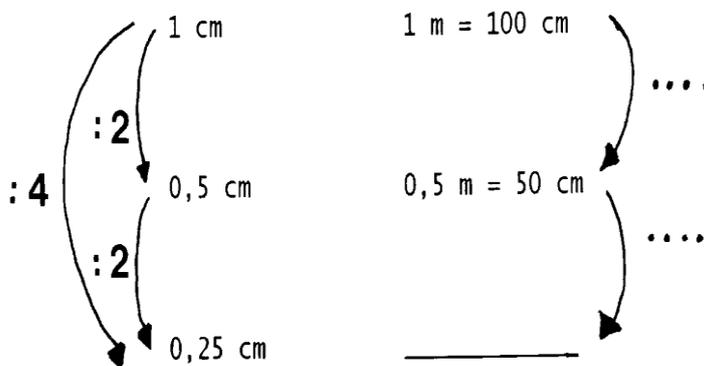
1 cm → 1 m.

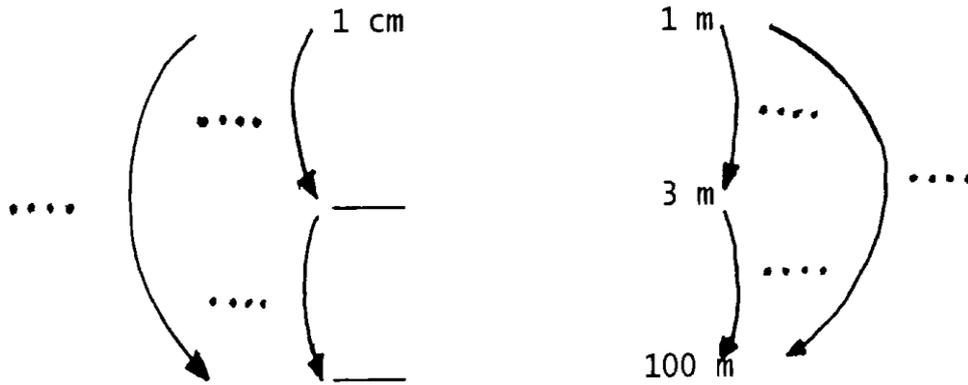
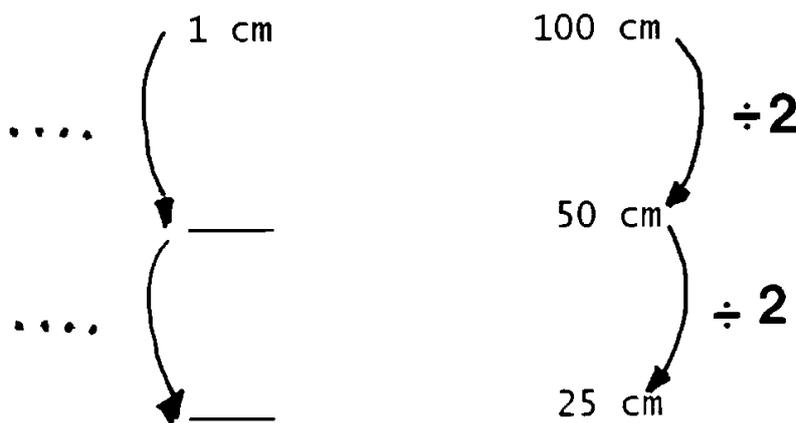
1 cm : 1 m ou 1 cm : 100 cm. (1:100)

Antes de propor a 2ª pergunta, convém, ainda, colocar algumas questões e verificar o nível de compreensão que eles têm sobre escalas. Pode-se fornecer por exemplo a distância entre dois pontos no desenho e perguntar a real distância entre eles.

Exemplos:

a) Se a distância entre dois pontos do desenho feito na escala 1 cm : 1 m, for igual a 2 cm, qual é a distância real entre eles? E se no desenho a distância fosse 10 cm?

Para responder, coloque o esquema:

b) Se a distância entre os dois pontos na representação gráfica for 0,5 cm, qual é a real distância entre eles? E se fosse 0,25 cm?

Pode-se perguntar, também, o inverso: dá-se a medida real entre os dois pontos e pergunta-se qual deve ser a medida no desenho em escala. Exemplos:

a) Se a distância entre os dois pontos for igual a 3 m quantos centímetros serão necessários para representá-lo no desenho em escala 1 cm : 100 cm? E se fosse 100 m?

b) Quantos centímetros são necessários para representar a distância 50 cm num desenho de escala 1 cm : 1 m? E se fosse 25 cm?

Depois de discutir a 1ª questão das folha-tipo I-33 proponha a resolução das outras perguntas do problema. Para responder à 3ª questão o aluno deverá lembra-se que dos retângulos de mesmo perímetro o de maior área é o quadrado. Assim eles concluem que o canteiro de maior área com o perímetro pedido é o de forma quadrada com 6 m de lado e que no desenho será representado por um quadrado de 6 cm de lado.

PARTE 2: AS TRILHAS DE BRUNO E ANDRÉ.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-33.

DESENVOLVIMENTO:

Dê algum tempo para os alunos responderem as questões do problema da folha-tipo II-33. É possível que eles não apresentem dificuldades para determinar a distância percorrida por Bruno: 8 x 300 m = 2400 m. Entretanto, para determinar a distância percorrida por André pode não acontecer o mesmo. Você pode propor algumas perguntas cujas respostas podem dar subsídios para resolver o problema. Como por exemplo:

a) Por que podemos afirmar que a figura dada na folha esta em escala? (Para responder eles deverão verificar que todos os segmentos que estão escritos 300 m têm a mesma medida: 3 cm).

b) Qual é a escala do desenho? (Ao verificar que cada 3 cm representa 300 m ele deve concluir que 1 cm representa 100 m).

c) Qual a medida do segmento LA? (Verificando que essa medida é igual a 6,7 cm ele conclui que a distância percorrida por André nesse trecho é igual a 6,7 x 100 = 670 m.

Usando o mesmo procedimento para o segmento BL, obtém-se aproximadamente 8,5 x 100 = 850 m. Assim a distância percorrida pelo André será: 900 + 850 = 670 = 2420 m.

PARTE 3: A CASA DE DARIO.

MATERIALNECESSÁRIO: Folha-tipo III-33.

DESENVOLVIMENTO:

Os alunos medirão com a régua as distâncias em centímetros pedidas e multiplicarão por 2, dado que 1 cm no desenho equivale a 2 km. A casa de Dario será indicada no desenho por um ponto D, situado a 7 : 2 = 3,5 cm à direita de B.

PARTE 4: A CASA DE RITA.

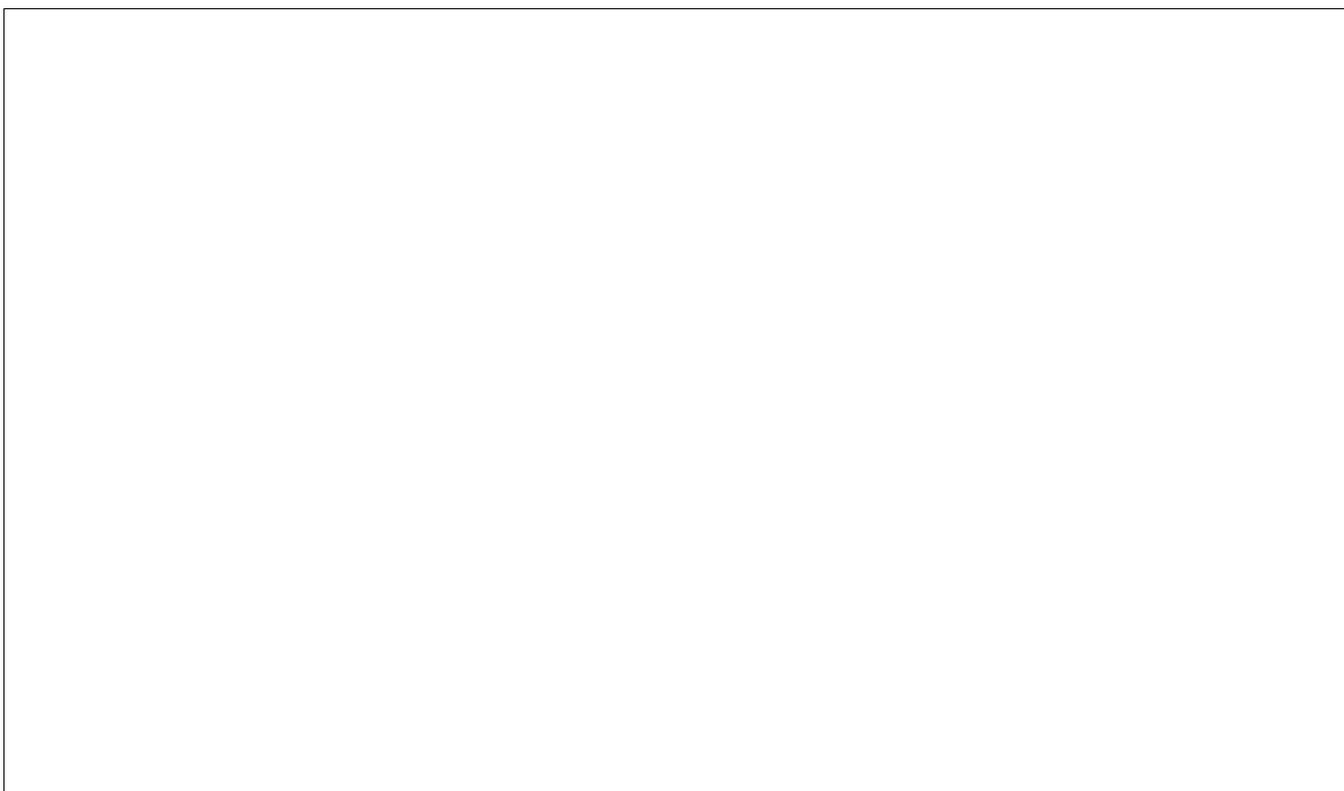
MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo IV-33.

DESENVOLVIMENTO:

A proposta aqui, além do trabalho com a escala, é proporcionar ao aluno atividades para que ele possa compreender e ler uma planta de uma casa, para isto os alunos deverão analisar outras plantas de casas, apartamento até um pouco mais elaboradas que a folha-tipo IV-33: plantas de anúncios de jornais, folhetos, etc. É interessante que eles também façam em escala 1:100 a planta de uma parte da escola (na própria sala de aula ou como um trabalho extra-classe).

FOLHA-TIPO I-33

A HORTA DE PAULINHO.

Paulinho deseja construir alguns canteiros para fazer uma pequena horta e também plantar flores no quintal de sua casa. O terreno é retangular e tem 17 m de frente por 10 m de fundo. Para planejar a melhor posição desses canteiros, Paulinho desenhou no papel a seguinte figura para representar seu terreno:

1. Utilizando uma régua graduada responda:

a) Quanto mede, em cm, as duas dimensões do retângulo que representa o terreno?

b) Você percebe alguma relação entre as medidas do retângulo com as reais medidas do terreno?

FOLHA-TIPO I-33a

2. Um dos canteiros terá a forma de um círculo de raio 1,5 m cujo centro coincidirá com o centro do retângulo. Determine o centro do retângulo, e com um compasso, traçar o círculo que representará o canteiro na escala 1cm : 1 m. Você precisará, portanto, determinar a medida do raio nessa escala.

3. Paulinho deseja construir seu 2º canteiro (sem encostar no muro que cerca o terreno) de forma retangular e pretende cercá-lo com 24 m de tela de arame que ele já possui.

a) Para que esse canteiro tenha a maior área possível quanto deverá medir os lados desse retângulo?

b) Represente esse canteiro na escala 1 cm : 1 m no local que você julgar mais apropriado.

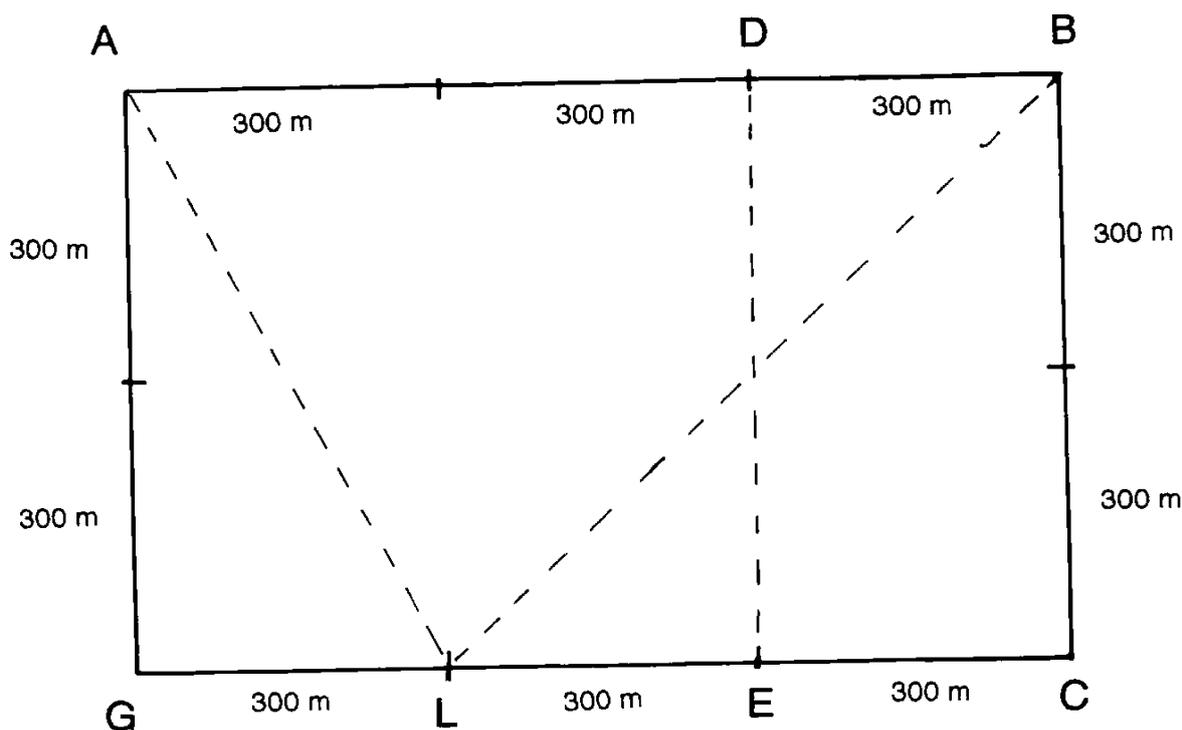
4. O outro canteiro a ser construído também será de forma retangular e de mesma área do 2º. Entretanto, ele deverá estar encostado em um dos muros e sua largura será de 4,5 m. Determine o comprimento desse canteiro e o desenhe em escala na posição mais conveniente para você.

FOLHA-TIPO II-33

AS TRILHAS DE BRUNO E ANDRÉ.

A figura abaixo representa dois caminhos diferentes que Bruno e André fizeram ao andar por um parque. Bruno saiu do ponto A e foi até D, de D foi até E e em seguida retornou ao ponto A, passando por G. André também saiu de A e retornou ao ponto A, porém ele seguiu trajetória diferente: foi até B, de B foi até L e de L voltou ao ponto A .

caminho de Bruno: ADEGA

caminho de André: ABLA

Responda:

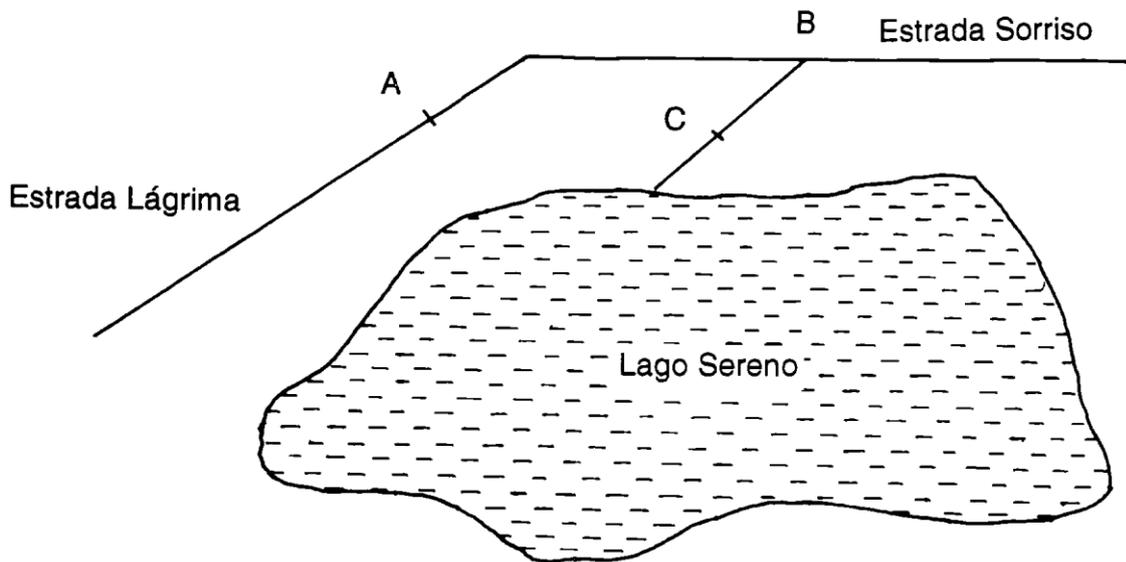
1) Qual é a distância percorrida por Bruno?

2) Qual é a distância percorrida por André?

FOLHA-TIPO III-33

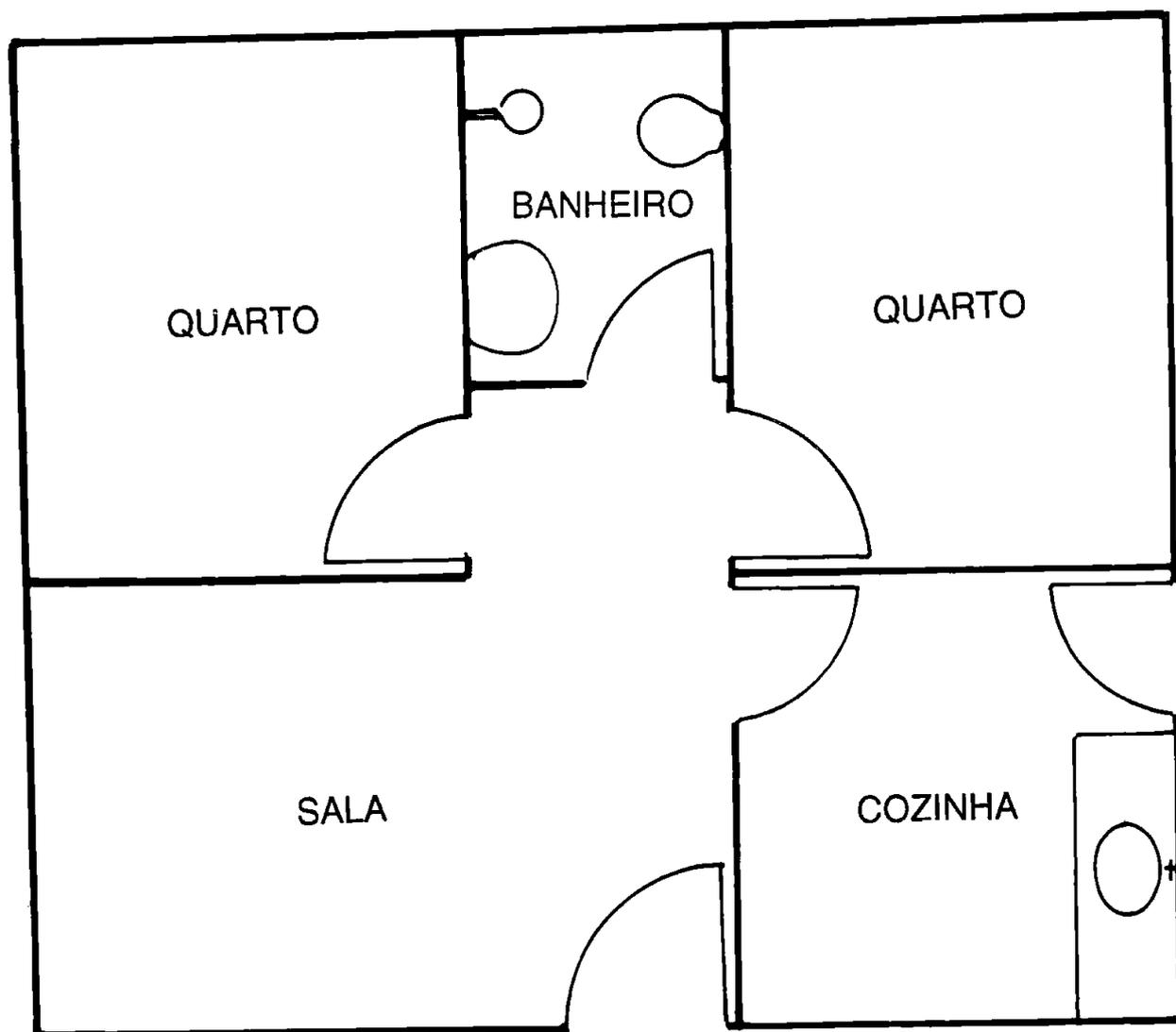
A CASA DE DARIO.

Os pontos A, B e C representam as casas de André , Bruno e Caio. Elas estão localizadas em estradas junto ao Lago Sereno.

Escala: 1 cm : 2 cm

1. Qual é a distância entre as casas de André e Bruno medida ao longo das estradas que as une? E qual é a distância entre as casas de André e Caio?
2. A casa de Dario esta localizada na estrada Sorriso a 7 km da casa de Bruno. Marque com a letra D o ponto onde deve estar situada a casa.

FOLHA-TIPO IV-33

A CASA DE RITA.

Rita desenhou a planta de sua casa na escala1:50, isto é, um centímetro no seu caderno corresponde a 50 cm (1 dm corresponderia 50 dm, 1 mm seria ro mm, etc).

1. Quais são as dimensões da cozinha? E dos quartos?
2. Dê as dimensões dos outros cômodos da casa.
3. Calcule a área total da casa.

ATIVIDADE 34: OS MAPAS

OBJETIVOS: Retomar o conceito de escala em situação-problema que envolvem mapas.

PARTE 1: O MAPA DE LAMARÃO.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-34, régua e compasso.

DESENVOLVIMENTO:

Entregue a cada aluno uma folha-tipo I-34 e peça que respondam as questões individualmente e depois se reúnam em grupos para comparar e discutir as respostas dadas.

Entretanto, para este trabalho é fundamental que os alunos entendam o significado de uma escala. No problema proposto da folha-tipo I-34, a escala do mapa da cidade de Lamarão é de 1 : 100.000, isto é, 1 cm no desenho significa 100.000 cm no real; 1 mm significa 100.000 mm; 1 dm significa 100.000 dm; etc. Uma medida do desenho deverá ser multiplicada por 100.000 para se conhecer a medida real correspondente.

Os alunos ao medirem com a régua a distância entre os dois pontos, A e B, do desenho encontrarão 11,5 cm e assim podem determinar a real distância entre eles:

11,5 x 100.000 = 1.150.000 cm = 11.500 m = 11,5 km

Este resultado, também poderia ser assim encontrado: como a escala 1 : 100.000 é equivalente a 1 cm : 1 km, (100.000 cm = 1000 = 1 km),

podemos dizer que 11,5 cm no desenho corresponde a 11,5 km no real.

Para marcar o ponto C no mapa conforme o item b) da folha eles poderão desenhar o segmento de reta que une A a B e marcar C a 5,8 cm de A (ou 6,7 cm de B), pois C esta a 5.800 m de A, conforme o enunciado.

Evidentemente o item c) da folha oferece um grau de dificuldade maior, pois a tarefa é localizar o ponto P situado na região nordeste a 8,5 cm de A e a 7 cm de B. Provavelmente os alunos procurarão encontrar o ponto por tentativa. Sugira, então, que tracem um círculo com centro em A de raio 8,5 cm, obtendo todos os pontos distantes 8,5 cm de ª Da mesma forma, traçarão um círculo com centro em B e raio 7 cm e obtêm, assim, todos os pontos que distam 7 cm de B. Os dois pontos de intersecção destes dois círculos satisfazem as condições referentes as distância a cada cidade, porém o ponto superior é que deverá ser nomeado de P, pois ele está situado na região nordeste conforme o enunciado.

PARTE 2: ESTUDANDO ESCALAS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Atlas Geográfico, livros de Geografia e régua.

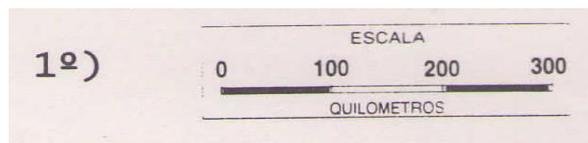
DESENVOLVIMENTO:

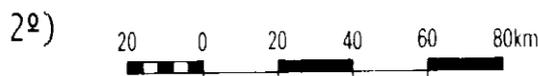
Peça aos alunos que, em grupos, analisem e discutam as diversas escalas encontradas nos livros e nos Atlas de Geografia. Dê um tempo suficiente para concluírem a tarefa e depois comente com toda a classe as conclusões de cada grupo.

Assim, eles podem encontrar outras representações para uma escala além da trabalhada na Atividade 33 e na parte 1 desta atividade, como por exemplo 1/10.000 ou 1 : 10.000.

Uma outra forma bastante usual para indicar escala em cartografia é aquela representada por um segmento de reta graduado. Para esta graduação, utiliza-se, muitas vezes, como unidade de comprimento, o centímetro e nos pontos marcados na reta escreve-se os correspondentes valores em quilômetros. Outras vezes utiliza-se uma outra medida que não o centímetro.

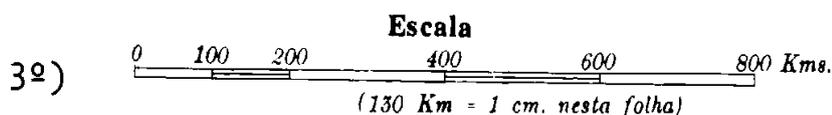
Em algumas escalas, encontra-se uma unidade de medida subdividida, à esquerda do zero, para indicar o grau de precisão da escala e possibilitar, assim, uma leitura mais detalhada de uma medida executada sobre o mapa.

Exemplos:

A escala acima mostra que cada centímetro corresponde a 100 km.

2º) 20 0 20 40 60 80km

Esta escala indica que cada centímetro corresponde a um valor real de 20 km, esquerda do zero mostra que a unidade utilizada, o centímetro, esta dividida em cinco partes, o que significa dizer que cada uma dessas 5 partes (equivalentes a 2 mm) representa 20 : 5 = 4 km.

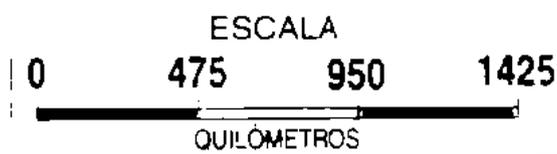
Escala

3º) *0 100 200 400 600 800 Kms.*

(130 Km = 1 cm. nesta folha)

Esta escala já não utiliza como unidade de medida o centímetro, pois as distâncias dos pontos da reta que estão assinalados ao marco zero não correspondem a um número inteiro de centímetro e por este motivo ela informa, também, a medida em km que corresponde a cada centímetro.

Os cartógrafos denominam de “gráfica” estes tipos de escala, enquanto que as do tipo da parte 1 desta atividade de “numérica”.

Você pode propor ainda a transformação de um tipo de escala em outra como exercício, sem que se enfatize os nomes mencionados. Um exemplo: o gráfico abaixo mostra que 1 cm corresponde a 475 km.

ESCALA
0 475 950 1425
QUILÔMETROS

Esta escala também poderia ser assim representada:

1 cm → 475 km

1 cm → 475.000 m

1 cm → 47.500.000 cm

Logo, a escala cujo gráfico indica que 1 cm equivale a 475 km pode, também, ser representada das seguintes maneiras:

1 cm : 475 km, 1/47.500.000 ou 1 : 47.500.000

PARTE 3: OS MAPAS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Atlas Geográfico.

DESENVOLVIMENTO:

Escolha duas cidades quaisquer (de preferência do mesmo estado) solicite aos alunos que determinem a distância entre elas através do mapa, utilizando uma régua e transformando em quilômetros a medida obtida de acordo com a escala que consta no mapa utilizado.

Se houver mapas do mesmo estado em escalas diferentes a comparação dos resultados obtidos para a distância entre as duas cidades escolhidas proporcionará uma rica discussão:

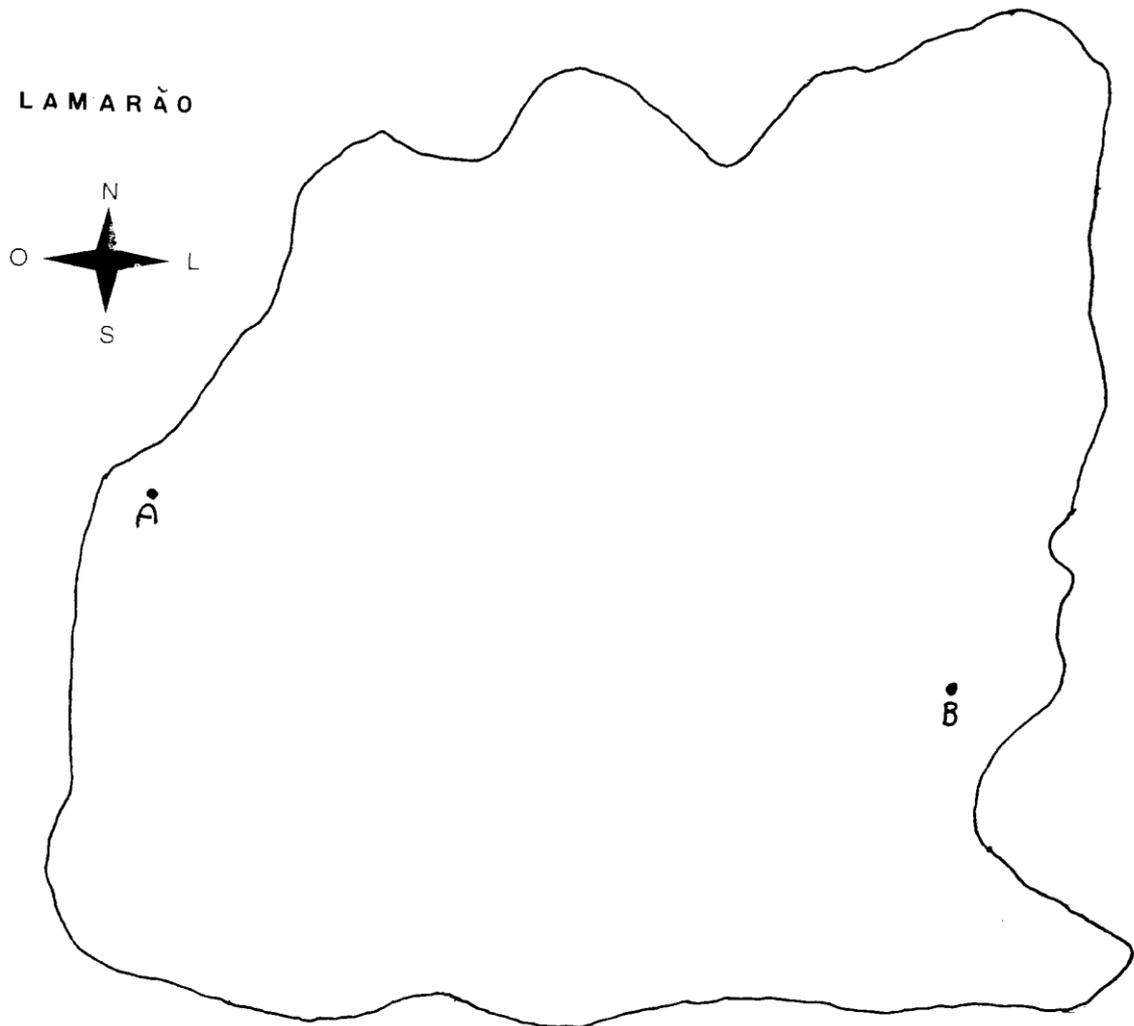
- Os resultados apesar de serem próximos não são exatamente iguais. Por quê?
- As distâncias obtidas entre as cidades podem não coincidir com as distâncias que constam das tabelas dos atlas. Por quê?

Os alunos podem perceber que as diferenças encontradas por eles para determinar uma dada distância é que o mesmo erro de leitura em escalas diferentes têm significados diferentes: quanto maior for a redução do desenho, maior é a perda da precisão e maior é o significado de um eventual erro de leitura.

As distâncias entre as cidades das tabelas que constam nos Atlas são determinadas normalmente ao longo das estradas que as une e não necessariamente pela menor distância entre elas.

FOLHA-TIPO I-34

O MAPA DE LAMARÃO.

O mapa a seguir é da cidade de Lamarão na escala 1 : 100.000. os pontos A e B mostram os locais de duas escolas desta cidade.

a) determine a distância real entre as duas escolas A e B.

b) Entre essas duas escolas existe um posto de saúde que está situado a 5.800 m da escola A . Denomine este posto de C e o localize no mapa sabendo que ele e as duas escolas estão alinhados. (os pontos A, B e C devem pertencer a uma mesma reta).

c) Localize no mapa a delegacia de polícia sabendo que ela se encontra ao Nordeste da cidade a uma distância de 9,5 km de A e a 5 km de B.

ATIVIDADE 35: O QUE PENSOU ERATÓSTENES ?

OBJETIVOS: Relacionar a medida de arcos de circunferência com a medida dos ângulos centrais correspondentes.

PARTE 1: CORDA E ARCOS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo I-35.

DESENVOLVIMENTO:

Distribuir uma folha-tipo I-35 para cada aluno.

Pedir a eles que meçam os raios das circunferências. Deverão concluir que todas elas têm raios de mesma medida e portanto, devem ter mesmo perímetro.

Solicite aos alunos que:

- Determine o comprimento de cada circunferência, adotando $\pi = 3{,}14$
- Determine o comprimento do menor arco AB, em cada caso.

Essas duas primeiras tarefas deverão ser feitas, a partir da retomada de procedimentos da Atividade MEDINDO REDONDOS.

A seguir, peça a eles que:

- Tracem as cordas AB, em cada caso.
- Meçam as cordas AB, em todas as circunferências.

Os dados obtidos poderão ser arranjados numa tabela do tipo:

Ângulo central	Arco AB	Corda AB	Arco/ângulo	Relações corda/ângulo	arco/corda

Prosseguindo, os alunos poderão analisar a tabela, observando que:

- Quando o ângulo diminui, o arco e a corda também diminuem.
- Quando o arco diminui, a corda também diminui.
- As razões $\frac{\text{arco}}{\text{ângulo}}$, $\frac{\text{corda}}{\text{ângulo}}$, são constantes.
- A razão $\frac{\text{arco}}{\text{corda}}$ não é constante.
- Quanto mais as medidas do arco e da corda diminuem, mais elas se aproximam entre si.
- A razão $\frac{\text{arco}}{\text{ângulo}}$ é sempre maior que a razão $\frac{\text{corda}}{\text{ângulo}}$,
- Nos casos em que houve medição, as razões são aproximadamente constantes, enquanto que nos casos em que as medidas foram calculadas isso não ocorre

Uma vez analisadas essas questões, propor aos alunos que discutam a seguinte afirmação:

A sombra de um poste sobre o chão pode ser considerada um segmento de reta.

PARTE 2: TANGÊNCIA: 3 PROBLEMAS.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo II-35
Régua, compasso e transferidor.

DESENVOLVIMENTO:

Forneça a cada aluno uma folha-tipo II-35, onde estão propostos três problemas.

Convide-os a resolvê-los.

Após o término da tarefa, abra uma discussão com a classe sobre as construções feitas e as argumentações utilizadas por eles.

As principais conclusões que poderão ser tiradas pelos alunos nesta atividade são:

- Uma reta tangente a uma circunferência é perpendicular à reta que passa pelo ponto de tangência e pelo centro da mesma.
- Toda reta perpendicular à uma reta tangente à uma circunferência no ponto de tangência, passa pelo centro da mesma.
- É possível construir uma reta tangente a uma circunferência com régua e compasso.

COMENTÁRIOS:

Não se trata, evidentemente, de exigir do aluno qualquer tipo de "demonstração formal" das propriedades acima mencionadas.

Eles poderão fazer as inferências, mediante medições dos ângulos formados pelas retas envolvidas no problema, bem como pelas construções que serão convidados a fazer.

PARTE 3: OS POSTES E A TERRA.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo III-35.
Bolas de isopor, alfinetes.
Canetas hidrográficas coloridas.

DESENVOLVIMENTO:

Divida a classe em grupos de três alunos: cada grupo deverá ter uma bola de isopor (com diâmetro de mais ou menos 10 cm), alguns alfinetes, canetas coloridas.

Solicite aos grupos que pintem na bola:

- O Equador, em vermelho.
- Três meridianos, em azul.
- Três cidades, em verde, sendo:
  - Cidade A no encontro do Equador com um dos meridianos.
  - Cidade B em outro meridiano; no hemisfério norte.
  - Cidade C, no terceiro meridiano no hemisfério sul.
- Os pólos norte e sul, em amarelo.

Combine com os alunos que os alfinetes representarão postes, que eles deverão fincar nas cidades A, B e C.

Como deverão ser colocados os postes nessas cidades?

O que você acha que aconteceria com os três postes se eles fossem bem compridos e enterrados na bola?

É possível que ao colocarem os alfinetes na bola os alunos não o façam perpendicularmente à superfície esférica naqueles pontos. Pergunte a eles a razão de tal colocação.

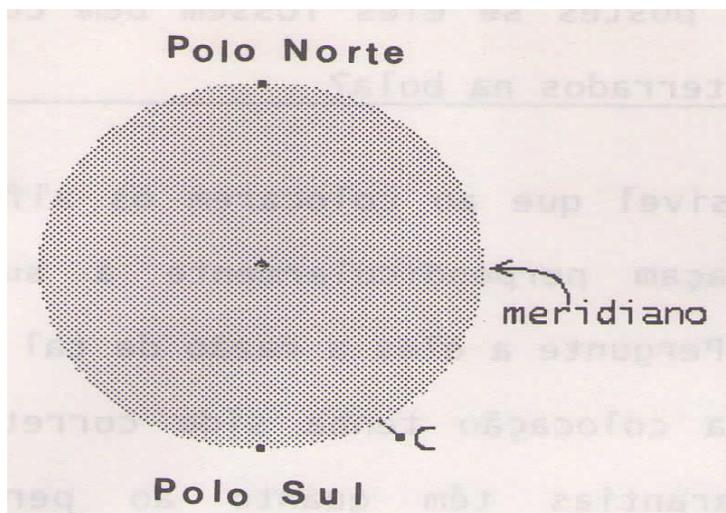
Caso a colocação tenha sido correta, incentive-os a explicar que garantias têm quanto ao perpendicularismo do alfinete em relação à superfície da bola; nesse momento poderão utilizar o esquadro para tal explicação.

Distribua, em seguida, uma folha-tipo III-35 para cada aluno do grupo. Peça a eles que observem o que foi representado. Deverão perceber que, nessa folha, esta representada a situação anterior (da bola de isopor).

Solicite a eles, então, que representem os postes fincados nas cidades A, B e C, sabendo que devem ter 1 cm de comprimento no desenho.

Que procedimento você utilizou para desenhar os postes? Por quê?
O que têm em comum as retas que contêm os três postes? Por quê?

Peça aos grupos que retomem a bola de isopor e a seccionem ao longo do meridiano que passa pela cidade C, dividindo a bola em dois hemisférios.

Em seguida, olhando o corte, convide-os a representá-lo na folha de caderno. Possivelmente obterão uma figura do tipo:

> A reta que passa pelos pontos O e C contém o postes?
>
> Se você representar cortes semelhantes, nos meridianos que passa por A e outro por B, as retas que passam por O e A, por O e B contêm os postes em cada caso?

COMENTÁRIOS:

Para facilitar o corte na bola de isopor, segundo o meridiano que passa por C, solicite previamente aos alunos que as bolas sejam formados por duas semi esferas coladas; assim, quando eles forem desenhar o meridiano C, oriente-os para que o façam sobre a emenda.

PARTE 4: OS RAIOS DE SOL E O TAMANHO DA TERRA.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha-tipo IV – 35.

DESENVOLVIMENTO:

Divida a classe em grupos de quatro alunos e distribua uma folha-tipo IV-35 para cada aluno do grupo e convide-os a discutir as questões propostas nos quadros a, b, c, d, nessa ordem.

Após o término da tarefa, proponha a cada grupo que exponha suas idéias - soluções e respeito dos problemas.

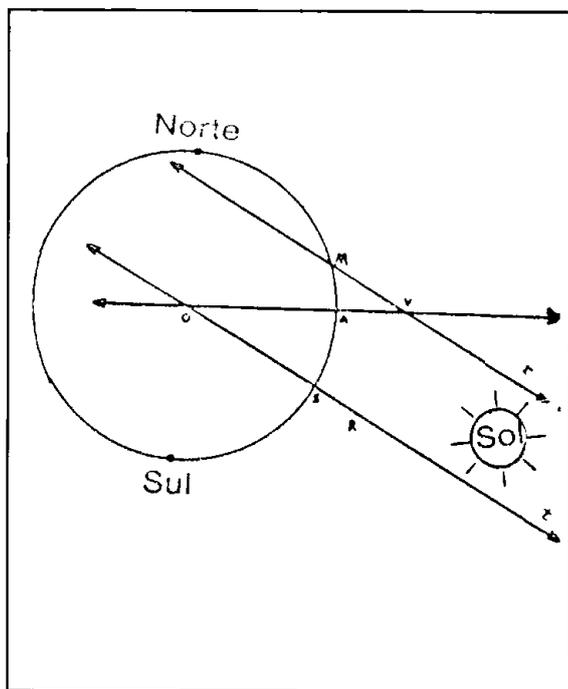
Alguns pontos podem ser garantidos nessa discussão, se os postes forem fincados perpendicularmente à superfície da Terra:

- As retas que contêm os postes passam pelo centro da Terra.
- Os ângulos BXY e BOA têm a mesma medida (30º) pois são alternos internos formados por paralelas (r, s) cortadas por transversal (t).
- Como as medidas dos arcos são proporcionais às medidas dos ângulos centrais correspondentes, então o arco de 3.306 km é 1/12 do perímetro da circunferência (do mesmo modo que 30º é 1/12 de 360º) e, portanto, esse perímetro é:

3.306 x 12 = 39.672 km.

Após essa discussão, solicite aos alunos que encontrem a medida do diâmetro (ou do raio) da Terra, e compare-a com outras medidas conhecidas, como por exemplo, o diâmetro de um fio de cabelo, a distância entre duas cidades como São Paulo e Salvador, ou entre a escola e o cinema do bairro, ou, ainda, entre a Terra e a Lua (essa, demanda uma pequena pesquisa nos livros de Geografia).

Uma possível complementação a esta atividade pode ser feita, contando aos alunos que antes da era cristã (entre os séculos III e II a.C.), o grego

Eratóstenes utilizou esse método para avaliar o "tamanho" da Terra. Forneça a eles o texto que se encontra na Proposta Curricular de Matemática para o 1º Grau, transcrito a seguir:

Como Eratóstenes mediu a Terra

Uma das primeiras descobertas e das mais chocantes, relacionadas com o planeta onde vivemos, a Terra, foi a de que ela é uma esfera (bola) solta no espaço. Outro passo importante foi a medida de "seu tamanho". Você já pensou como poderia determinar o raio de uma bola sobre a qual você está andando, sem poder entrar nela?

A circunferência máxima da Terra (em nível do Equador) é cerca de 40.000 Km. No século XVII (1600-1699) pensava-se que era muito menor. Assim, quando Colombo partiu para a Índia e aportou em uma das ilhas Bahamas, achou que já estava na Índia; logo, sua margem de erro foi maior que a largura dos Estados Unidos, mais a do Oceano Pacífico.

No terceiro século antes de Cristo (399 a.C. a 300 a.C.) os gregos sabiam mais. Naquela época, um matemático grego chamado Eratóstenes mediu a circunferência da Terra e seu resultado apresentava um erro de apenas 1 ou 2 por cento. O método por ele utilizado foi o mesmo no problema anterior.

Ele observou que na cidade de Aswan, chamava Syena naquela época, localizada no Egito, às margens do rio Nilo, ao meio-dia de um dia especial (chamado solstício de verão), o Sol estava exatamente a pino. Isto é, ao meio-dia deste dia particular, uma vareta em posição vertical não lançava nenhuma sombra, e a base de um poço profundo ficava completamente iluminada. Nesse mesmo instante, em Alexandria, cidade localizada também no Egito a aproximadamente 792 Km de Aswan, Eratóstenes mediu o ângulo entre uma vareta cravada perpendicularmente ao solo e uma semi-reta partindo do ponto superior da vareta até o pé de sua sombra (ângulo MVA na figura do problema anterior). Ele viu que era um ângulo com cerca de 7º12'.

Como o Sol está muito afastado da Terra, os seus raios, quando observados da Terra, são muito aproximadamente paralelos. Portanto, na figura do problema anterior, as retas r e t são paralelas (pois representam raios de Sol) e a reta AV é transversal em relação a elas.

Além disso, tanto o raio de Sol t como a transversal AV passam pelo centro da Terra, pois as varetas foram cravadas perpendicularmente à superfície da Terra. Logo, com base nas propriedades das retas paralelas cortadas por uma transversal, Eratóstenes concluiu que os ângulos MVA e SOA eram congruentes. Como o ângulo SOA tem o vértice no Centro da Terra e determina na circunferência máxima o arco SA, então a medida desse arco em graus é também 7º12', ou seja, cerca de 1/50 da circunferência máxima da Terra.

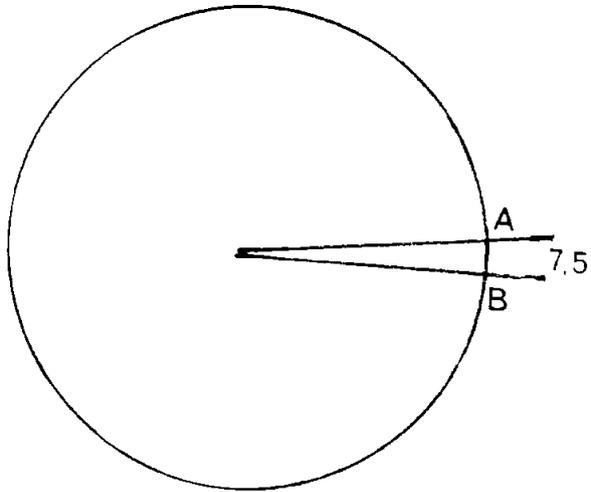
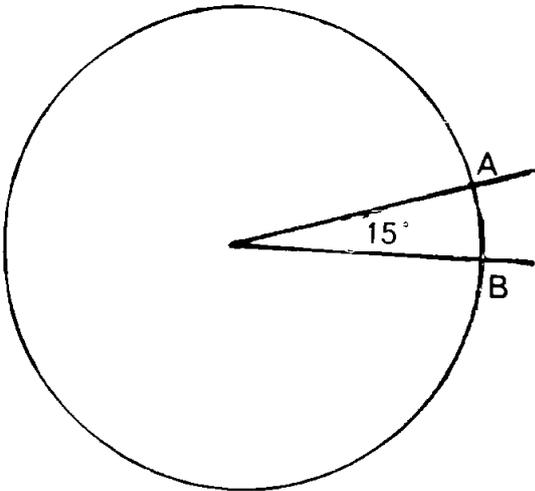
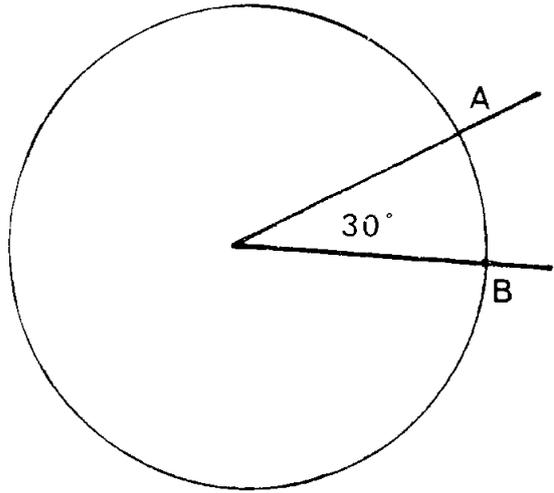
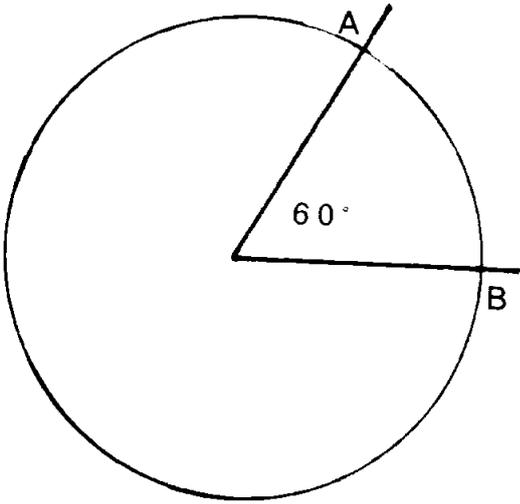
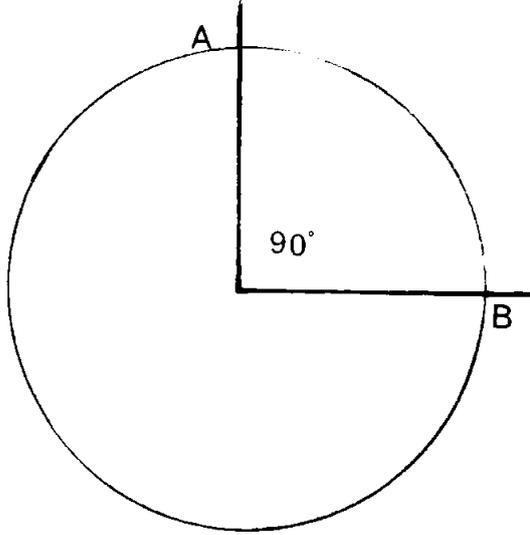
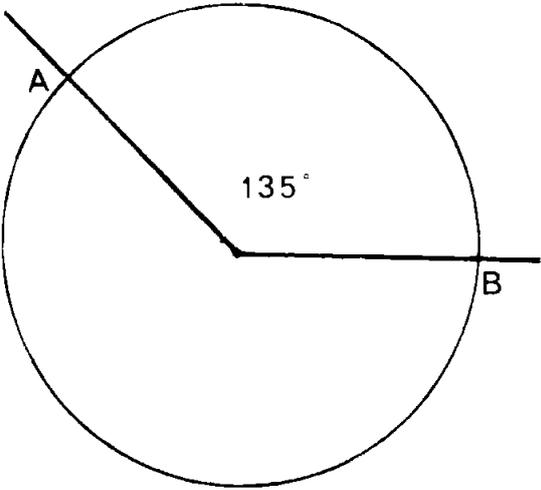
A distância entre Aswan e Alexandria era conhecida na época: cerca de 5.000 "Stadium" gregos. Um "Stadium" era a antiga unidade de distância. Eratóstenes concluiu que a circunferência da Terra devia ser por volta de 250.000 "Stadium". Convertendo a quilômetros, de acordo com o que antigas fontes dizem sobre o comprimento de um "Stadium", obtemos 39.600 Km. Assim, o erro de Eratóstenes foi de aproximadamente 1%.

Desde os primeiros tempos, a geometria desenvolveu um papel preponderante na MATEMÁTICA aplicada. Os egípcios precisaram dela intensamente, porque o Nilo elevava seu nível anualmente, destruía as pequenas demarcações das terras criando, assim, problemas de agrimensura. Daí a palavra geometria, provindo de duas palavras gregas, significando terra e medida. Mais tarde, aconteceu que a "geometria" seria usada não apenas para medir coisas que estavam sobre a Terra, mas, literalmente, para medir a própria Terra.

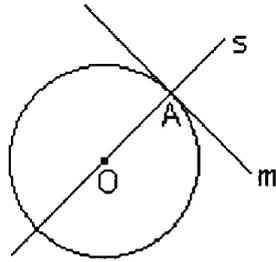
A esta visão (que prepondera até hoje, em nível de senso comum e que nos foi legada por Heródoto) se contrapõe outra, em que as origens da Geometria se devem às especulações feitas pelo homem sobre a astronomia.

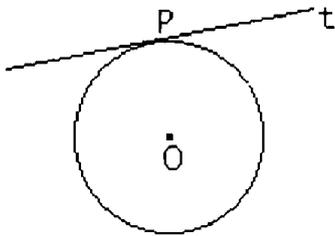
Isto ilustra um processo geral: quando uma parte útil de MATEMÁTICA se desenvolve por uma razão, em geral, ela se torna igualmente útil por outras razões inesperadas.

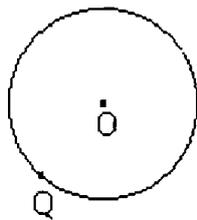
FOLHA-TIPO I-35

CORDAS E ARCOS.

FOLHA-TIPO II-35

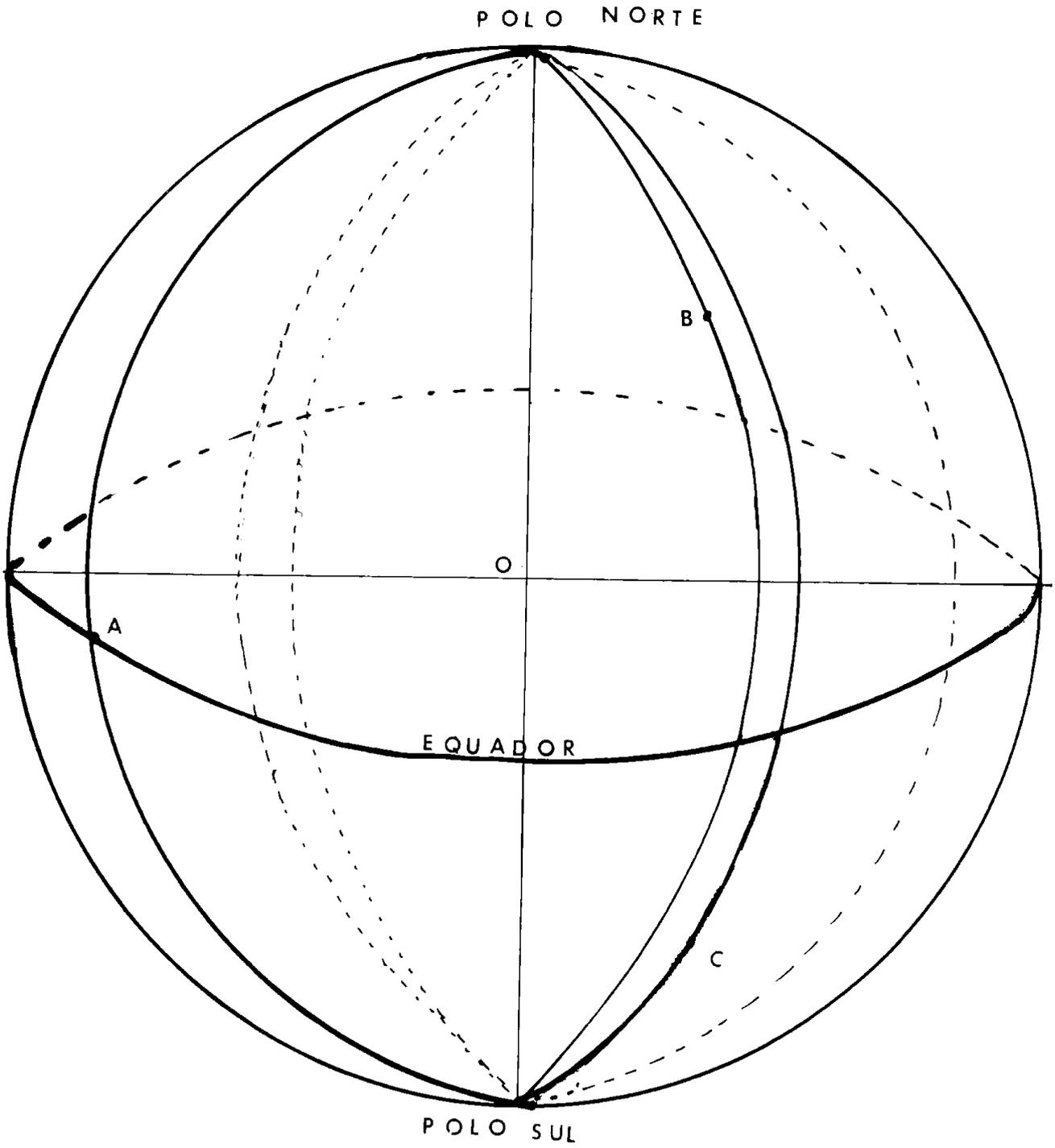
TANGÊNCIA: 3 PROBLEMAS.

Problema 1

Sabendo que O é centro da circunferência, e a reta m é tangente a ela no ponto A, que relação existe entre as retas m e s?

Problema 2

A reta T é tangente à circunferência em P. Construa uma reta R, perpendicular à t, pelo ponto P. A reta r passa por O?

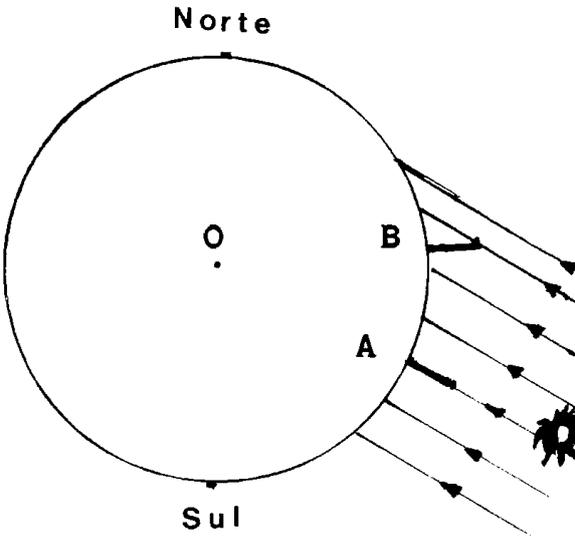
Problema 3

Pelo ponto Q, construa uma reta tangente à circunferência de centro O.

FOLHA-TIPO III-35

OS POSTES E A TERRA.

FOLHA-TIPO IV-35

OS RAIOS DE SOL E O TAMANHO DA TERRA.

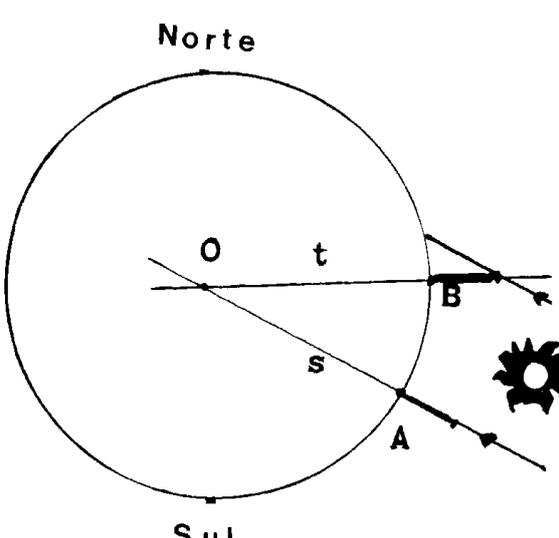
Dois postes foram fincados no solo das cidades A e B, que estão sobre um mesmo meridiano. Represente-os.

(a)

Os raios do Sol podem ser considerados paralelos. É meio-dia nas cidades A e B. Em A o Sol está a pino. E em B?

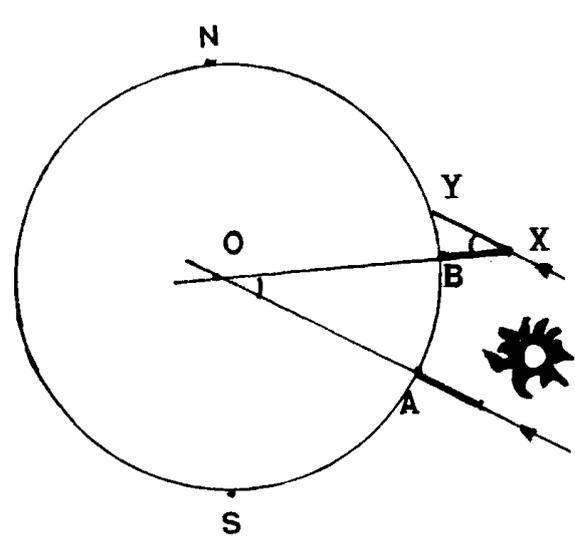
Como é a sombra do poste em A? E em B?

Pinte de vermelho a sombra do poste em B.

Quanto mede o ângulo formado entre o raio do Sol e o poste, em B?

(b)

Por que as retas t e s passam pelo centro da Terra? Por que r não passa pelo centro da Terra?

Assinale os segmentos de reta que representam o raio da Terra.

(c)

Você já mediu o ângulo BXY. Quanto obteve?

Compare os ângulos BOA e BXY. Quanto mede BOA?

Se a distância entre as cidades A e B é de 3306 km, quanto mede o perímetro da circunferência máxima da Terra?

(d)

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

ASOCIACION DE MAESTRO ROSA SENSAT. **Didactica de los números enteros**. Madri: Editorial Nuestra Cultura, 1980.

BOLD. Brian. **Atividades matemáticas**. Tradução por Leonor Moreira. Lisboa: Gradiva Publicação, 1991. (Coleção Prazer da Matemática).

BOYER, Carl B. **Cálculo**. Tradução por Hygino H. Domingos. São Paulo: Atual, 1992, (Tópicos de História de Matemática).

__________ . **História da matemática**. Tradução por Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blücher/UNESP, 1974.

CARACA, B. de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Brás Monteiro, 1975.

CARRAHER, Terezinha Nunes. (Org**.). Aprender pensando**: contribuições da psicologia cognitiva para a educação. Recife: Secretaria da Educação do Estado de Pernambuco?UFP, 1983.

CASTELNUOVO, Emma. **Didática dela matemática moderna**. Tradução por Felipe Robledo Vázques. México: [s.n.], 1973.

__________. **Figure e fórmule**. Itália. La Nuova Itália, 1989.

DANTIZIG, Tobias. **Número: a linguagem da ciência**. Tradução por Sérgio Goes de Paula. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

D'AUGUSTINE, Charles H. **Métodos modernos para o ensino da matemática**. Tradução por Maria Lúcia F.E.Peres. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1984.

DAVIS, Philip., HERSH, Reuben. **A experiência matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.

EVANS, I.O. **O planeta terra**. Tradução por Helena T.Katz. São Paulo: Melhoramentos, [19 _ _]. (Prisma).

EVES, Howard**. Geometria**. São Paulo: Atual, 1992. (Coleção História da Matemática).

GUELLI, Oscar. **Dando corda na trigonometria**. São Paulo: Ática, 1993. (Coleção Contando a História da Matemática para uso em sala de aula).

IMENES, JAKUBO E LELIS. **Números negativos**. São Paulo: Atual, 1993. (Coleção Pra que serve a Matemática).

IMENES, Luiz Márcio. **Descobrindo o teorema de Pitágoras**. São Paulo: Scipione, 1987. (Coleção Vivendo a Matemática)

KAMII, Constance. **A criança e o número**. Capinas: Papirus, 1984.

KARLSON, Paul. **A magia dos números**. Campinas: Papirus, 1984.

MONTEIRO, Luis Henrique Jacy. **Elementos de álgebra**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1969.

MUNÉ, José Junqueira. **Didática Del cálculo**. Barcelona: Editorial Labor, 1969.

NICOLSON, Iain. **Astronomia**. Tradução por Geraldo Galvão Ferraz. São Paulo: Melhoramentos, [19 _ _]. (Prisma).

MACHADO, Nilson José. **Medindo comprimento**. São Paulo: Scipione, 1987. (Coleção Vivendo a Matemática).

NIVEN, Ivan. **Números: racionais e irracionais**. Rio de Janeiro: SBM, 1984.

PENTEADO, José de Arruda. **Curso de Desenho**. São Paulo: Nacional, 1973.

PÉREZ, Julia Centeno. Números decimais. Por que? Para que? Madrid: Editorial Sintesis. 1988.

RÁDICE, Lúcio L. **A matemática de Pitágoras a Newton**. Tradução por Barbara Martins Costa. Lisboa: Edição 70, 1971.

REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA. São Paulo, Sociedade Brasileira Semestral. Caixa Postal, 20570, CEP 01498.

SÂO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Proposta curricular para o ensino da matemática: 1 0186 grau. São Paulo: SE?CENP, 1988.

______. Atividades Matemáticas: ciclo básico. 3. Ed. São Paulo: SE/CENP, 1991. V.1.

______. Atividades matemáticas: ciclo básico. 5. Ed. São Paulo: SE/CENP, 1991. V.2.

______. Atividades matemáticas: 3ª série do 1º grau. 4.ed. São Paulo: SE/CENP, 1991.

______. Atividades matemáticas: 4ª série do 1º grau. 2.ed. São Paulo SE/CENP, 1990.

______. Proposta curricular para o ensino de geografia: 1º grau. São Paulo: SE/CENP, 1991.

______. Proposta curricular par o ensino de matemática: 2º grau. São Paulo. SE/CENP, 1990.

______. Proposta curricular de matemática para a habilitação específica do magistério. São Paulo: SE/CENP, 1990.

______. Matemática – 1º grau: 5ª a 8ª série. São Paulo: SE/CENP, 1992. (Prátic Pedagógica).

SOLOMON, Charles. Matemática. Tradução por Maria Pia Brito Charlier. São Paulo: Melhoramentos, [19 _ _]. (Prisma).

VYGOTSKY, Lev S. Pensamento e linguagem. Tradução por M. Resende. Lisboa: Ed. Antídoto, 1973.

WAGNER, Eduardo. Construções geométricas. São Paulo: SBM, 1993. (Coleção do Professor de Matemática).